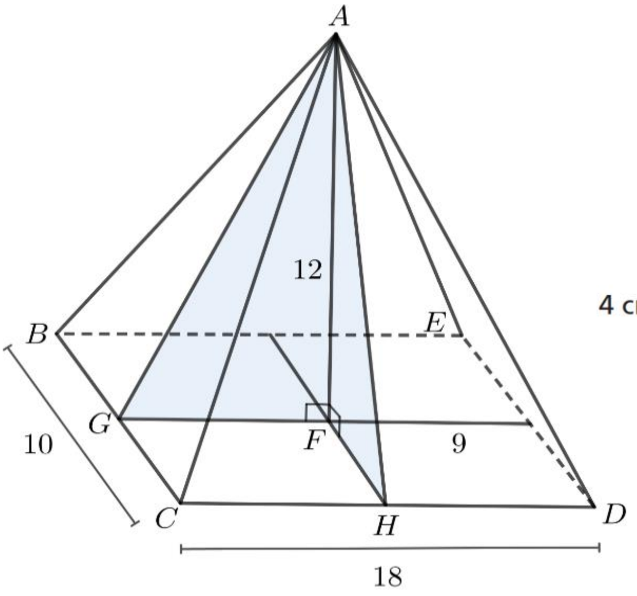
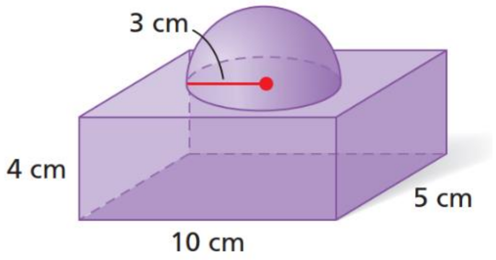
មូលដ្ឋានគ្រឹះគណិតវិទ្យា
បឋមភូមិ២





អ្នកនិពន្ធដោយៈ សាន ធិតា

គាំទ្រថវិកាលើការរៀបរៀង និពន្ធ និងកែលម្អដោយៈ

"មូលនិធិការស្រាវជ្រាវ គំនិតច្នៃប្រឌិត និងនវានុវត្តន៍"

២០២៣

គណៈកម្មការនិពន្ធ

លោក សាង ធិតា គ្រូឧទ្ទេសផ្នែកគណិតវិទ្យា វិទ្យាស្ថានគរុកោសល្យបាត់ដំបង

គណៈកម្មការរចនាទំព័រ ៖

១. លោកស្រី សំបាត់ អ៊ាត មន្ត្រីនាយកដ្ឋានបណ្តុះបណ្តាល និងវិក្រិតការ
២. លោកស្រី ឈុំ ពៅ មន្ត្រីនាយកដ្ឋានបណ្តុះបណ្តាល និងវិក្រិតការ

គណៈកម្មការត្រួតពិនិត្យ៖

១. លោក ហ៊ុន រ៉ាវី ព្រឹទ្ធបុរសស្តីទី វិទ្យាស្ថានគរុកោសល្យបាត់ដំបង
២. លោក ឈាន ហាង ប្រធានដេប៉ាតឺម៉ង់គណិតវិទ្យា វិទ្យាស្ថានគរុកោសល្យបាត់ដំបង
៣. លោក យុត ភា គ្រូឧទ្ទេសផ្នែកគណិតវិទ្យា វិទ្យាស្ថានគរុកោសល្យបាត់ដំបង
៤. លោកស្រី ឡុង ស្រីអូន គ្រូឧទ្ទេសផ្នែកគណិតវិទ្យា វិទ្យាស្ថានគរុកោសល្យបាត់ដំបង
៥. លោក គឹម វិសារ គ្រូឧទ្ទេសផ្នែកគណិតវិទ្យា វិទ្យាស្ថានគរុកោសល្យបាត់ដំបង
៦. លោក ខាន់ ចាន់ដារ៉ា គ្រូឧទ្ទេសផ្នែកគណិតវិទ្យា វិទ្យាស្ថានគរុកោសល្យបាត់ដំបង
៧. លោក ម៉ា រិទ្ធី គ្រូឧទ្ទេសផ្នែកគណិតវិទ្យា វិទ្យាស្ថានគរុកោសល្យបាត់ដំបង

ជំនួយការនិពន្ធ

១. កញ្ញា ពឿន នរិតី គរុនិស្សិតគណិតវិទ្យា ១២+៤ ឆ្នាំទី៣ ជំនាន់ទី៣
២. កញ្ញា ចន្ទរតន៍មុនីកែវ គរុនិស្សិតគណិតវិទ្យា ១២+៤ ឆ្នាំទី៣ ជំនាន់ទី៣
៣. លោក ហាន់ ភិន គរុនិស្សិតគណិតវិទ្យា ១២+៤ ឆ្នាំទី៣ ជំនាន់ទី៣
៤. លោក ហ៊ំ សេងណេង គរុនិស្សិតគណិតវិទ្យា ១២+៤ ឆ្នាំទី៣ ជំនាន់ទី៣
៥. លោក រិទ្ធិ សុខខេង គរុនិស្សិតគណិតវិទ្យា ១២+៤ ឆ្នាំទី៣ ជំនាន់ទី៣
៦. លោក អ៊ិន ភក្តី គរុនិស្សិតគណិតវិទ្យា ១២+៤ ឆ្នាំទី៣ ជំនាន់ទី៣
៧. កញ្ញា ហេង វិដ្ឋរ៉ា គរុនិស្សិតគណិតវិទ្យា ១២+៤ ឆ្នាំទី៣ ជំនាន់ទី៣
៨. កញ្ញា វេង ចាន់ហ៊ាង គរុនិស្សិតគណិតវិទ្យា ១២+៤ ឆ្នាំទី៣ ជំនាន់ទី៣
៩. លោក មេក ចំរើន គរុនិស្សិតគណិតវិទ្យា ១២+៤ ឆ្នាំទី៣ ជំនាន់ទី៣
១០. កញ្ញា រើន កញ្ញា គរុនិស្សិតគណិតវិទ្យា ១២+៤ ឆ្នាំទី៣ ជំនាន់ទី៣
១១. កញ្ញា តឹក ស្រីលិម គរុនិស្សិតគណិតវិទ្យា ១២+៤ ឆ្នាំទី៣ ជំនាន់ទី៣
១២. លោក វុឌ្ឍី មណី គរុនិស្សិតគណិតវិទ្យា ១២+៤ ឆ្នាំទី៣ ជំនាន់ទី៣
១៣. លោក ហុក ប៊ុនថៃន គរុនិស្សិតគណិតវិទ្យា ១២+៤ ឆ្នាំទី៣ ជំនាន់ទី៣
១៤. លោក ឡេង ឆានុន គរុនិស្សិតគណិតវិទ្យា ១២+៤ ឆ្នាំទី៣ ជំនាន់ទី៣
១៥. លោក មឿន ចាន់ថុន គរុនិស្សិតគណិតវិទ្យា ១២+៤ ឆ្នាំទី៣ ជំនាន់ទី៣

បុព្វកថា

ដំណើរអភិវឌ្ឍនៃព្រះរាជាណាចក្រកម្ពុជានៅក្នុងយុគសម័យទំនើបនេះ ជាមេរៀនដ៏ជោគជ័យបំផុតមួយដែលចាប់ឫសគល់ចេញពីការបញ្ចប់របបប្រល័យពូជសាសន៍ ការបញ្ចប់សង្គ្រាម ការផ្សះផ្សារជាតិ ការកសាងមូលដ្ឋានរឹងមាំនៃសន្តិភាពនិងស្ថេរភាព និងការអភិវឌ្ឍសេដ្ឋកិច្ច។ នៅក្រោយពេលដែលសន្តិភាពត្រូវបានកើតឡើងដោយបរិបូរណ៍នៅឆ្នាំ១៩៩៨ កម្ពុជាទទួលកំណើនសេដ្ឋកិច្ចខ្ពស់ គឺប្រមាណ៨%ក្នុងមួយឆ្នាំ។ លើសពីនេះទៀតអត្រានៃភាពក្រីក្រត្រូវបានកាត់បន្ថយពីប្រមាណ៥៣%នៅឆ្នាំ២០០៤មកនៅទាបជាង១០% នៅឆ្នាំ២០១៩។ ដំណើរនៃការអភិវឌ្ឍជាតិជាសកម្មភាពដែលបន្តទៅមុខជាប់ជានិច្ច ហើយគោលនយោបាយថ្មីៗដែលមានលក្ខណៈអន្តរវិស័យគ្របដណ្តប់ ក៏កំពុងលេចរូបរាងឡើងដើម្បីតម្រង់ទិសកម្ពុជាឆ្ពោះទៅកាន់ប្រទេសមានប្រាក់ចំណូលមធ្យមកម្រិតខ្ពស់នៅឆ្នាំ២០៣០ និងឈានឡើងជាប្រទេសមានប្រាក់ចំណូលខ្ពស់ នៅឆ្នាំ២០៥០។ ការប្រែប្រួលឆាប់រហ័សនៃនិម្មាបនកម្មពិភពលោក និងតំបន់រួមទាំងទំនាក់ទំនងភូមិសាស្ត្រនយោបាយ បានផ្តល់កាលានុវត្តភាពសម្រាប់ការអភិវឌ្ឍឧស្សាហកម្មនៅកម្ពុជា ដែលត្រូវបានរាជរដ្ឋាភិបាលចាត់ទុកជាមូលដ្ឋានគ្រឹះនៃកំណើនសេដ្ឋកិច្ចកម្ពុជា។ រាជរដ្ឋាភិបាលកម្ពុជាបានកំពុងបន្តពង្រឹង និងអភិវឌ្ឍវិស័យអប់រំឆ្ពោះទៅរកការស្រាវជ្រាវ និងនវានុវត្តន៍ដើម្បីពង្រឹងសមត្ថភាពនិងជំនាញរបស់ធនធានមនុស្សនៅកម្ពុជាឱ្យស្របទៅនឹងបរិបទថ្មីនៃការអភិវឌ្ឍ ជាពិសេសការពង្រឹងសហគ្រិនភាពក្នុងការរៀបចំម៉ូដែលធុរកិច្ចថ្មីៗ។ ដើម្បីចាប់យកកាលានុវត្តភាពពីបដិវត្តន៍ឧស្សាហកម្មទី៤ និងសេដ្ឋកិច្ចឌីជីថលដែលកំពុងផុសផុលឡើង ប្រព័ន្ធអេកូឡូស៊ីដែលបង្កលក្ខណៈអំណោយផលដល់ការបង្កើតថ្មី នវានុវត្តន៍ ការស្រាវជ្រាវ និងអភិវឌ្ឍន៍ ត្រូវតែមានការកែលម្អ។

បណ្តាប្រទេសនៅទ្វីបអាស៊ីកំពុងនាំមុខក្នុងការវិនិយោគលើការស្រាវជ្រាវនិងអភិវឌ្ឍ ដោយមានភាគហ៊ុនប្រមាណ៤៤% នៃការវិនិយោគទាំងមូលរបស់ពិភពលោក។ ប្រទេសចិនកំពុងបន្តកសាងហេដ្ឋារចនាសម្ព័ន្ធនៃការវិនិយោគលើការស្រាវជ្រាវនិងអភិវឌ្ឍ ក៏ដូចជាសមត្ថភាពមនុស្ស។ ផ្ទុយទៅវិញ ប្រទេសនៅទ្វីបអាមេរិកខាងត្បូង និងអាហ្វ្រិក កំពុងស្ថិតនៅឆ្ងាយពីការវិនិយោគនេះ ហើយជាលទ្ធផល ប្រទេសទាំងនោះក៏ពុំមានកំណើនសេដ្ឋកិច្ចគួរឱ្យកត់សម្គាល់ដែរ។ ទុនវិនិយោគសរុបលើការស្រាវជ្រាវនិងអភិវឌ្ឍរបស់ប្រទេសនៅទ្វីបអាមេរិកខាងត្បូងនិងអាហ្វ្រិក មានប្រមាណ៥%នៃការវិនិយោគទាំងមូលរបស់ពិភពលោក ក្នុងពេលដែលតំបន់ទាំង២នេះមានប្រជាជនប្រមាណ២០%នៃប្រជាជនពិភពលោក។ ប្រទេសចំនួន៦ដែលមានលំដាប់ខ្ពស់ជាងគេនៅក្នុងការវិនិយោគលើការស្រាវជ្រាវនិងអភិវឌ្ឍ រួមមានសហរដ្ឋអាមេរិក ចិន ជប៉ុន អាល្លឺម៉ង់ ឥណ្ឌា និងកូរ៉េខាងត្បូង ដែលស្មើនឹងប្រមាណ៧០%នៃទុនវិនិយោគសរុបរបស់ពិភពលោក។

តើចំណេះដឹង ផលិតផល និងសេវាកម្មថ្មីទាំងនេះកើតឡើងពីអ្វី? ហើយកើតឡើងដោយរបៀបណា? ព្រះរាជាណាចក្រកម្ពុជាកំពុងតែកសាងមូលដ្ឋានសម្រាប់ការត្រៀមខ្លួនទទួល និងប្រកួតប្រជែងក្នុងយុគសម័យបដិវត្តឧស្សាហកម្មទី៤ នៅក្នុងសេដ្ឋកិច្ចដែលផ្អែកលើពុទ្ធិ ហើយដែលប្រការ

នេះចាំបាច់តម្រូវឱ្យពលរដ្ឋកម្ពុជា ត្រូវក្លាយខ្លួនជាពលរដ្ឋឌីជីថល ពលរដ្ឋសកល និងពលរដ្ឋដែលប្រកបដោយការទទួលខុសត្រូវ ដែលមានសមត្ថភាពក្នុងការផលិត ចែកចាយ និងប្រើប្រាស់ពុទ្ធិដើម្បីទទួលមនុញ្ញផល និងរួមចំណែកក្នុងកំណើន។ ធនាគារពិភពលោកបានធ្វើការកត់សម្គាល់តាំងពីឆ្នាំ២០០២នូវបម្លាស់ប្តូរនៃមូលដ្ឋានសេដ្ឋកិច្ច ពីសេដ្ឋកិច្ចដែលពឹងផ្អែកលើកម្លាំងពលកម្ម និងធនធានអតិកម្ម (Labour and Resource Based Economy) ទៅកាន់សេដ្ឋកិច្ចដែលពឹងផ្អែកលើពុទ្ធិ (Knowledge Based-Economy) ដែលក្នុងន័យនេះ ពុទ្ធិគឺជាគន្លឹះនៃការអភិវឌ្ឍ។ អាស្រ័យហេតុនេះ នៅលើគន្លងដែលកម្ពុជាកំពុងធ្វើដំណើរឆ្ពោះទៅកាន់សេដ្ឋកិច្ចឌីជីថល សង្គមកម្ពុជាត្រូវតែមានសមត្ថភាពក្នុងការ ផលិត ជ្រើសរើស បន្សុំ បង្កើតមុខរបរ និងប្រើប្រាស់ពុទ្ធិ ដើម្បីរក្សានិរន្តរភាពនៃកំណើន និងកែលម្អជីវភាពរស់នៅ។ សមត្ថភាពទាំងនេះ អាចកើតឡើងនៅពេលពលរដ្ឋកម្ពុជាមានឱកាសក្នុងការទទួលបានបទពិសោធន៍ពីការស្រាវជ្រាវ ការបណ្តុះគំនិតច្នៃប្រឌិត និងការស្វែងរកនវានុវត្តន៍។

កំណែទម្រង់វិស័យអប់រំ គឺជាការត្រួសត្រាយមាគ៌ាសម្រាប់ដំណើរឆ្ពោះទៅកាន់សង្គមប្រកបដោយពុទ្ធិ និងប្រជាពលរដ្ឋប្រកបដោយភាពរស់រវើក។ តាមរយៈមូលដ្ឋានអប់រំ សង្គមប្រកបដោយពុទ្ធិនឹងប្រមូលផ្តុំ បង្កើត និងចែករំលែក ទៅកាន់សមាជិកក្នុងសង្គមនូវសម្បទាអប់រំ ពិសេសគឺពុទ្ធិសម្បទាក្នុងបុព្វហេតុនៃមនុស្សជាតិនិងឧត្តមប្រយោជន៍នៃប្រទេស។ សង្គមប្រកបដោយពុទ្ធិ គឺពុំគ្រាន់តែជាសង្គមដែលសម្បូរព័ត៌មានប៉ុណ្ណោះទេ តែជាសង្គមដែលប្រជាពលរដ្ឋអាចធ្វើបរិវត្តកម្មពីព័ត៌មានទៅជាមូលធនប្រកបដោយប្រសិទ្ធភាព។ ការរីកចម្រើនទៅមុខជាលំដាប់នៃបច្ចេកវិទ្យានិងតំណភ្ជាប់ បានពង្រីកព្រំដែននៃការចូលទៅកាន់ និងការទទួលបានព័ត៌មានជាសកល ហើយដែលក្នុងន័យនេះ ការអប់រំនឹងបន្តវិវត្តទៅមុខនិងមានការផ្លាស់ប្តូរ។ សង្គមមួយដែលមានអំណាន និងរបាប់ជាបុរេលក្ខខណ្ឌនៃជីវភាពប្រចាំថ្ងៃនៃប្រជាពលរដ្ឋ ពេលនោះបំណិននៃអំណាន និពន្ធ និងការគណនាលេខនព្វន្ត គឺជាចលករនៃការរៀនរបស់សិស្ស។ ជាតុដ៏ចម្បងមួយដែលស្ថិតនៅក្នុងការកសាងសង្គមដែលប្រកបដោយពុទ្ធិគឺសៀវភៅសិក្សា ហើយការរៀបរៀង និពន្ធ និងកែលម្អសៀវភៅសិក្សាជាប្រចាំ គឺជានវានុវត្តន៍នៃវិស័យអប់រំដែលនាំទៅរកការសិក្សាពេញមួយជីវិត ការអភិវឌ្ឍសម្បទាអប់រំ និងការចែករំលែកចំណេះដឹង។ មូលដ្ឋានអប់រំ ជាពិសេសគឺគ្រឹះស្ថានឧត្តមសិក្សាត្រូវមានតួនាទីដែលប្រកបដោយការឆ្លើយតបចំពោះតម្រូវការខាងលើនេះ។ សាស្ត្រាចារ្យ អ្នកស្រាវជ្រាវ និងបុគ្គលិកអប់រំត្រូវបន្តសិក្សាជាប់ជានិច្ចតាមរយៈការរៀបរៀង និពន្ធ និងកែលម្អសៀវភៅសិក្សា ហើយដែលសៀវភៅសិក្សាទាំងនេះនឹងក្លាយជា ស្ពាននៃទំនាក់ទំនងរវាងនវានុវត្តន៍នៃបច្ចេកវិទ្យា និងការរៀននិងបង្រៀននៅក្នុងថ្នាក់រៀន។

សង្គមដែលប្រកបពុទ្ធិ ក៏ជាសង្គមដែលបណ្តុះឱ្យមានរចនាសម្ព័ន្ធទន់នៃសេដ្ឋកិច្ចដែលពឹងផ្អែកលើពុទ្ធិដែរ។ ឧទាហរណ៍ជាក់ស្តែងនៃបែបផែននេះរួមមាន Silicon Valley នៃសហរដ្ឋអាមេរិក សួនឧស្សាហកម្មវិស្វកម្មអាកាសយានយន្តនិងយានយន្តនៅទីក្រុង Munich ប្រទេសអាល្លឺម៉ង់ តំបន់ជីវបច្ចេកវិទ្យានៅក្រុង Hyderabad ប្រទេសឥណ្ឌា តំបន់ផលិតគ្រឿងអេឡិចត្រូនិក និងសារគមនាគមន៍ ឌីជីថលនៅទីក្រុង Seoul ប្រទេសកូរេខាងត្បូង ក៏ដូចជាសួនឧស្សាហកម្មថាមពល និង

ផន្ទនគីមីសាស្ត្រនៃប្រទេសប្រេស៊ីល ហើយក៏នៅមានទីក្រុងនៃប្រទេសជាច្រើនទៀតនៅលើពិភពលោក លក្ខណៈសម្បត្តិនៃទីក្រុងទាំងនេះគឺការប្រើប្រាស់និន្នាការនៃការអភិវឌ្ឍដែលជំរុញ និងតម្រង់ទិសដោយចំណេះដឹង ហើយដែលចំណេះដឹងទាំងនោះកើតចេញជាដំបូងពីការវិនិយោគទៅលើគ្រឹះស្ថានឧត្តមសិក្សា ស្ថាប័នស្រាវជ្រាវ មជ្ឈមណ្ឌលឧត្តមភាពនៃជំនាញជាន់ខ្ពស់ ការប្រកួតប្រជែងដោយគុណាធិបតេយ្យ និង ជាពិសេសគឺការបណ្ដុះវប្បធម៌អំណាននិងនិពន្ធសៀវភៅ។ ល្បឿននៃការរីកចម្រើនផ្នែកពុទ្ធិ និងបច្ចេកវិទ្យាកំពុងមានសន្ទុះលឿនជាងអ្វីដែលសិស្ស និងនិស្សិតអាចទទួលបានពីគ្រូនៅគ្រឹះស្ថានសិក្សា ដែលធ្វើឱ្យគោលដៅនៃការអប់រំនៅពេលបច្ចុប្បន្ននេះ មានការប្រឈមខ្លាំងជាងពេលណាទាំងអស់។ ឧទាហរណ៍ ក្នុងមួយឆ្នាំ មានសៀវភៅជាង២,២លានចំណងជើង ត្រូវបានសរសេរ និងបោះពុម្ព ដែលក្នុងនោះប្រទេសចិនមាន៤៤០ពាន់ ចំណែកឯសហរដ្ឋអាមេរិកមាន ៣០៥ ពាន់ និងប្រទេសរុស្ស៊ីមាន ១២០ពាន់ចំណងជើង។

ខណៈពេលដែលបច្ចេកវិទ្យាកំពុងរីកចម្រើនជារៀងរាល់ថ្ងៃ មធ្យោបាយសម្រាប់អំណានក៏មានច្រើនជម្រើសសម្រាប់សិស្ស និស្សិត និងសាធារណៈជនរួមមានការអានសៀវភៅ ការអានលើឧបករណ៍អេឡិចត្រូនិក ការអានដោយប្រើទូរសព្ទវៃឆ្លាត និងការអានលើកុំព្យូទ័រ ដែលសុទ្ធសឹងជាមធ្យោបាយសំខាន់ៗដែលនាំអ្នកអានទាំងឡាយឱ្យសម្រេចគោលបំណងអានរបស់ខ្លួន។ ម្យ៉ាងវិញទៀត អំណានដោយប្រើមធ្យោបាយបច្ចេកវិទ្យាទំនើប ចំណាយពេលតិច ងាយស្រួលអាន និងជួយដល់បរិស្ថានមួយកម្រិតទៀត។ នាពេលបច្ចុប្បន្ន សិស្ស និស្សិត និងសាធារណៈជនកម្ពុជាដែលស្រឡាញ់អំណានកំពុងតែប្រើប្រាស់មធ្យោបាយអំណានទាំងនេះ។ បើយើងក្រឡេកមើលទៅប្រទេសជឿនលឿន ទោះបីជាបច្ចេកវិទ្យារីកចម្រើនខ្លាំងយ៉ាងណា អំណានតាមរយៈសៀវភៅនៅតែមានសន្ទុះដដែល។ ម្យ៉ាងវិញទៀត បច្ចេកវិទ្យាអានបែបទំនើបតាមរយៈឧបករណ៍ទំនើប អាស្រ័យលើលទ្ធភាពនៃធនធានអប់រំឌីជីថល និងមាតិកាឌីជីថលគ្រប់គ្រាន់ដែលបានផលិត និងបង្ហោះចែកចាយសម្រាប់អំណាន។

ក្នុងបរិបទកម្ពុជា ជាពិសេសក្នុងបរិការណ៍នៃការផ្ទុះរីករាលដាលនៃជំងឺកូវីដ-១៩ ក្រសួងអប់រំ យុវជន និងកីឡា បានជំរុញឱ្យមានបរិវត្តកម្មឌីជីថលនៅក្នុងអេកូស៊ីស្ដែមនៃការអប់រំ ជាពិសេសការអប់រំតាមប្រព័ន្ធអេឡិចត្រូនិកនិងការអប់រំពីចម្ងាយដើម្បីលើកកម្ពស់អំណានតាមរយៈការផលិតមាតិកាឌីជីថលដែលមានភាពចំរុះ ការកសាងសមត្ថភាពផ្នែកតំណភ្ជាប់និងវេទិកាឌីជីថល ការពង្រីកវិសាលភាពនៃមជ្ឈមណ្ឌលទិន្នន័យ និងការលើកកម្ពស់គុណភាពនៃការផលិតធនធានអប់រំឌីជីថល គួបផ្សំជាមួយការចែកសន្លឹកកិច្ចការឱ្យសិស្សយកទៅរៀននៅផ្ទះ និងការចុះទៅជួបជាមួយសិស្សជាបណ្ដុំនៅតាមសហគមន៍។ ក្នុងន័យលើកកម្ពស់អំណាន និងភាពសម្បូរបែបនៃធនធានសៀវភៅសិក្សាឱ្យកាន់តែមានប្រសិទ្ធភាពនិងភាពសក្តិសិទ្ធិ និងផ្តល់ឱកាសអំណានកាន់តែច្រើនថែមទៀតដល់សិស្សានុសិស្ស និស្សិត និងសាធារណៈជន ក្រសួងអប់រំ យុវជន និងកីឡាលើកទឹកចិត្តនូវចំណុចមួយចំនួនដូចខាងក្រោម៖

1. សាស្ត្រាចារ្យ អ្នកស្រាវជ្រាវ និងបុគ្គលិកអប់រំ សូមបន្តនិងបង្កើនការបោះពុម្ពផ្សាយបន្ថែមទៀត ដើម្បីធ្វើឱ្យធនធានសម្រាប់អំណានកាន់តែសម្បូរបែប ជាពិសេសធនធានអំណានជាខេមរភាសា
2. គ្រឹះស្ថានឧត្តមសិក្សា សូមផ្តល់លទ្ធភាពគ្រប់បែបយ៉ាង ដើម្បីឱ្យបុគ្គលិកអប់រំគ្រប់លំដាប់ថ្នាក់ និង និស្សិតគ្រប់កម្រិតសិក្សាអាចចូលរួមអាន និងសិក្សាស្រាវជ្រាវតាមគ្រប់លទ្ធភាពជាមួយធនធានអំណាន ជាពិសេសការរៀបចំឱ្យមានពេលវេលាសម្រាប់សហសិក្សា និងអំណានក្នុងបណ្ណាល័យ
3. សាស្ត្រាចារ្យតាមមុខវិជ្ជា និងអ្នកស្រាវជ្រាវតាមជំនាញឬវិស័យ ត្រូវរៀបចំដំណើរការរៀនបង្រៀន និងស្រាវជ្រាវដែលមានដាក់បញ្ចូលកិច្ចការស្វ័យសិក្សា សហសិក្សា ឬការស្រាវជ្រាវបណ្ណាល័យដែលតម្រូវឱ្យនិស្សិត ត្រូវអាននិងស្រាវជ្រាវជាមួយធនធានអំណាន
4. គ្រឹះស្ថានឧត្តមសិក្សា និងមជ្ឈមណ្ឌលស្រាវជ្រាវ ត្រូវខិតខំឱ្យអស់លទ្ធភាពក្នុងការបង្កើតបណ្ណាល័យ មជ្ឈមណ្ឌលរក្សាឯកសារ ឬមជ្ឈមណ្ឌលអប់រំឌីជីថល ជាដើម ដើម្បីឱ្យបុគ្គលិកអប់រំគ្រប់លំដាប់ថ្នាក់និងនិស្សិតគ្រប់កម្រិតសិក្សា អាចទទួលបាន និងស្វែងរកប្រភពសម្រាប់អំណាន កាន់តែសម្បូរបែប និងមានភាពបត់បែន ឆ្លើយតបតាមតម្រូវការអ្នកអាន
5. និស្សិតគ្រប់កម្រិតសិក្សា ត្រូវខិតខំនិងចំណាយពេលអាន និងចាត់ទុកវប្បធម៌ និងអកប្បកិរិយាអំណានជាផ្នែកមួយ នៃពេលវេលានិងភាពស៊ីវិល័យនៃជីវិតប្រចាំថ្ងៃ
6. បងប្អូនជនរួមជាតិ ដែលជាមាតាបិតា ឬអ្នកអាណាព្យាបាល សូមជួយជំរុញនិងបង្កលក្ខណៈកាន់តែ ច្រើនថែមទៀត ជាពិសេសការលៃលកចំណាយនៅក្នុងគ្រួសារសម្រាប់ការទិញសម្ភារៈសិក្សា សៀវភៅអាន និងឧបករណ៍សម្រាប់អំណានដល់កូនៗ ដែលចាត់ទុកជាការវិនិយោគមួយដ៏សំខាន់ សម្រាប់ បង្កើនចំណេះដឹង និងអនាគតរបស់ពួកគេ។

ដោយមានការគាំទ្រពីក្រសួងសេដ្ឋកិច្ច និងហិរញ្ញវត្ថុ នៅឆ្នាំ២០២០ ក្រសួងអប់រំ យុវជន និងកីឡា បានបង្កើតមូលនិធិស្រាវជ្រាវ គំនិតច្នៃប្រឌិត និងនវានុវត្តន៍ ដែលហៅកាត់ថា“មូលនិធិ ស.គ.ន” និងហៅជាភាសាអង់គ្លេសថា The Research Creativity and Innovation Fund ដែលហៅកាត់ជាភាសាអង់គ្លេសថា “RCI Fund”។ គោលដៅចម្បងនៃមូលនិធិនេះ គឺរួមចំណែកលើកកម្ពស់វប្បធម៌នៃការស្រាវជ្រាវ បំផុសគំនិតច្នៃប្រឌិត និងជំរុញការធ្វើនវានុវត្ត ដើម្បីជាប្រយោជន៍ដល់វិស័យអប់រំ យុវជន និងកីឡា ដែលឆ្លើយតបទៅនឹងទីផ្សារពលកម្ម និងសាកលភាវូបនីយកម្ម។ មូលនិធិ ស.គ.ន បានសម្រេចកំណត់ប្រធានបទ ជាអាទិភាពសម្រាប់ការគាំទ្រដោយមូលនិធិចំនួន៣ រួមមាន ឌីជីថលនីយកម្មសម្រាប់បដិវត្តឧស្សាហកម្ម៤.០ (Digitalization for IR.4.0) ការស្រាវជ្រាវអនុវត្តលើវិស័យកសិកម្ម (Applied Agricultural Research) និងការស្រាវជ្រាវគរុកោសល្យសតវត្សទី២១ (21st Century Pedagogy Research)។

ដោយមានការធ្វើអាទិភាពូបនីយកម្មទៅលើទិសដៅនៃការប្រើប្រាស់ថវិកាមូលនិធិសម្រាប់ឆ្នាំ២០២០ ក្រសួងសេដ្ឋកិច្ច និងហិរញ្ញវត្ថុ និងក្រសួងអប់រំ យុវជន និងកីឡា បានផ្តល់ការគាំទ្រ

ដល់ការ**រៀបរៀង និពន្ធ និងកែលម្អ សៀវភៅសិក្សា(Text book) ដែលនឹងត្រូវប្រើប្រាស់នៅកម្រិតឧត្តមសិក្សា**។ គោលបំណងនៃការរៀបរៀង និពន្ធ និងកែលម្អ សៀវភៅសិក្សានៅកម្រិតឧត្តមសិក្សា គឺដើម្បីបង្កើនបរិមាណ លើកកម្ពស់គុណភាព និងពង្រីកសមធម៌នៃធនធានសិក្សាជាខេមរភាសាជូនដល់និស្សិតដែលកំពុងបន្តការសិក្សា និងត្រៀមខ្លួនធ្វើការស្រាវជ្រាវនៅកម្រិតឧត្តមសិក្សា។ លើសពីនេះទៀតការរៀបរៀង និពន្ធ និងកែលម្អសៀវភៅសិក្សានៅកម្រិតឧត្តមសិក្សា មានគោលដៅដូចខាងក្រោម ៖

- ឆ្លើយតបជាបន្ទាន់ចំពោះការខ្វះខាតធនធានសិក្សា ដែលជាតម្រូវការសិក្សារបស់និស្សិតនៅកម្រិតឧត្តមសិក្សា
- លើកកម្ពស់ទំនើបភាវូបនីយកម្ម និងឧត្តមានុវត្តន៍នៃការរៀននិងបង្រៀន និងការស្រាវជ្រាវនៅលើមុខវិជ្ជា កម្មវិធីសិក្សា ឬមុខជំនាញជាក់លាក់
- បង្កើនភាពស៊ីជម្រៅក្នុងការកសាងវិជ្ជាជីវៈនិងបទពិសោធន៍សម្រាប់ឋានៈសាស្ត្រាចារ្យ និងអ្នកស្រាវជ្រាវ
- រួមចំណែកដល់ការកសាងភាពជាសហគមន៍វិជ្ជាជីវៈ ការចែករំលែកបទពិសោធន៍ និងវប្បធម៌នៃការរៀបរៀង និពន្ធ និងកែលម្អសៀវភៅសិក្សានៅកម្រិតឧត្តមសិក្សា។

ក្រសួងអប់រំ យុវជន និងកីឡា បានវាយតម្លៃខ្ពស់ចំពោះការបោះជំហានប្រកបដោយមនសិការវិជ្ជាជីវៈនៃគ្រឹះស្ថានឧត្តមសិក្សា និងបុគ្គលិកអប់រំទាំងអស់ ក្នុងការរៀបចំ រៀបរៀង និពន្ធ និងកែលម្អសៀវភៅសិក្សា ដើម្បីបង្កើនបរិមាណ លើកកម្ពស់គុណភាព និងពង្រឹងសមធម៌នៃធនធានសិក្សាជាខេមរភាសា ជូននិស្សិតដែលកំពុងបន្តការសិក្សា និងត្រៀមខ្លួនធ្វើការស្រាវជ្រាវនៅកម្រិតឧត្តមសិក្សា។ សៀវភៅសិក្សាជាផ្នែកមួយនៃការទទួលស្គាល់គុណភាពអប់រំនៃគ្រឹះស្ថានឧត្តមសិក្សា និងជាធនធានសិក្សាដែលជាមូលដ្ឋានមួយដ៏សំខាន់ ក្នុងការគាំទ្រដល់ការបង្រៀន និងរៀន ហើយត្រូវមានបរិមាណគ្រប់គ្រាន់ ឆ្លើយតបទៅនឹងកម្មវិធីអប់រំ និងតម្រូវការសិក្សាស្រាវជ្រាវ។ ជាគោលការណ៍ គ្រឹះស្ថានឧត្តមសិក្សាទាំងអស់ ត្រូវមានសៀវភៅសិក្សាដែលប្រើជាគោលសម្រាប់មុខវិជ្ជានីមួយៗ។ ចំនួនសៀវភៅសិក្សាដែលគ្រប់គ្រាន់សម្រាប់ការស្រាវជ្រាវ និងការសិក្សារបស់និស្សិត ត្រូវមានយ៉ាងតិចមួយចំណងជើងក្នុងមួយមុខវិជ្ជា ហើយត្រូវតម្កល់យ៉ាងតិច២ច្បាប់ នៅក្នុងបណ្ណាល័យ ឬអាចរកបានតាមប្រព័ន្ធអេឡិចត្រូនិក។ ក្រសួងអប់រំ យុវជន និងកីឡា លើកទឹកចិត្តបន្ថែមទៀតជូនដល់គ្រឹះស្ថានឧត្តមសិក្សារដ្ឋ និងឯកជនដែលបានស្នើសុំថវិកាមូលនិធិរួច សូមចូលរួមបន្ថែមទៀតដើម្បីបង្កើនចំនួនចំណងជើងសៀវភៅ។ ចំណែកគ្រឹះស្ថានឧត្តមសិក្សារដ្ឋនិងឯកជនដែលពុំទាន់បានដាក់ពាក្យស្នើសុំ សូមចូលរួមដើម្បីជាគុណប្រយោជន៍ដល់តម្រូវការដ៏ទទូច និងថ្លៃថ្លានៃនិស្សិតកម្ពុជាក្នុងការសិក្សា និងស្រាវជ្រាវនៅកម្រិតឧត្តមសិក្សា។

សេចក្តីបញ្ជាក់
នៃមូលនិធិការស្រាវជ្រាវ គំនិតច្នៃប្រឌិត និងនវានុវត្តន៍

សៀវភៅសិក្សានេះជាលទ្ធផលនៃការស្នើសុំអនុវត្តថវិកាមូលនិធិការស្រាវជ្រាវ គំនិតច្នៃប្រឌិត និងនវានុវត្តន៍ ក្នុងគម្រោង**រៀបរៀង និពន្ធ និងកែលម្អសៀវភៅសិក្សា ដែលនឹងត្រូវប្រើប្រាស់នៅកម្រិតឧត្តមសិក្សា។** សៀវភៅសិក្សានេះ ត្រូវបានរៀបរៀង និពន្ធ ឬកែលម្អដោយមានការធានាអះអាងថាជាស្នាដៃរបស់អ្នកនិពន្ធផ្ទាល់ និងបានឆ្លងកាត់ត្រួតពិនិត្យ ផ្តល់យោបល់ និងវាយតម្លៃដោយក្រុមប្រឹក្សាអប់រំ ក្រុមប្រឹក្សាស្រាវជ្រាវ ឬក្រុមប្រឹក្សាដែលមានតម្លៃស្មើនៃគ្រឹះស្ថានឧត្តមសិក្សា និងតាមរយៈកិច្ចសន្យាដែលបានធ្វើឡើង និងដែលបានតម្កល់ទុកនៅមូលនិធិការស្រាវជ្រាវ គំនិតច្នៃប្រឌិត និងនវានុវត្តន៍។ រាល់ខ្លឹមសារ ការបកស្រាយ និងរូបភាព គឺជាជំហរនិងទស្សនៈផ្ទាល់របស់អ្នកនិពន្ធ ហើយ ពុំឆ្លុះបញ្ចាំង ឬជាតំណាងដល់មូលនិធិការស្រាវជ្រាវ គំនិតច្នៃប្រឌិត និងនវានុវត្តន៍ នៃក្រសួងអប់រំ យុវជន និងកីឡា ឡើយ។

មាតិកា

បុព្វកថា iii
សេចក្ដីបញ្ជាក់ viii
អារម្ភកថា xiv
សេចក្ដីថ្លែងអំណរគុណ xv
ការបរិយាយលើមុខវិជ្ជា xvi
មូលន័យសង្ខេប xvii
មេរៀនទី១ សញ្ញាណដំបូងនៃរូបធរណីមាត្រ 1
១. សញ្ញាណរូបធរណីមាត្រ 1
១.១. សញ្ញាណទូទៅនៃរូបធរណីមាត្រ 1
១.២. ចំណុច 1
១.៣. បន្ទាត់ 2
១.៤. កន្លះបន្ទាត់ 3
១.៥. ប្លង់ 4
២. អង្កត់ 5
២.១. សំណង់អង្កត់ 5
២.២. ប្រៀបធៀបអង្កត់ពីរ 6
២.៣ វិធីបូក និងដកអង្កត់ 7
២.៤. គុណ ចែកអង្កត់នឹងមួយចំនួន 8
មេរៀនទី២ មុំ 13
២.១. សញ្ញាណមុំ 13
២.១.១. សញ្ញាណទូទៅនៃមុំ 13
២.១.២. ប្រភេទនៃមុំ 14
២.១.៣. ឯកតាមុំ 15
២.២. ឧបករណ៍វាស់មុំ 16
២.២.១. វាស់ និងសង់មុំដោយប្រើរ៉ាប៉ទ័រ 17
២.២.២. សង់មុំដោយប្រើដែកឈាន 19
២.៣. ប្រមាណវិធីលើមុំ 20
២.៣.១. មុំជាប់ 20
មេរៀនទី៣ បន្ទាត់ស្រប បន្ទាត់កែង 27
៣.១. សញ្ញាណ បន្ទាត់ស្រប 27
៣.២. សញ្ញាណនៃបន្ទាត់កែង 27

៣.៣. លក្ខណៈនៃបន្ទាត់ស្រប 28
៣.៤. លក្ខណៈនៃបន្ទាត់កែង 29
៣.៥. សំណង់បន្ទាត់ស្រប និងបន្ទាត់កែង ដោយប្រើបន្ទាត់កែង និងដែកឈាន 29
៣.៥.១. សំណង់បន្ទាត់កែងនឹងបន្ទាត់មួយ 29
៣.៥.២. សំណង់បន្ទាត់ស្របដោយប្រើបន្ទាត់កែង 29
៣.៦. មុំផ្ចុំដោយបន្ទាត់ពីរ និងខ្នាត់មួយ 30
៣.៧. មុំផ្ចុំដោយប្រើបន្ទាត់ស្របពីរខ្នាត់មួយ 31
៣.៨. មុំមានជ្រុងត្រូវគ្នាស្របរៀងគ្នា 33
៣.៩. មុំមានជ្រុងត្រូវគ្នា កែងរៀងគ្នា 34
មេរៀនទី៤ រូបធរណីមាត្រដែលមានវិមាត្រពីរ 38
៤.១. ពហុកោណ 38
៤.១.១. សញ្ញាណពហុកោណ 38
៤.១.២. ប្រភេទនៃពហុកោណប៉ោង 38
៤.២. ត្រីកោណ 39
៤.២.១. និយមន័យ 39
៤.២.២. លក្ខណៈទូទៅនៃត្រីកោណ 39
៤.២.៣. ប្រភេទត្រីកោណ 41
៤.២.៤. ផលបូកមុំក្នុងនិងមុំក្រៅនៃត្រីកោណ 43
៤.២.៥. សំណង់ត្រីកោណ 45
៤.៣. ចតុកោណ 46
៤.៣.១. សញ្ញាណចតុកោណ និងលក្ខណៈទូទៅនៃចតុកោណ 46
៤.៣.៣. ប្រភេទចតុកោណប៉ោង 47
៤.៤. ចតុកោណកែង 47
៤.៤.១. សញ្ញាណ 47
៤.៤.២. លក្ខណៈ 48
៤.៤.៣. សំណង់ចតុកោណកែង 49
៤.៥. ការេ 49
៤.៥.១. និយមន័យ 49
៤.៥.២. លក្ខណៈការេ 50
៤.៥.៣. សំណង់ការេ 50
មេរៀនទី៥ ភាពឆ្លុះ 53
៥. ភាពឆ្លុះធៀបនឹងចំណុច 53
៥.១. ភាពឆ្លុះធៀបនឹងចំណុច 53

៥.២. សំណង់ចំណុច M' ជាចំណុចឆ្លុះនៃ M ធៀបនឹង O 54
៥.៣. រូបឆ្លុះគ្នាធៀបនឹងចំណុច 54
៥.៣.១. បន្ទាត់ឆ្លុះគ្នាធៀបនឹងចំណុច 55
៥.៣.២. អង្កត់ឆ្លុះគ្នាធៀបនឹងចំណុច 56
៥.៣.៣. មុំឆ្លុះគ្នាធៀបនឹងចំណុច 56
៥.៤. ភាពឆ្លុះធៀបនឹងបន្ទាត់ 57
៥.៤.១. ចំណុចឆ្លុះធៀបនឹងបន្ទាត់ 57
៥.៤.២. សង់ចំណុច A' ឆ្លុះចំណុច A ធៀបនឹងបន្ទាត់ d 58
៥.៥. រូបឆ្លុះគ្នាធៀបនឹងបន្ទាត់ 58
៥. អ័ក្សឆ្លុះនៃរូបធរណីមាត្រប្លង់ 60
៥.១. រូបដែលមានអ័ក្សឆ្លុះ 60
មេរៀនទី៦ ការប្រៀបធៀបត្រីកោណ 63
៦.១. ត្រីកោណប៉ុនគ្នា 63
៦.១.១. និយមន័យ នៃត្រីកោណប៉ុនគ្នា 63
៦.១.២. លក្ខខណ្ឌនៃត្រីកោណប៉ុនគ្នា 64
៦.១.៣. លក្ខខណ្ឌចំពោះត្រីកោណកែងប៉ុនគ្នា 68
៦.២. មេដ្យាទ័រនៃអង្កត់ និងត្រីកោណសមបាត 72
៦.២.១. លក្ខណៈមេដ្យាទ័រ នៃអង្កត់ 72
៦.២.២. លក្ខណៈត្រីកោណសមបាត 72
៦.៣. វិសមភាពក្នុងត្រីកោណ 73
៦.៣.១. វិសមភាពចំពោះជ្រុងនិងមុំនៃត្រីកោណមួយ 73
៦.៣.២. វិសមភាពត្រីកោណ 74
៦.៤. ប្រៀបធៀបអង្កត់ទ្រេត និងអង្កត់កែង-អង្កត់ទ្រេត និងអង្កត់ទ្រេត 76
៦.៤.១. អង្កត់កែង និងអង្កត់ទ្រេត 76
៦.៤.២. ប្រៀបធៀបអង្កត់ទ្រេតនិងអង្កត់កែង 77
៦.៤.៣. ប្រៀបធៀបអង្កត់ទ្រេតនិងអង្កត់ទ្រេត 77
មេរៀនទី៧ ទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រ 84
៧.១. ទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រ 84
៧.២. អនុវត្តន៍ទ្រឹស្តីបទ 86
៧.២.១. អនុវត្តន៍ដើម្បីគណនារង្វាស់ជ្រុង 86
៧.៣. អនុវត្តក្នុងជីវភាពរស់នៅ 88
មេរៀនទី៨ ទ្រឹស្តីបទតាលែស 91
៨.១. បន្ទាត់ស្រប និងខ្នាត់ 91

៨.២. ទ្រឹស្តីបទតាលែស 92
មេរៀនទី៩ ត្រីកោណដូចគ្នា 95
៩.១. ត្រីកោណដូចគ្នា និង ករណីដំណូច 95
៩.១.១. សញ្ញាណ 95
៩.១.២. ករណីដំណូចទី១ 97
៩.២. ទំនាក់ទំនងមាឌក្នុងត្រីកោណកែង 102
មេរៀនទី១០ រង្វង់ 109
១០.១. សញ្ញាណរង្វង់ 109
១០.២. ទីតាំងចំណុចធៀបនិងរង្វង់ 110
១០.២.១. ចំណុចមួយ 110
១០.២.២. ចំណុចពីរ 110
១០.២.៣. ចំណុចបី 110
១០.៣. ទីតាំងបន្ទាត់ធៀបនិងរង្វង់ 111
១០.៤. លក្ខណៈមុំ និង ធ្នូ 115
១០.៤.១. ចារឹកក្នុងរង្វង់និងធ្នូ 115
១០.៤.២. មុំចារឹកក្នុងរង្វង់ស្កាត់ធ្នូតែមួយ 115
១០.៤.៣ មុំផ្ចិតនិងមុំចារឹកក្នុងរង្វង់ 116
មេរៀនទី១១ ពហុកោណ 118
១១.១. និយមន័យ 118
១១.២. ផលបូកមុំក្នុងនៃពហុកោណ 120
១១.៣. ផលបូករង្វាស់មុំក្រៅនៃពហុកោណ 122
១១.៤. រង្វាស់មុំនៃពហុកោណនិយ័ត 124
មេរៀនទី១២ ពហុមុខ 128
១២.១. សញ្ញាណរូបធរណីមាត្រដែលមានបីវិមាត្រ 128
១២.២. ការគណនាផ្ទៃក្រឡានៃសូលីត 129
១២.២.១. ផ្ទៃក្រឡាប្រលេពីប៉ែតកែង និងផ្ទៃក្រឡាគូប 129
១២.៣. ផ្ទៃក្រឡាព្រីស 131
១២.៤ ផ្ទៃក្រឡាពីរ៉ាមីត 132
១២.៥. ការគណនាមាឌសូលីត 134
១២.៥.១. មាឌប្រលេពីប៉ែតកែង 134
១២.៥.២. មាឌគូប 136
១២.៦. មាឌព្រីស 137
១២.៧. មាឌពីរ៉ាមីត 139

មេរៀនទី១៣ សូលីត 144
១៣.១. ស្វ៊ែរ 144
១៣.២. ស៊ីឡាំង 144
១៣.២.១. មាឌស៊ីឡាំង 144
១៣.២.២. ផ្ទៃក្រឡាខាងស៊ីឡាំង 145
១៣.៤. ផ្ទៃក្រឡានៃសូលីត 147
១៣.៤.១. ផ្ទៃក្រឡាប្រលេពីប៉ែតកែង ផ្ទៃក្រឡាគូប 148
១៣.៤.២. ផ្ទៃក្រឡាព្រីស 150
១៣.៥. ផ្ទៃក្រឡាខាងព្រីសត្រង់ 151
១៣.៦. ផ្ទៃក្រឡាខាងនៃពីរ៉ាមីត 153
១៣.៧. ផ្ទៃក្រឡាខាងនៃកោណ 156
១៣.៨. ផ្ទៃក្រឡាខាងស្វ៊ែ 159
មេរៀនទី១៤ មាឌនៃសូលីត 164
១៤.១. មាឌនៃព្រីសត្រង់ 164
១៤.២. មាឌនៃស៊ីឡាំង 165
១៤.៣. មាឌនៃពីរ៉ាមីត 166
១៤.៤. មាឌនៃកោណ 167
១៤.៥. មាឌនៃស្វ៊ែ 169
ឯកសារយោង 172

អារម្ភកថា

សៀវភៅ មូលដ្ឋានគ្រឹះគណិតវិទ្យា បឋមភូមិ២ នេះត្រូវបានចងក្រងឡើងសម្រាប់គរុនិស្សិតផ្នែកគណិតវិទ្យា និងសាស្ត្រាចារ្យ ក៏ដូចជាអ្នកសិក្សាដែលស្រឡាញ់មុខវិជ្ជាគណិតវិទ្យា

សៀវភៅនេះអាចជួយឱ្យអ្នកអានទទួលបានចំណេះដឹងខាងទ្រឹស្តី វិភាគ និងការគណនាដែលជាមូលដ្ឋានគ្រឹះនៃគណិតវិទ្យាផ្នែកធរណីមាត្រ ។

ឯកសារគណិតវិទ្យានេះត្រូវបានចងក្រងពី សៀវភៅគណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី៧ បោះពុម្ពលើកទី១៤ ឆ្នាំ២០២០ សៀវភៅគណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី៨ បោះពុម្ពលើកទី១១ ឆ្នាំ២០២០ សៀវភៅគណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី៩ បោះពុម្ពលើកទី១១ ឆ្នាំ២០២០ សៀវភៅគណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី១០ បោះពុម្ពលើកទី១១ ឆ្នាំ ២០២០សៀវភៅណែនាំសម្រាប់គ្រូបង្រៀន គណិតវិទ្យាថ្នាក់ទី៧ ឆ្នាំ២០១៦ សៀវភៅណែនាំសម្រាប់គ្រូបង្រៀន គណិតវិទ្យាថ្នាក់ទី៨ ឆ្នាំ២០១៦ សៀវភៅណែនាំសម្រាប់គ្រូបង្រៀន គណិតវិទ្យាថ្នាក់ទី៩ ឆ្នាំ២០១៦ សៀវភៅគណិតវិទ្យាថ្នាក់ទី១០ ភាគ១ និងភាគ២ បោះពុម្ពឆ្នាំ២០០៨ សៀវភៅគណិតវិទ្យាថ្នាក់ទី១១ កម្រិតមូលដ្ឋាន និងកម្រិតខ្ពស់ បោះពុម្ពឆ្នាំ២០១២ សៀវភៅគណិតវិទ្យាថ្នាក់ទី១២ កម្រិតមូលដ្ឋាន និងកម្រិតខ្ពស់ បោះពុម្ពឆ្នាំ២០១៦ សៀវភៅសិក្សាគោលគណិតវិទ្យាកម្រិតថ្នាក់ទី១០ ដល់ថ្នាក់ទី១២ទាំងកម្រិតមូលដ្ឋាន និងកម្រិតខ្ពស់ ឯកសារបំប៉នគ្រូបង្រៀនកម្រិតមូលដ្ឋាន គណិតវិទ្យា ឆ្នាំ២០២០ និងឯកសារបរទេសផ្សេងៗបន្ថែមទៀត ដើម្បីបានជាឯកសារប្រើប្រាស់ជាឯកសារពិគ្រោះ និងបន្ថែមខ្លឹមសារឱ្យកាន់តែល្អប្រសើរ ។

យើងខ្ញុំសង្ឃឹមថាក្រោយពីអាន និងពិចារណាដោយយកចិត្តទុកដាក់គរុនិស្សិតពិតជាទទួលបានចំណេះដឹងលើមូលដ្ឋានគ្រឹះគណិតវិទ្យា បានទូលំទូលាយ និងឈានដល់ការសិក្សាគណិតវិទ្យាកាន់តែស៊ីជម្រៅបន្ថែមទៀត ។

យើងខ្ញុំក៏រីករាយនឹងទទួលមតិកែលម្អ និងអភិវឌ្ឍ គ្រប់បែបយ៉ាងពីសំណាក់គរុនិស្សិត និងអ្នកអានគ្រប់មជ្ឈដ្ឋានដើម្បីកែលម្អសៀវភៅនេះឲ្យបានកាន់តែប្រសើរឡើងនៅពេលបោះពុម្ពផ្សាយលើកក្រោយ។

សេចក្តីថ្លែងអំណរគុណ

ជាការពិតសៀវភៅ « មូលដ្ឋានគ្រឹះគណិតវិទ្យា បឋមភូមិ២ » ដែលលេចចេញជារូបរាងនៅពេលនេះគឺបានកើតឡើងពីការខិតខំ និងយកចិត្តទុកដាក់ចូលរួមពីភាគី និងស្ថាប័នពាក់ព័ន្ធជាច្រើន។

ខ្ញុំបាទសូមថ្លែងអំណរគុណយ៉ាងជ្រាលជ្រៅបំផុតដល់ភាគី និងស្ថាប័នពាក់ព័ន្ធទាំងអស់ដូចជា ៖

- ក្រសួងសេដ្ឋកិច្ច និងហិរញ្ញវត្ថុ ដែលបានគាំទ្រយ៉ាងពេញទំហឹងដល់ក្រសួងអប់រំ យុវជន និងកីឡាឱ្យបង្កើតមូលនិធិស្រាវជ្រាវ គំនិតច្នៃប្រឌិត និងនវានុវត្តន៍ ហៅកាត់ថា «មូលនិធិ ស.គ.ន»។

- ក្រសួងអប់រំ យុវជន និងកីឡាដែលបានបង្កើតមូលនិធិស្រាវជ្រាវ គំនិតច្នៃប្រឌិត និងនវានុវត្តន៍ ដែលហៅកាត់ថា «មូលនិធិ ស.គ.ន» ដើម្បីរួមចំណែកលើកកម្ពស់វប្បធម៌នៃការស្រាវជ្រាវ បំផុសគំនិតច្នៃប្រឌិត និងជំរុញការធ្វើនវានុវត្ត ដើម្បីជាប្រយោជន៍ដល់វិស័យអប់រំ យុវជន និងកីឡា ដែលឆ្លើយតបទៅនឹងទីផ្សារពលកម្ម និងសាកលភាវូបនីយកម្ម។

- មូលនិធិស្រាវជ្រាវ គំនិតច្នៃប្រឌិត និងនវានុវត្តន៍ ដែលបានគាំទ្រដល់ការរៀបរៀង និពន្ធ និងកែលម្អសៀវភៅសិក្សា (Text book) ដែលនឹងត្រូវប្រើប្រាស់នៅកម្រិតឧត្តមសិក្សា ដើម្បីបង្កើនបរិមាណ លើកកម្ពស់គុណភាព និងពង្រីកសមធម៌នៃធនធានសិក្សាជាខេមរភាសាជូនដល់និស្សិតដែលកំពុងបន្តការសិក្សា និងត្រៀមខ្លួនធ្វើការស្រាវជ្រាវនៅកម្រិតឧត្តមសិក្សា។

- ឯកឧត្តមបណ្ឌិតវិទ្យាស្ថានគរុកោសល្យបាត់ដំបង ដែលបានចាត់តាំងជាគណៈកម្មការនិពន្ធចូលរួមការរៀបរៀង និពន្ធ និងកែលម្អសៀវភៅនៅកម្រិតឧត្តមសិក្សានេះ។

- នាយកដ្ឋានបណ្តុះបណ្តាលដែលបានចាត់តាំងជាគណៈកម្មការនិពន្ធ និងគណៈកម្មការត្រួតពិនិត្យ លើស្នាដៃនៃការចូលរួមការរៀបរៀង និពន្ធ និងកែលម្អសៀវភៅនៅកម្រិតឧត្តមសិក្សានេះ។

- លោកប្រធាន នាយកដ្ឋានបណ្តុះបណ្តាលដែលព្រមព្រៀងទទួលសិទ្ធិជាតំណាងអ្នករៀបរៀងក្នុងការចាត់ចែង និងសម្របសម្រួលជាមួយក្រសួងអប់រំ យុវជន និងកីឡា ចុះហត្ថលេខាលើកិច្ចព្រមព្រៀង និងកិច្ចដំណើការទូទាត់ថវិកាតាមរយៈការស្នើសុំ និងទទួលថវិកា បោះពុម្ព និងផ្សព្វផ្សាយបន្តនូវស្នាដៃរៀបរៀង និពន្ធ និងកែលម្អរបស់អ្នករៀបរៀងក្នុងការរៀន និងបង្រៀនក្នុងគ្រឹះស្ថានសិក្សា និងប្រគល់សិទ្ធិស្របតាមការកំណត់នៃកិច្ចព្រមព្រៀង ស្តីពីការរៀបរៀង និពន្ធ និងកែលម្អសៀវភៅនៅកម្រិតឧត្តមសិក្សា ក្រោមការគាំទ្រនៃមូលនិធិស្រាវជ្រាវ គំនិតច្នៃប្រឌិត និងនវានុវត្តន៍។

- គ្រូឧទ្ទេសមុខវិជ្ជាគណិតវិទ្យានៃវិទ្យាស្ថាន..... ដែលបានផ្តល់មតិកែលម្អលើខ្លឹមសារ នៃមេរៀននីមួយៗឱ្យកាន់តែមានភាពសុក្រឹត និងមានលក្ខណៈវិទ្យាសាស្ត្រ។

ខ្ញុំបាទសង្ឃឹមថា សៀវភៅនេះនឹងឆ្លើយតបជាបន្ទាន់ចំពោះការខ្វះខាតធនធានសិក្សា ដែលជាតម្រូវការសិក្សារបស់សិស្ស និស្សិត នៅកម្រិតវិទ្យាល័យ និងឧត្តមសិក្សា។

ការបរិយាយលើមុខវិជ្ជា

ខ្លឹមសារមេរៀនដែលបានលើកឡើងក្នុងសៀវភៅនេះអាចជួយដោះស្រាយបញ្ហាក្នុងការបង្រៀន និងរៀនគណិតវិទ្យាដែលបង្កលក្ខណៈងាយស្រួលដល់គ្រូឧទ្ទេស គ្រូបង្រៀន គរុនិស្សិត គរុសិស្ស សិស្សានុសិស្សអាចយកសៀវភៅនេះជាឯកសារជំនួយ និងស្រាវជ្រាវសម្រាប់សាធារណៈជនទូទៅ ។ ជាមូលដ្ឋានគ្រឹះសម្រាប់ហ្វឹកហាត់គរុនិស្សិត សិស្សានុសិស្សបានសិក្សានូវរាល់ខ្លឹមសារស្របតាមកម្មវិធី ដែលធ្វើឱ្យមេរៀននីមួយៗមានទំនាក់ទំនងគ្នាពីមួយចំណុចទៅមួយចំណុច និងឈានទៅចាប់យកចំណេះដឹងដ៏សម្បូរបែបដែលជាយាន្តយ៉ាងសំខាន់ឆ្ពោះកាន់វឌ្ឍនៈភាពនៃគណិតវិទ្យា ។

សិក្សាលម្អិតលើកម្មវិធីដែលអាចឱ្យអ្នកសិក្សាចេះប្រើប្រាស់បានដូចជា៖ មេរៀន ឧទាហរណ៍ លំហាត់អនុវត្ត លំហាត់ស្រាវជ្រាវ លំហាត់វិភាគ លំហាត់ប្រតិបត្តិ រួមមានវិធីផ្សេងក្នុងការដោះស្រាយដោយវិភាគ ការគិតត្រិះរិះពិចារណា យកទៅប្រើប្រាស់ក្នុងតថភាពជាក់ស្តែង ជាដើម ។

មេរៀនមូលដ្ឋានគ្រឹះគណិតវិទ្យាបឋមភូមិ២ និងជួយឱ្យគរុនិស្សិតមានចំណេះដឹងមូលដ្ឋានគ្រឹះគណិតវិទ្យាទាំងទ្រឹស្តី វិភាគ និងការអនុវត្តដើម្បីងាយស្រួលក្នុងការសិក្សាមុខវិជ្ជាវិទ្យាសាស្ត្រផ្សេងៗទៀត ។ មុខវិជ្ជានេះរួមមាន៖

១.សញ្ញាណដំបូងនៃរូបធរណីមាត្រ

២.មុំ

៣.បន្ទាត់ស្រប បន្ទាត់កែង

៤.រូបធរណីមាត្រដែលមានវិមាត្រពីរ

៥.ភាពឆ្លុះ

៦.ការប្រៀបធៀបត្រីកោណ

៧.ទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រ

៨.ទ្រឹស្តីបទតាលែស

៩.ត្រីកោណដូចគ្នា

១០. រង្វង់

១១. ពហុកោណ

១២. ពហុមុខ

១៣. សូលីត

១៤. មាឌនៃសូលីត

ដើម្បីឱ្យគរុនិស្សិត និងអ្នកសិក្សាបានយល់ និងចេះកាន់តែច្បាស់ លើមូលដ្ឋានគ្រឹះគណិតវិទ្យា ។

មូលន័យសង្ខេប

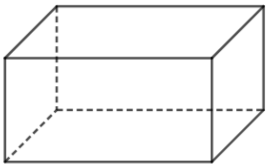
សៀវភៅនេះផ្តោតសំខាន់ទៅលើការសិក្សាពីមូលដ្ឋានគ្រឹះគណិតវិទ្យានៅកម្រិតបឋមភូមិ និងបន្ថែមនូវចំណុចខ្លះៗដែលមាននៅក្នុងកម្រិតទុតិយភូមិ ដែលមានមេរៀនសង្ខេប និយមន័យ ទ្រឹស្តីបទ ឧទាហរណ៍ លំហាត់អនុវត្ត ជាដើម ព្រមទាំងមានទំនាក់ទំនងនៃមេរៀននីមួយៗ។ នៅក្នុងមេរៀនសញ្ញាណដំបូងនៃរូបធរណីមាត្រ មានគោលបំណងឱ្យអ្នកសិក្សាបានស្គាល់ និងយល់ច្បាស់ពីធាតុសំខាន់ៗនៃរូបធរណីមាត្រ ក៏ដូចជាសំណង់រូបធរណីមាត្រ ព្រមទាំងដោះស្រាយបញ្ហាដែលមានក្នុងរូបធរណីមាត្រ ។ មេរៀនទី២ មុំ មានអត្ថន័យដែលចង់ឱ្យអ្នកសិក្សា ស្គាល់ពីឧបករណ៍វាស់មុំ ចេះប្រើប្រាស់ឧបករណ៍វាស់មុំ និងឈានទៅដល់ការវាស់មុំបានត្រឹមត្រូវ និងអាចយកទៅប្រើប្រាស់ក្នុងតថភាពរស់នៅប្រចាំថ្ងៃដូចជា ការសាងសង់ ផលិតឧបករណ៍ផ្សេងៗដែលទាក់ទងរង្វាស់មុំ ។ ចំពោះបន្ទាត់ស្រប និងបន្ទាត់កែង អ្នកសិក្សានឹងបានច្បាស់ពីសញ្ញាណបន្ទាត់ស្រប និងបន្ទាត់កែង លក្ខណៈបន្ទាត់ស្រប លក្ខណៈបន្ទាត់កែង ព្រមទាំងសំណង់នៃបន្ទាត់ស្រប និងបន្ទាត់កែង ហើយចាប់អារម្មណ៍លើមុំដែលកើតចេញពីបន្ទាត់ទាំងពីរ ។ រូបធរណីមាត្រដែលមានវិមាត្រពីរ មានបំណិនកាន់តែច្បាស់ពីរូបធរណីមាត្រដែលមានរាងពិតប្រាកដ និងបានច្បាស់ពីធាតុ និងឈ្មោះនៃរូបធរណីមាត្រដែលមានវិមាត្រពីរ បានយល់កាន់តែច្បាស់ថា រូបធរណីមាត្រដែលមានវិមាត្រពីរគឺស្ថិតនៅលើប្លង់ ហើយដោះស្រាយ ធ្វើប្រមាណវិធីលើសំណង់រូប ។ ភាពឆ្លុះ ជាមេរៀនមួយដ៏សំខាន់ ដែលឱ្យអ្នកសិក្សាបានស្វែងយល់ពី ភាពឆ្លុះធៀបនឹងចំណុច សំណង់ចំណុច រូបឆ្លុះធៀបនឹងចំណុច អង្កត់ឆ្លុះធៀបនឹងចំណុច ភាពឆ្លុះធៀបនឹងបន្ទាត់ រូបឆ្លុះធៀបនឹងបន្ទាត់ អ័ក្សឆ្លុះនៃរូបធរណីមាត្រប្លង់ និងរូបដែលមានអក្សឆ្លុះ ។ សម្រាប់មេរៀនទី៦ ការប្រៀបធៀបត្រីកោណ អ្នកសិក្សាមានបំណិនក្នុងការប្រៀបធៀបត្រីកោណដោយប្រើប្រាស់ទ្រឹស្តី និយមន័យ រូបមន្ត នឹងអាចប្រៀបត្រីកោណបានគ្រប់ស្ថានភាពនៃប្រភេទត្រីកោណ ។ មេរៀនទី៧ ទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រ ចំពោះមេរៀនមួយនេះ អាចប្រើប្រាស់ក្នុងជីវភាពរស់នៅប្រចាំថ្ងៃ ដែលត្រូវសង់បន្ទាត់កែងនៅលើសំណង់អាគារ សំណង់ស្ពាន គណនារកកម្ពស់សំណង់ផ្សេងៗបាន ។ ទ្រឹស្តីបទតាលែស អ្នកសិក្សាអាចសិក្សាពីនិយមន័យ ទ្រឹស្តី ការវិភាគ ក្នុងការដោះស្រាយបញ្ហាដោយការគណនាប្រវែងអង្កត់ ប្រវែងជ្រុង ដែលផ្តោតលើសំណង់ផ្សេងៗដែលប្រើប្រាស់ក្នុងតថភាពរស់នៅ ។ មេរៀន ត្រីកោណដូចគ្នា ក៏មិនខុសពីការប្រៀបធៀបត្រីកោណប៉ុន្មានដែរ ចំណុចនេះ ខ្ញុំលើកឡើងតែសារៈប្រយោជន៍នៃការប្រើប្រាស់សម្រាប់គណនាចម្ងាយពីទីតាំងមួយ ទៅទីតាំងមួយទៀត ដោយប្រើប្រាស់ចម្ងាយនៅលើផែនទី ... ។ ដោយឡែក មេរៀនទី១០ រង្វង់ អ្នកសិក្សានឹងដឹងកាន់តែច្បាស់ពីសញ្ញាណនៃរង្វង់ ពីលក្ខណៈនៃរង្វង់ និងទំនាក់ទំនងរវាងរង្វង់ និងរង្វង់ រង្វង់និងអង្កត់ ។ ក្រលេកមកមើល មេរៀន ពហុកោណ អ្នកសិក្សាក៏នឹងទទួលបាន ពីសញ្ញាណនៃពហុកោណ ប្រភេទនៃពហុកោណ រង្វាស់មុំក្នុង និងរង្វាស់មុំក្រៅនៃពហុកោណ។ សម្រាប់មេរៀនពហុមុខ គឺជាមេរៀនដែលឲ្យអ្នកសិក្សាបានដឹងច្បាស់ពីសញ្ញាណនៃរូបធរណីមាត្រដែលមានវិមាត្របី ប្រភេទនៃពហុមុខ ការគណនាផ្ទៃក្រឡា និងមាឌនៃពហុមុខនោះបានត្រឹមត្រូវ ។ មេរៀនទី១៣ និង មេរៀនទី១៤ នៃសូលីត ដែលប្រភេទនៃរូបធរណីមាត្រទាំងនោះ នៃសូលីត ក៏បង្ហាញឱ្យឃើញពីរូបរាងនៃសូលីតដែលមានដូចក្នុងសង្គមជាក់ស្តែង ដូច្នេះ ការគណនាមាឌ ការគណនាផ្ទៃមុខខាងនៃសូលីត ។

មេរៀនទី១ សញ្ញាណដំបូងនៃរូបធរណីមាត្រ

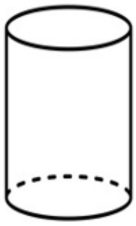
១. សញ្ញាណរូបធរណីមាត្រ

១.១. សញ្ញាណទូទៅនៃរូបធរណីមាត្រ

ឧទាហរណ៍



ប្រលេពីប៉ែតកែង



ស៊ីឡាំង

ពីរ៉ាមីត

ការសិក្សាអំពីរូបរាង ទំហំ វិមាត្រ ទីតាំង និងលក្ខណៈនៃវត្ថុ ជាការចាំបាច់នៅក្នុងជីវភាពរស់នៅប្រចាំថ្ងៃ ។

១.២. ចំណុច

ឧទាហរណ៍ បើគេយកចុងខ្មៅដៃស្រួចទៅចុចលើក្រដាសនោះគេបានស្នាមមូលមួយ រូបផ្កាយនៅលើមេឃ ខ្សាច់មួយគ្រាប់ ... រូបភាពទាំងអស់នេះហៅថា **ចំណុច** ។

សំគាល់

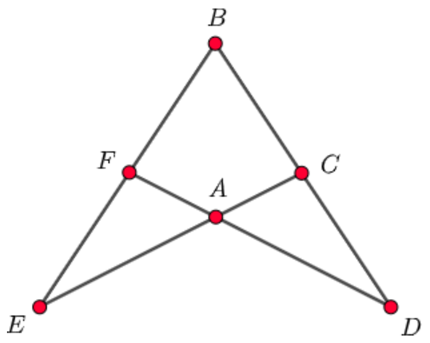
- ចំណុចគ្មានវិមាត្រ គ្មានទទឹង គ្មានបណ្តោយ គ្មានកំពស់ទេ ។
- ចំណុចជាធាតុតូចបំផុត គេហៅថា **ភាវៈធរណីមាត្រងាយជាងគេ** ។

ឧទាហរណ៍ គេតាងចំណុចដោយ

គេហៅថា ចំណុច A ចំណុច B ចំណុច H ចំណុច C

លំហាត់គំរូ លោកគ្រូបានឱ្យសិស្សយកដើមផ្កាចំនួន 6 ដើមទៅដាំឲ្យបាន 4 ជួរ ដែលក្នុងមួយជួរៗមាន 3ដើម ។ តើត្រូវដាំរបៀបណា ? ដៅចំណុចដែលត្រូវដាំ ?

ចម្លើយ

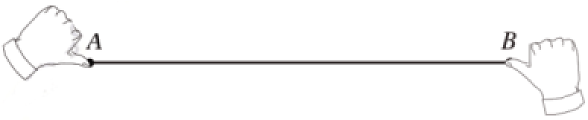


ប្រតិបត្តិ ឱ្យឧទាហរណ៍រូបភាពចំណុចងាយៗដែលមាននៅជុំវិញខ្លួន ។

១.៣. បន្ទាត់

ឧទាហរណ៍១ បើគេរំកិលចុងខ្មៅដៃនៅលើក្រដាស គេបានរូបភាពមួយហៅថាបន្ទាត់ d ។

ឧទាហរណ៍២ បើគេយកម្ជុលពីរដើមមកដោតរៀងគ្នាត្រង់ A និង B ។ រួចគេយកខ្សែអំបោះពីរសរសៃដែលមានពណ៌ខុសគ្នាមកចងសន្ទឹងត្រង់ A និង B គេសង្កេតឃើញថាខ្សែអំបោះនៅត្រង់ចន្លោះចំណុច A និង B ត្រួតស៊ីគ្នា ។



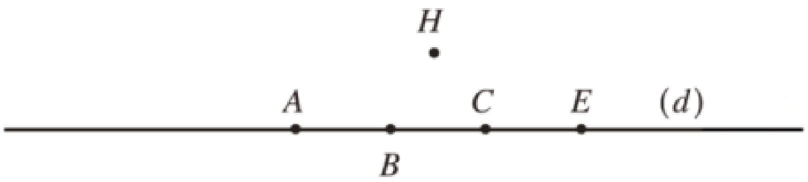
សំគាល់ បន្ទាត់គ្មានកំពស់ គ្មានទទឹងតែគេអាចនិយាយពីបណ្តោយវាបាន ។ បន្ទាត់ជាភាវៈធរណីមាត្រដែលមានវិមាត្រមួយ ។

តាមឧទាហរណ៍ខាងលើ គេសង្កេតឃើញថាតាមពីរចំណុចផ្សេងគ្នា A និង B គេអាចគូសបានបន្ទាត់តែមួយគត់ ។ គេកំណត់សរសេរ : បន្ទាត់ AB ។ គេបន្លាយ AB បានទាំងសងខាងព្រោះបន្ទាត់គ្មានព្រំដែន ។

ស្វ័យសត្យ

- តាមចំណុចមួយគេអាចគូសបានបន្ទាត់ច្រើនរាប់មិនអស់ ។
- តាមចំណុចពីរផ្សេងគ្នាគេអាចគូសបានបន្ទាត់តែមួយគត់ ឬច្រើនរាប់មិនអស់តែត្រួតស៊ីគ្នា ។

លំហាត់គំរូ រូបខាងក្រោមតាងឲ្យបន្ទាត់ d និងចំណុច A, B, C, E, H ។ តើចំណុចណាខ្លះជារបស់បន្ទាត់ d និងមិនមែនជារបស់បន្ទាត់ d ?



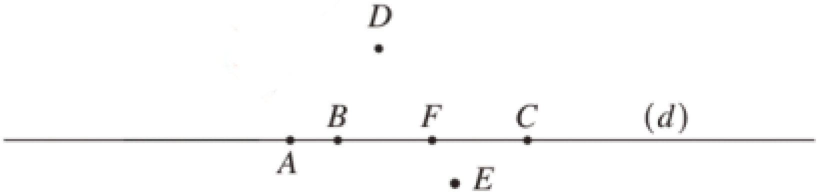
ចម្លើយ ចំណុច A, B, C, E ស្ថិតនៅលើបន្ទាត់ d តែមួយ គេថា A, B, C, E នៅត្រង់គ្នាគេ

សរសេរ $A\in d$, $B\in d$, $C\in d$, $E\in d$ សញ្ញា $\in$ អានថាជារបស់ ។

ចំណុច H មិនស្ថិតនៅលើបន្ទាត់ d ទេ

គេសរសេរ $H\notin d$ អានថា H មិនមែនជារបស់បន្ទាត់ d ។

ប្រតិបត្តិ ជំនួស ... ខាងក្រោមដោយសញ្ញា $\in$ ឬ $\notin$



ក. A ...... d	ខ. F ...... d	គ. D ...... d
ឃ. B ...... d	ង. E ...... d	ច. C ...... d

១.៤. កន្លះបន្ទាត់

ឧទាហរណ៍ ១ គេមានបន្ទាត់ xy មួយនិងចំណុច M មួយ ដែលមាន $M\in xy$ នោះគេបាន

គេថាចំណុច M ចែកបន្ទាត់ xy ជាពីរផ្នែកគឺ Mx និង My ។ ផ្នែកនីមួយៗហៅថាកន្លះបន្ទាត់ ។ គេសរសេរកន្លះបន្ទាត់ $[Mx)$ និង $[My)$ ។ ចំណុច M ហៅថាគល់នៃកន្លះបន្ទាត់ ។

សំគាល់

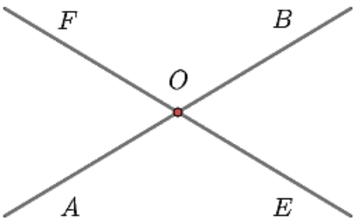
- ដើម្បីកំណត់កន្លះបន្ទាត់មួយ គេត្រូវសរសេរ " គល់ " មុន ។
- កន្លះបន្ទាត់ $[Mx)$ និង $[My)$ ដែលផ្គុំបានបន្ទាត់ xy គេហៅថា " កន្លះបន្ទាត់ឈមគ្នា " ។
- កន្លះបន្ទាត់មានព្រំដែនតែម្ខាងទេ ។

លំហាត់គំរូ ១ សរសេរកន្លះបន្ទាត់តាមរូបខាងក្រោម

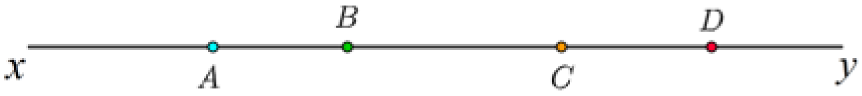
ចម្លើយ គេបានកន្លះបន្ទាត់ $[Ax)$, $[Ay)$, $[Dx)$ និង $[Dy)$ ។

លំហាត់គំរូ ២ គេមានបន្ទាត់ AB និង EF ប្រសព្វគ្នាត្រង់ចំណុច O ។ គូសរូប និងសរសេរឈ្មោះកន្លះបន្ទាត់ទាំងនោះ ។

ចម្លើយ កន្លះបន្ទាត់ OA , OB , OE , OF



ប្រតិបត្តិ ពិនិត្យមើលរូប រួចឆ្លើយនឹងសំណួរខាងក្រោម ?



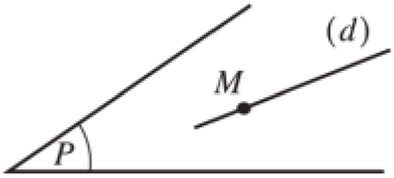
តាមរូបខាងលើ តើមានកន្លះបន្ទាត់ប៉ុន្មាន ? សរសេរឈ្មោះកន្លះបន្ទាត់ទាំងនោះ ។

១.៥. ប្លង់

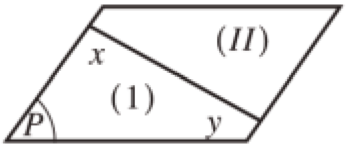
ឧទាហរណ៍ ១ គេឃើញថាផ្ទៃរាបស្មើនៅជុំវិញខ្លួនយើង ដូចជាផ្ទៃជញ្ជាំង ផ្ទៃពិដានផ្ទះ ផ្ទៃតុ ឬផ្ទៃក្រដាសមួយសន្លឹកជាសញ្ញាណនៃប្លង់ ។

បើបន្ទាត់ d នៅក្នុងប្លង់ P មានន័យថាគ្រប់ចំណុចទាំងអស់នៃបន្ទាត់ d ក៏ស្ថិតនៅក្នុងប្លង់ P ដែរ ។

បានសេចក្ដីថា $M \in d \Rightarrow M \subset P$ ។



ឧទាហរណ៍ ២ បើបន្ទាត់ xy ចែកប្លង់ P ជាពីរផ្នែកគឺ (I) និងផ្នែក (II) ដែល (I) និង (II) ហៅថាកន្លះប្លង់ នោះបន្ទាត់ xy ជាបន្ទាត់ព្រំដែនរួមនៃកន្លះប្លង់ទាំងពីរ ។



លំហាត់គំរូ ១ រកឧទាហរណ៍នៅជុំវិញខ្លួនដែលឲ្យរូបភាពប្លង់ ។

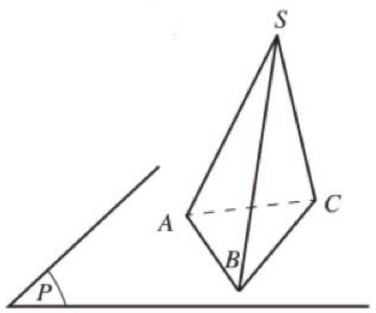
ចម្លើយ ផ្ទៃទឹកនៅនឹងថ្កល់ ផ្ទៃក្តារខៀន ផ្ទៃកញ្ចក់ ...... ជារូបភាពប្លង់ ។

លំហាត់គំរូ ២ បើគេរំកិលផ្ទាំងគំនូរមួយលើតុ តើគេសង្កេតឃើញផ្ទៃទាំងពីរនោះយ៉ាងដូចម្តេច ? ចូរធ្វើការសន្និដ្ឋាន ?

ចម្លើយ

- គេឃើញវាត្រួតស៊ីគ្នាជានិច្ច ។
- ដូចនេះប្លង់អាចរំកិលលើខ្លួនឯង ។

ប្រតិបត្តិ នៅលើប្លង់ P មួយគេមានបីចំណុច A, B, C រត់មិនត្រង់គ្នា (ដូចរូបខាងស្តាំ) ។ ហើយចំណុច S មួយនៅក្រៅប្លង់ P គេគូសបន្ទាត់ SA, SB និង SC ។



ក. ចូររាប់ប្លង់ថ្មីដែលទើបនឹងកើតមាន ។

ខ. តើប្លង់ P មានបន្ទាត់ណាខ្លះរួមជាមួយនឹងប្លង់ថ្មីទាំងនេះ ?

គ. ចូរប្រាប់ថាតើចំណុច S, A, B, C ជារបស់ប្លង់ណាខ្លះ ?

២. អង្កត់

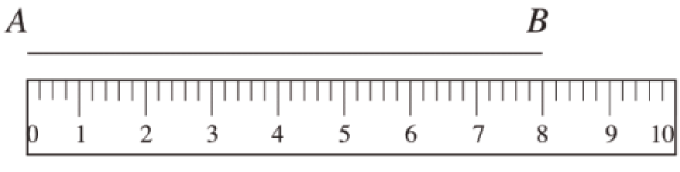
២.១. សំណាង់អង្កត់

ឧទាហរណ៍ ១ គេមានបន្ទាត់ l និង $M \in l$ ដែលចំណុច M មិនត្រួតលើ N ។

នោះគេបានផ្នែកមួយនៃបន្ទាត់ខណ្ឌដោយចំណុច M និង N ហៅថាអង្កត់ ។

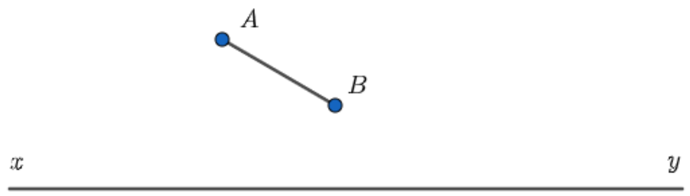
គេកំណត់សរសេរអង្កត់ $[MN]$ ចំណុច M និង N ហៅថាចុងអង្កត់ បន្ទាត់ l ហៅថាទម្រនៃអង្កត់ MN ។

ឧទាហរណ៍ ២ គេដឹងប្រវែងអង្កត់មួយកាលណាគេយកបន្ទាត់ក្រិតទៅវាស់វា (គិតជា cm) ។



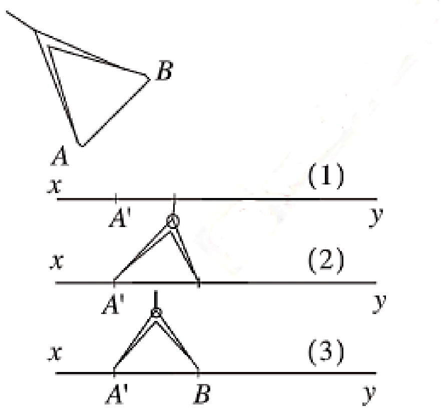
អង្កត់ AB មានប្រវែង $8cm$ ។ គេកំណត់សរសេរ $AB = 8cm$ ។

លំហាត់គំរូ នៅលើបន្ទាត់ xy មួយ គូសអង្កត់ $A'B'$ ឲ្យមានប្រវែងស្មើនឹងអង្កត់ AB ។

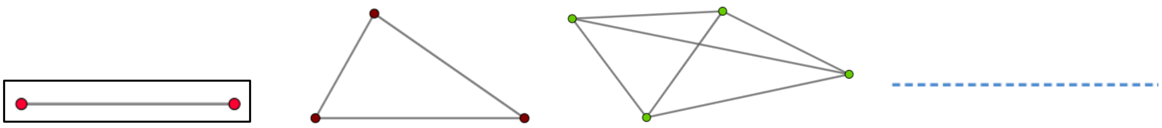


ចម្លើយ

- ដៅចំណុច $A' \in xy$
- បើកវង្វះដែលឈានដើម្បីវាស់ប្រវែង AB
- រក្សាវង្វះដែកឈានឲ្យនៅដដែល រួច ដាក់ចុងម្ខាងត្រង់ចំណុច A' និងចុងម្ខាងទៀតគូសលើបន្ទាត់ xy ត្រង់ B' គេបានអង្កត់ $A'B'$ដែល $AB = A'B'$ ។ ដូចនេះគេបាន $AB = A'B'$ តាមបម្រាប់ ។



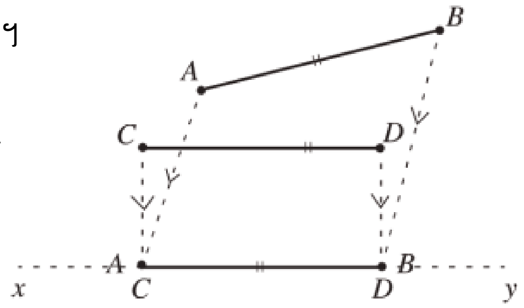
ប្រតិបត្តិ តាមរូបខាងក្រោម បំពេញចម្លើយនិងសង់អង្កត់នោះតាមលំនាំគំរូដែលឱ្យ



ចំណុច 2	ចំណុច 3	ចំណុច 4	ចំណុច 5
អង្កត់ : 1	អង្កត់ : 3	អង្កត់ : 6	អង្កត់ : ....
$0+1$	$1+2$	$1+2+3$	....

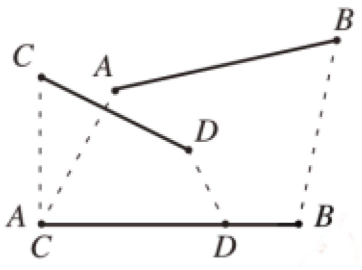
២.២. ប្រៀបធៀបអង្កត់ពីរ

ឧទាហរណ៍ ១ គេមានអង្កត់ AB និងអង្កត់ CD ។ នៅលើបន្ទាត់ xy មួយគេដាក់ចំណុច A និង C ឱ្យត្រួតស៊ីគ្នា បើចំណុច B និងចំណុច D ត្រួតស៊ីគ្នាលើ xy នោះគេថាអង្កត់ AB និងអង្កត់ CD ត្រួតស៊ីគ្នា ហើយមានប្រវែងស្មើគ្នា ។



គេសរសេរ $AB = CD$

ឧទាហរណ៍ ២ គេមានអង្កត់ AB និងអង្កត់ CD ។ គេដាក់ចំណុច A និង C នៅលើបន្ទាត់ xy មួយ លៃយ៉ាងណាឱ្យ A និង C ត្រួតស៊ីគ្នា ហើយដាក់ B និង D នៅលើ xy ផ្នែកខាង y ។ បើ D នៅចន្លោះ A និង B នោះអង្កត់ AB វែងជាង CD ហើយអង្កត់ CD ខ្លីជាង AB ។



គេសរសេរ $AB > CD$ និង $CD < AB$

លំហាត់គំរូ គេមានចំណុចបួន A, B, C, D នៅលើបន្ទាត់ xy ដូចរូបខាងក្រោម :

ក. ដោយប្រើដែកឈាន ប្រៀបធៀបអង្កត់ AB និង CD ។

ខ. តើគេអាចសន្និដ្ឋានយ៉ាងណាចំពោះអង្កត់ AC និង BD ។

ចម្លើយ ក. ប្រើចុងទាំងពីរនៃដែកឈានមកដៅចំចំណុច A និង B ។ ដោយរក្សាវង្វះនៃដែកឈាននេះ គេឃើញចុងទាំងពីរនៃដែកឈានដៅលើចំណុច C និង D ។

ដូចនេះ $AB = CD$

ខ. អង្កត់ AC និង BD មានផ្នែករួមគឺអង្កត់ BC ដោយ $AB = CD$ នោះ $AC = BD$

ប្រតិបត្តិ គេមានចំណុចបួន A, B, C, D នៅលើបន្ទាត់ xy ដូចរូបខាងក្រោម ។

ដោយប្រើដែកឈាន :

ក. ប្រៀបធៀបអង្កត់ AB និង BC ។

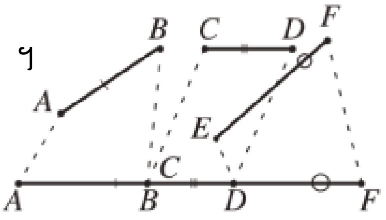
ខ. ប្រៀបធៀបអង្កត់ CD និង BC ។

គ. តើគេអាចសន្និដ្ឋានយ៉ាងណាចំពោះអង្កត់ AC និងអង្កត់ CD ?

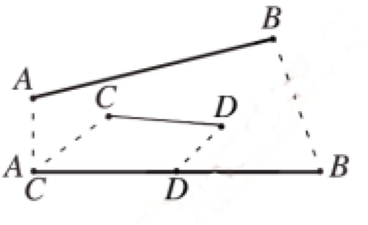
២.៣ វិធីបូក និងដកអង្កត់

ឧទាហរណ៍ ១ គណនាផលបូកនៃអង្កត់ AC, CD និង EF ។ អ័ក្ស AF ហៅថាផលបូកនៃអង្កត់ AC, CD និង EF ។

ដូចនេះ $AF = AB + BD + DF$



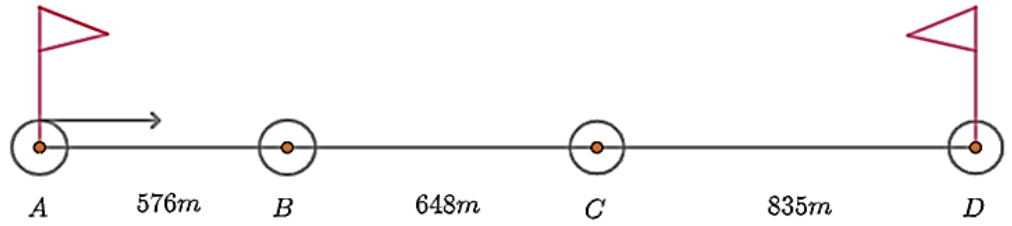
ឧទាហរណ៍ ២ គណនាផលដកនៃអង្គត់ AB និង CD ។ អង្គត់ DB ហៅថាផលដកនៃអង្គត់ AB និង CD ។



ដូចនេះ $DB = AB - CD$

ចំណាំ	ដើម្បីធ្វើប្រមាណវិធីបូក ឬដកលើអង្គត់បានលុះត្រាតែ - ដាក់អង្គត់ទាំងនោះឱ្យនៅលើបន្ទាត់តែមួយ - ដាក់ឱ្យបានជាអង្គត់តគ្នា

លំហាត់គំរូ រកប្រវែងផ្លូវដែលកីឡាករបីនាក់ A , B និង C រត់បណ្ដាក់គ្នាតាមរូបភាពខាងក្រោម



ចម្លើយ ចម្ងាយផ្លូវដែលកីឡាករទាំងបីនាក់រត់បាន

$AD = AB + BC + CD$

$= 576m + 648m + 835m = 2059m$

ដូចនេះ ចម្ងាយផ្លូវដែលកីឡាករទាំងបីនាក់រត់បាន $AD = 2059m$ ។

ប្រតិបត្តិ នៅលើបន្ទាត់ d គេដៅចំណុច A , B និង C ដែល $AB = 12cm$ និង $BC = 46cm$ ។ គណនាប្រវែង MN បើចំណុច M , N ជាចំណុចកណ្ដាលនៃអង្គត់ AB និង BC ។

២.៤. គុណ ចែកអង្គត់នឹងមួយចំនួន

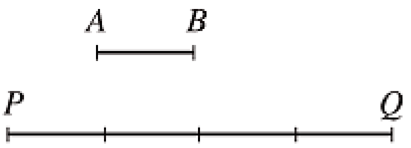
ឧទាហរណ៍ ១ គេមានអង្គត់ដូចរូបខាងស្ដាំ ។

គេបាន $AF = AB + BC + CD + DE + EF$

ដោយ $AB = BC = CD = DE = EF$

$AF = AB + BC + CD + DE + EF = 5 \times AB$ ។ គេឃើញថា AF ជាផលគុណរវាងអង្គត់ AB និង 5 ។

ឧទាហរណ៍ 2 បើគេមានសមភាព $PQ=4AB$ ។ បានន័យថា AB ជាអង្កត់ដែលត្រូវគុណនឹង 4 ដើម្បីឱ្យបានអង្កត់ PQ ។ គេថា AB ជាផលចែកអង្កត់ PQ នឹង 4 ។



គេបាន $AB=PQ\div 4$ ឬ $AB=\dfrac{PQ}{4}$

លំហាត់គំរូ ១ គេមាន I ជាចំណុចកណ្តាលនៃអង្កត់ AB , J កណ្តាលនៃអង្កត់ AI និង K កណ្តាល IB ។

ក. តើអង្កត់ AB ស្មើប៉ុន្មានដង AI និង AJ ?

ខ. តើអង្កត់ JK ស្មើប៉ុន្មានដង AB ?

ចម្លើយ ក. $AB=2AI$, $AB=4AJ$

ខ. $JK=JI+IK=\dfrac{AI}{2}+\dfrac{IB}{2}=\dfrac{AI+IB}{2}=\dfrac{AB}{2}$

លំហាត់គំរូ ២ ផ្លូវពីភូមិ A និងភូមិ B មានចម្ងាយ $24.6km$ ។ មនុស្សម្នាក់ជិះកង់ចេញពីភូមិ A និងភូមិ B ហើយជួបអ្នកជិះម៉ូតូចេញពីភូមិ B និងភូមិ A ។ បើគេដឹងថាចម្ងាយពីភូមិ B មកកន្លែងជួបស្មើនឹងបីដងនៃចម្ងាយពីភូមិ A មកទីជួបគ្នា ។ រកចម្ងាយផ្លូវដែលអ្នកទាំងពីរបានធ្វើដំណើរ ។

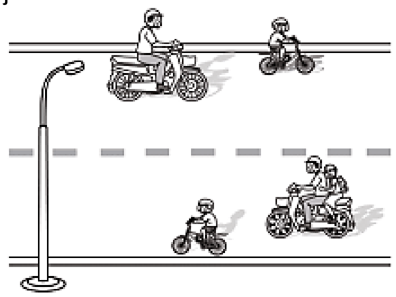
ចម្លើយ តាង x ជាចម្ងាយផ្លូវដែលអ្នកជិះកង់បានធ្វើដំណើរ ។

$3x$ ជាចម្ងាយផ្លូវដែលអ្នកជិះម៉ូតូបានធ្វើដំណើរ

គេបាន $x+3x=24.6$

$4x=24.6$ នាំឱ្យ $x=\dfrac{24.6}{4}=6.15km$

$3x=3\times 6.15=18.45km$



ដូចនេះ អ្នកជិះកង់ធ្វើដំណើរបាន $6.15km$ និងអ្នកជិះម៉ូតូធ្វើដំណើរបាន $18.45km$ ។

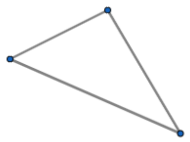
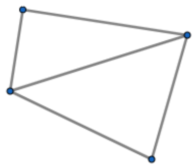
ប្រតិបត្តិ គេមានបីចំណុច X , Y , Z នៅលើបន្ទាត់ Δ ហើយ S ជាចំណុចកណ្តាល YZ ។

ក. គណនាប្រវែង XS ដោយដឹងថា $XY=8cm$, $XZ=2cm$

ខ. បង្ហាញថា $XS=\dfrac{XY+XZ}{2}$

លំហាត់អនុវត្ត

១. ក្នុងរូបខាងក្រោមនេះជំនួស " ? " ដោយចម្លើយត្រឹមត្រូវ

			**?**
ចំណុច 2 អង្កត់ : 1	ចំណុច 3 អង្កត់ : 3	ចំណុច 4 អង្កត់ : 6	ចំណុច 5 អង្កត់ : ?

២. គេមាន3 ចំណុច A, B, C រត់មិនត្រង់គ្នា ។ ភ្ជាប់ចំណុចពីរៗ រវាងគ្នា ដោយបន្ទាត់មួយ ។ តើអ្នកបានបន្ទាត់ប៉ុន្មាន ? រាប់ និងសរសេរឈ្មោះបន្ទាត់ទាំងនោះ ។

៣. លើបន្ទាត់ (d) មួយ ដៅចំណុច A និង B ។ តើអ្នកបានអង្កត់ប៉ុន្មាន ? កន្លះបន្ទាត់ប៉ុន្មាន ? រាប់ និងសរសេរឈ្មោះ ។

៤. តាមចំណុច A នៃបន្ទាត់មួយ គូសនៅលើបន្ទាត់នេះនូវអង្កត់ដែលមានប្រវែងស្មើនឹងអង្កត់ស្គាល់មួយ ។ តើអ្នកអាចគូសបានអង្កត់ប៉ុន្មាន ?

៥. តាមសំណេរ បន្ទាត់ខាងក្រោមនេះ តើ

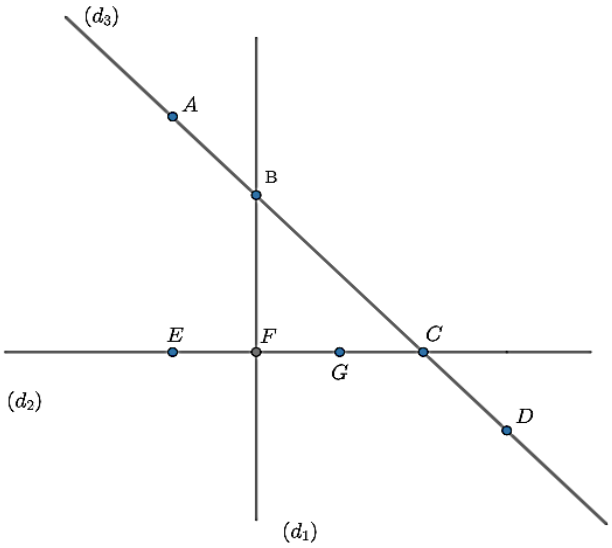
សំណេរណាតាងបន្ទាត់ (d_1) ?

បន្ទាត់ (d_2) ?

បន្ទាត់ (d_3) ?

$(AB);(EF);(GF);(AD)$

$(CG);(BF);(FG);(EG)$



៥. គេអោយការេ $ABCD$ និងបន្ទាត់ (d)

សង់នៅលើបន្ទាត់ (d) អង្កត់ $[MN]$ ដែលមានប្រវែងស្មើនឹងផលបូករង្វាស់ជ្រុងទាំងបួននៃការេនេះ ។ តើ $[MN]$ តាងអ្វីចំពោះការេ $ABCD$?

សរសេរទំនាក់ទំនងរវាង MN និង AB រង្វាស់ជ្រុងមួយនៃការេ $ABCD$ ។

៦. នៅលើក្រដាសការ៉ូ

ក. គូសអង្កត់ $[AB]$ ដែលមានប្រវែង 10 ការ៉ូ

ខ. គូសអង្កត់ $[CD]$ ដែលមានប្រវែង $\frac{2}{5}AB$

គ. គូសអង្កត់ $[AB]$ ដែលមានប្រវែង $3CD$ ។

៧. ក. គូសអង្កត់ $[MN]$ មួយ

ខ. គូសចំណុច P និង N ជាចំណុចកណ្ដាលនៃ $[MP]$

គ. បំពេញ ៖ $MP = ...MN$,

$NP = ...MP$

៨. នៅលើក្រដាសការូ

គូសអង្កត់ $[AB]$ ដែលមានប្រវែង 5 ការ៉ូ

គូសអង្កត់ $[CD]$ ដែលមានប្រវែង 3 ការ៉ូ

គូសអង្កត់ $[EF]$ ដែលមានប្រវែង 6 ការ៉ូកន្លះ

ក. វាស់ប្រវែង AB , CD , EF ដោយប្រើខ្នាត (mm)

ខ. វាស់ប្រវែងការ៉ូមួយ រួចគណនារង្វាស់ AB , CD , EF ។

ប្រៀបធៀបតម្លៃទាំងអស់នេះទៅនឹងចម្លើយក្នុងសំណួរ ក. ។

៩. ក្រដាស 3600 សន្លឹកត្រួតលើគ្នាមានកម្រាស់ $52cm$ ។ តើក្រាដាសមួយសន្លឹកមានកម្រាស់ប៉ុន្មាន ? គិតជា mm ។

១០. គេយកអង្កត់ U មួយជាឯកតា ។ គេឃើញរង្វាស់ $AB = 3$; $CD = 5.1$; $EF = \frac{5}{7}$ ។

បើ $U = 63cm$ ។ តើរង្វាស់ AB ; CD និង EF (គិតជា cm) មានប៉ុន្មានU ?

១១. ខ្យងមួយធ្លាក់អណ្ដូងជម្រៅ $8m$ នាព្រឹកមួយ ។ ពេលថ្ងៃវាវារឡើងបាន $4m$ ពេលយប់វាធ្លាក់ចុះ $2m$ ទៅវិញ ។ តើប៉ុន្មានថ្ងៃទើបខ្យងវារចេញផុតអណ្ដូង ?

១២. ម្ជុលប៉ាក់មួយប្រវែង $35cm$ ។

ក. តើខ្សែដែកប្រវែង $52.50cm$ ធ្វើម្ជុសបានប៉ុន្មាន ?

ខ. បើ 2% នៃប្រវែងខ្សែដែក ត្រូវខាតក្នុងពេលធ្វើ ។ តើគេធ្វើម្ជុលបានប៉ុន្មាន ?

១៣. លើបន្ទាត់ (xy) គេដៅចំណុចបី A, B, C តាមលំដាប់នេះ ដោយ $AB = 2BC$ ។

បើ $AC = 18cm$ តើរង្វាស់ AB និង BC ប៉ុន្មាន ?

១៤. គេមាន បួន ចំណុច A, B, C, D រៀបរយតាមលំដាប់លើបន្ទាត់ (xy) ។ គេដឹង $AD = 14cm$; $BC = 10cm$ អង្កត់ $[AB]$ និង $[BC]$ មានចំណុចកណ្ដាលរួម O ។ បង្ហាញថា $AB = CD$; $AC = BD$ ។

១៥. គេមាន បី ចំណុច O, A, B នៅលើបន្ទាត់ (xy) ។ M ជាចំណុចកណ្តាល $[AB]$ ។

១). $OA = 4cm$; $OB = 10cm$ គណនា OM ។

២). $OA = a$; $OB = b$ បង្ហាញថា $OM = \dfrac{OA + OB}{2}$ ។

មេរៀនទី២ មុំ

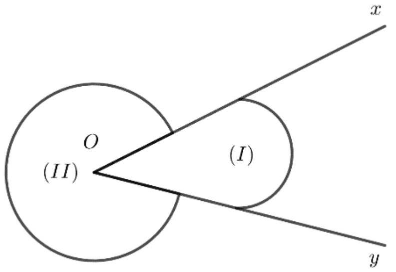
២.១. សញ្ញាណមុំ

២.១.១. សញ្ញាណទូទៅនៃមុំ

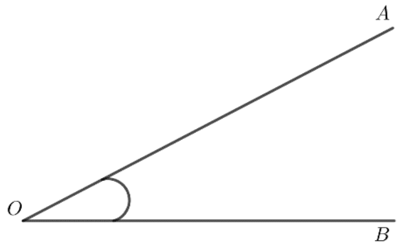
ឧទាហរណ៍ ១ គេមានកន្លះបន្ទាត់ពីរ Ox និង Oy ដែលមានគល់រួមO ហើយចែកប្លង់ជាពីរផ្នែកគឺ ផ្នែកទី(I) និងផ្នែកទី(II) ដែលផ្នែកនីមួយៗ ហៅថា មុំ។ ដែល

ផ្នែកទី(I) ហៅថា មុំលយ។

ផ្នែកទី(II) ហៅថា មុំធក។



ឧទាហរណ៍ ២ គេមានកន្លះបន្ទាត់OA និង OB ដែល O ជាគល់រួម។ គេបានមុំ AOB គេកំណត់សរសេរ $\angle AOB$ ឬ $\angle BOA$ ឬយ៉ាងងាយ $\angle O$ បើមិនបណ្ដាលឱ្យភាន់ច្រឡំ។ កន្លះបន្ទាត់ទាំងពីរហៅថា ជ្រុងនៃមុំ។ គល់រួមហៅថា កំពូលនៃមុំ។

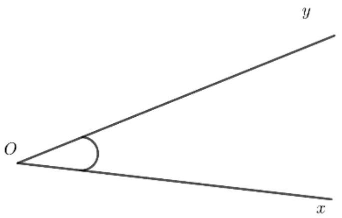


ចំណាំ៖ បើតាងមុំដោយអក្សរបី គេត្រូវដាក់កំពូលនៅកណ្ដាលជានិច្ច។

និយមន័យ មុំជាផ្នែកមួយនៃប្លង់កំណត់ដោយកន្លះបន្ទាត់ពីរដែលមានគល់រួម។

លំហាត់គំរូ គូររូបមុំ xOy ប្រាប់ឈ្មោះ និមិត្តសញ្ញា ជ្រុង និងកំពូល។

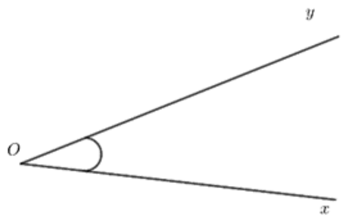
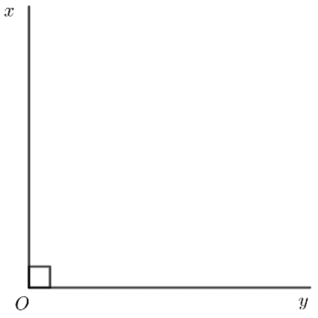
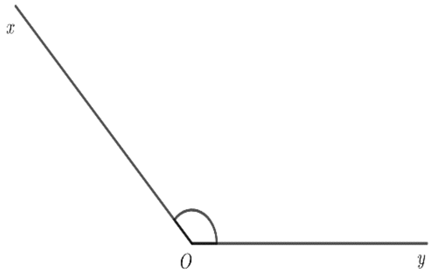
ចម្លើយ

រូប	ឈ្មោះ	និមិត្តសញ្ញា
	មុំ xOy ឬមុំ yOx ឬមុំ O ជ្រុងនៃមុំ Ox , Oy កំពូលនៃមុំ O	$\angle xOy$ ឬ $\angle yOx$ ឬ $\angle O$ Ox , Oy O

ប្រតិបត្តិ តើបន្ទាត់ពីរប្រសព្វគ្នាកំណត់បានមុំប៉ុន្មាន?

២.១.២. ប្រភេទនៃមុំ

ឧទាហរណ៍ គេអាចធ្វើចំណាត់ថ្នាក់មុំលយ ដូចតទៅ

រូប	ឈ្មោះ	និយមន័យ
	មុំស្រួច	តូចជាងមុំកែង
	មុំកែង	• ជ្រុងទាំងពីរកែងគ្នា $Ox \perp Oy$ • ប៉ុននឹងកន្លះមុំរាប
	មុំទាល	ធំជាងមុំកែង តែតូចជាងមុំរាប

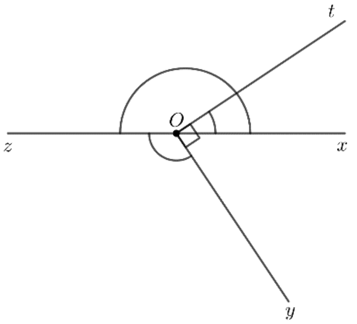
សំគាល់

មុំរាប ជ្រុង Ox និង Oy ជាបន្លាយគ្នា។

មុំសូន្យ ជ្រុង Ox និង Oy ត្រួតស៊ីគ្នា។

មុំពេញ ជ្រុង Ox និង Oy ត្រួតស៊ីគ្នា។

លំហាត់គំរូ តាមរូបខាងស្តាំយកតាម ទិសដៅទ្រនិចនាឡិកា។ ប្រាប់ឈ្មោះនិងប្រភេទមុំនីមួយៗ ។

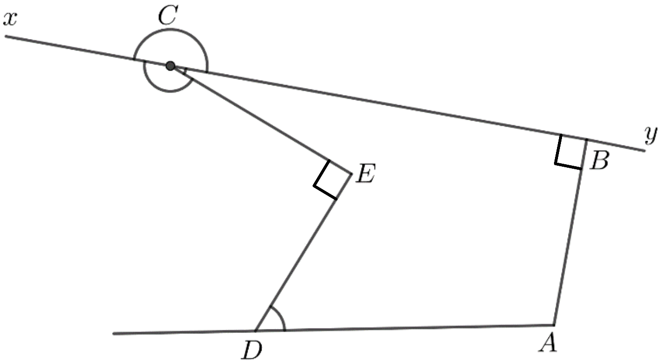


ចម្លើយ $\angle tOx$ ជាមុំស្រួច $\angle tOy$ ជាមុំកែង

$\angle yOz$ ជាមុំទាល $\angle zOx$ ជាមុំរាប

$\angle tOt$ ជាមុំសូន្យ

ប្រតិបត្តិ ពិនិត្យរូប រួចសរសេរឈ្មោះ និងប្រភេទមុំដែលមានក្នុងរូបខាងក្រោម។



២.១.៣. ឯកតាមុំ

ឧទាហរណ៍ ឯកតាមុំដែលគេនិយមប្រើគឺ ៖

ក. មុំកែង ស្មើកន្លះមុំរាប (គេតាងដោយអក្សរ D)

- ដឺក្រេ (°) $= \frac{1}{90}D$ ឬ $1D = 90°$

ខ. ឯកតាបន្ទាប់នៃដឺក្រេគឺ៖

- មីនុត $(') = \dfrac{1°}{60}$
- សឹកុង $('') = \dfrac{1'}{60}$

មុំរាប $= 2D$, $1D = 90°$, $1° = 60'$, $1' = 60''$ ។

គ. ក្រាត $(gr) = \dfrac{1}{100}D$ ឬ $1D = 100gr$

លំហាត់គំរូ សរសេរ $8°18'20''$ ជាសឹកុង និង $42750''$ ជាដឺក្រេ មីនុង សឹកុង

ចម្លើយ

សរសេរ $8°18'20''$ ជាសឹកុង

$8° = 8 \times 60' = 480'$

$480' + 18' = 498'$

$498' = 498 \times 60'''' = 29880''$

ដូចនេះ $8°18'20'' = 29880'' + 20'''' = 29900''$

សរសេរ $42750''$ ជាដឺក្រេ មីនុត សីកុង

$$42750'' = \frac{1' \times 42750}{60} = 712'30''$$

$$712' = \frac{1° \times 712}{60} = 11°52'$$

ដូចនេះ $42750'' = 11°52'$

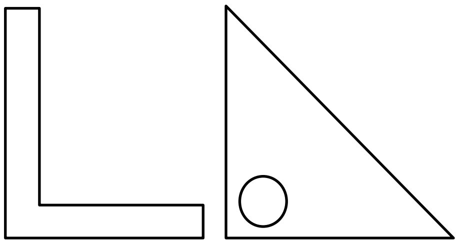
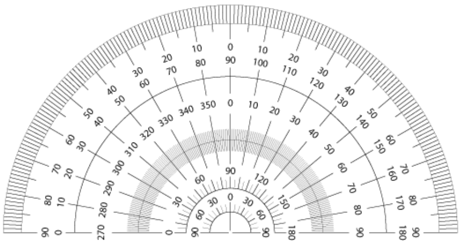
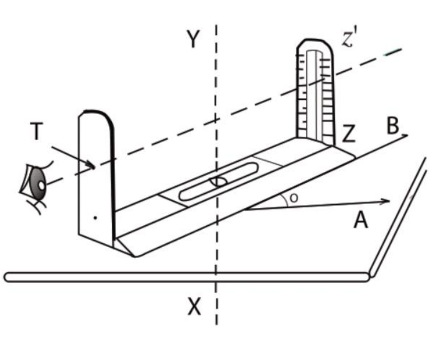
ប្រតិបត្តិ គណនាប្រមាណវិធីខាងក្រោម៖

ក. $17°15'29'' + 13°11'40'''' + 8°54'12''$

ខ. $25°36'20'''' - 15°50'32''$

២.២. ឧបករណ៍វាស់មុំ

ឧបករណ៍វាស់មុំមានច្រើនប្រភេទដូចជា

	**កែង៖** ជាឧបករណ៍សម្រាប់គូសបន្ទាត់កែង។ ឧបករណ៍នេះ ធ្វើពីឈើ ជ័រ ឬលោហៈមួយបន្ទះ ដែលមានមុំកែងមួយ។
	**រ៉ាប៉ទ័រ៖** មានរាងជាកន្លះរង្វង់មានដាក់រង្វាស់ពី $0°$ ទាំង $180°$ សងខាងដោយមានលេខ $90°$ នៅកណ្តាល។ឧបករណ៍នេះគេច្រើនធ្វើពីជាតិផ្លាស្ទិចទើបស្រួលប្រើ។ រ៉ាប៉ទ័រមានប្រយោជន៍ក្នុងការគូស និងវាស់មុំ។
	**អាលីដាត៖** គេធ្វើអំពីឈើមួយបន្ទះវិលជុំវិញអ័ក្ស ឈរ xy ដែលមានចុងម្ខាងគេដាក់ក្តារចោះប្រហោងមួយ T សម្រាប់ដាក់ភ្នែកមើល ហើយចុងម្ខាងទៀតចោះប្រហោងទ្រវែងមានខ្សែធ្មារ ZZ' នៅកណ្តាល។ វាជាឧបករណ៍សម្រាប់វាស់មុំរវាងទិសពីរដែលនៅក្នុងប្លង់ដេក។

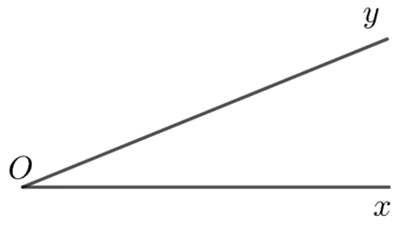
២.២.១. វាស់ និងសង់មុំដោយប្រើរ៉ាប៉័ទ័រ

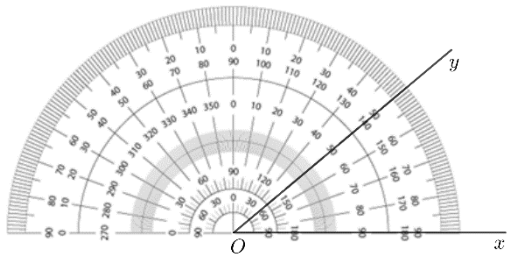
ឧទាហរណ៍ ចូរវាស់ $\angle xOy$ រូបខាងក្រោមដោយប្រើរ៉ាប៉័ទ័រ។

ដើម្បីវាស់មុំ $\angle xOy$ គេដាក់រ៉ាប៉័ទ័រឱ្យផ្ចិតរបស់វាចំកំពូល O ហើយជ្រុង $[Ox)$ កាត់តាម $0°$ (ពីខាងក្នុង) នៃរ៉ាប៉័ទ័រ។ បើជ្រុងម្ខាងទៀតនៃមុំកាត់រ៉ាប៉័ទ័រត្រង់ចំណុចដូចរូបខាងក្រោម។ ត្រង់លេខ $50°$

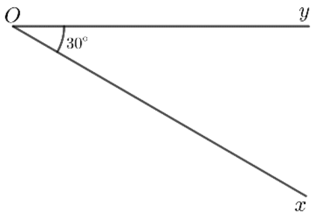
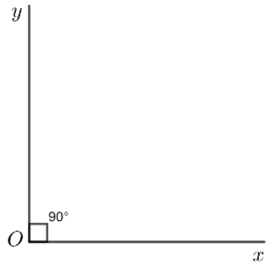
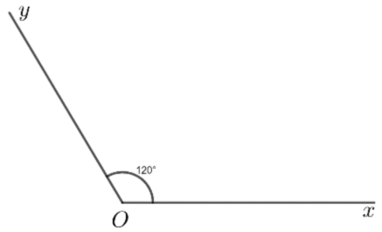
ដូចនេះ $\angle xOy$ មានរង្វាស់មុំ $50°$ ។

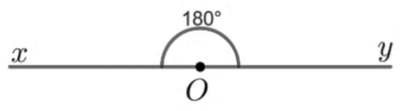
គេសរសេរ $\angle xOy = 50°$





សម្គាល់ គេអាចធ្វើចំណាត់មុំទៅតាមរង្វាស់មុំរបស់វា។

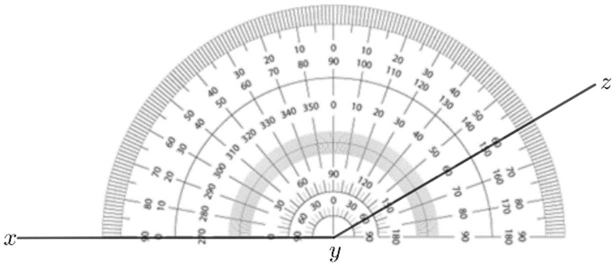
មុំ	រង្វាស់មុំ	ប្រភេទមុំ	និយមន័យមុំ
	$30°$	មុំស្រួច	មានរង្វាស់មុំធំជាង $0°$ តែតូចជាង $90°$
	$90°$	មុំកែង	មានរង្វាស់ស្មើនឹង $90°$
	$120°$	មុំទាល	មានរង្វាស់មុំធំជាង $90°$ តែតូចជាង $180°$

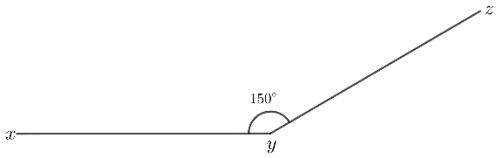
	$180°$	មុំទាល	មានរង្វាស់មុំស្មើនឹង $180°$
	$0°$	មុំសូន្យ	មានរង្វាស់មុំស្មើនឹង $0°$
	$360°$	មុំពេញ	មានរង្វាស់មុំស្មើនឹង $360°$

លំហាត់គំរូ សង់មុំ $\angle xyz = 150°$ ដោយប្រើរ៉ាប៉ទ័រ។

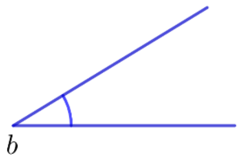
ចម្លើយ

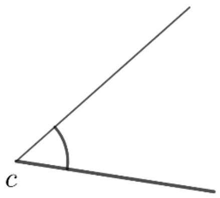
- គូសកន្លះបន្ទាត់ xy ដែលមានគល់ y
- ដាក់ផ្ចិតរ៉ាប៉ទ័រឱ្យចំកំពូល y នៃមុំ ហើយជ្រុង xy កាត់តាមចំណុច $0°$ (ពីខាងក្នុង) នៃរ៉ាប៉ទ័រ។
- យកចុងខ្មៅដៃចុចលើក្រដាសត្រង់ចំណុចដែលមានលេខ $150°$ នៅលើរ៉ាប៉ទ័រ
- គូស yz កាត់តាមចំណុចដៅ នោះគេបាន $\angle xyz = 150°$

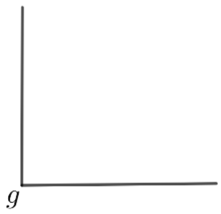




ប្រតិបត្តិ ដោយប្រើរ៉ាប៉ទ័រ វាស់មុំខាងក្រោម

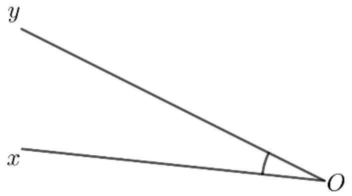


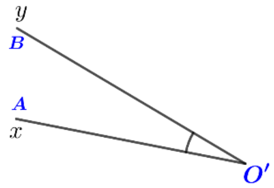




២.២.២. សង់មុំដោយប្រើដែកឈាន

ឧទាហរណ៍ គេឱ្យមុំ xOy មួយ។ សង់មុំ $AO'B$ មួយដែលមានកំពូល O' ឱ្យប៉ះនឹងមុំ xOy ។ ផ្តិតចំលងមុំ xOy ហើយយកកមកដាក់ដោយឱ្យកំពូល O ត្រួតលើចំណុច O' រួចយកខ្មៅដៃគូសតាមជ្រុង Ox និង Oy ។



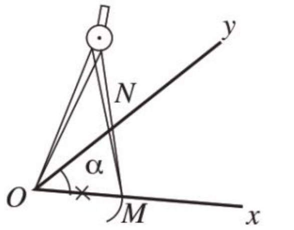


នោះគេបានមុំថ្មី $AO'B$ តាមបម្រាប់។

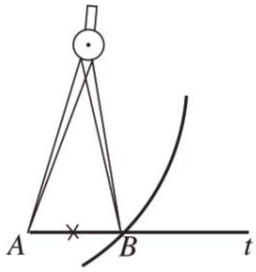
លំហាត់គំរូ សង់មុំមួយដោយប្រើដែកឈានឱ្យប៉ុនមុំមួយទៀត។

ចម្លើយ

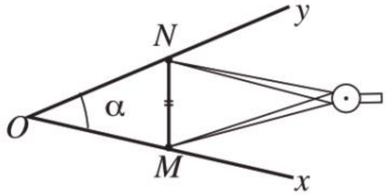
១. គូសធ្នូនៃរង្វង់ដែលមានផ្ចិត O ឱ្យកាត់ជ្រុងនៃ $\angle xOy$ ត្រង់ M និង N ។ (រក្សារង្វះដែកឈាន)



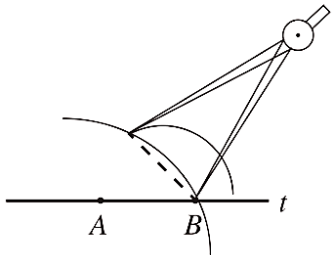
២. គូសកន្លះបន្ទាត់ At និងធ្នូរង្វង់ផ្ចិត A កាំស្មើ OM ឱ្យកាត់ At ត្រង់ B ។



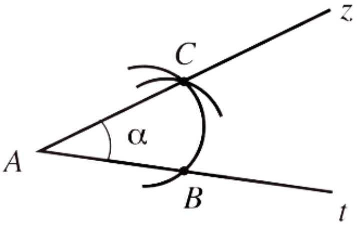
៣. ប្រើដែកឈានវាស់ប្រវែង NM (រក្សារង្វះដែកឈាន)



៤. គូសធ្នូរង្វង់ផ្ចិត B កាំស្មើនឹង MN (រក្សារង្វះដែកឈានដូច 3)

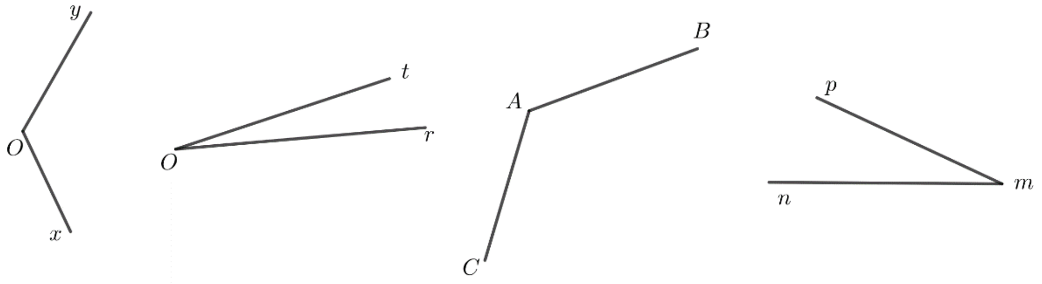


៥. ធ្នូរង្វង់ទាំងពីរកាត់គ្នាត្រង់ចំណុច C ។ គូសកន្លះបន្ទាត់ Az កាត់តាមចំណុច C ។ ដូចនេះគេបានមុំ $\angle zAt$ ប៉ុន $\angle xOy$



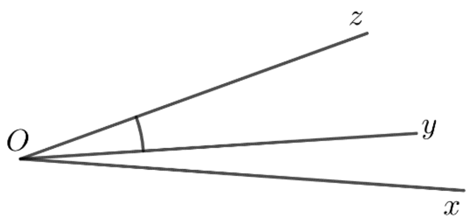
និយមន័យ មុំពីរប៉ុនគ្នា គឺមុំពីរត្រួតស៊ីគ្នា ឬមានរង្វាស់ស្មើគ្នា។

ប្រតិបត្តិ ដោយប្រើដែកឈាន សង់មុំខាងក្រោមឡើងវិញ



២.៣. ប្រមាណវិធីលើមុំ

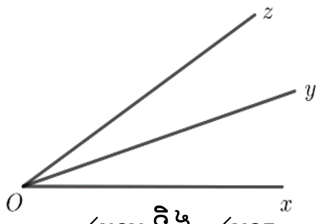
២.៣.១. មុំជាប់



ឧទាហរណ៍ មុំ xOy និង yOz មានកំពូលរួម O មានជ្រុងរួម Oy ហើយនៅសងខាងជ្រុងរួម Oy ។ គេថា $\angle xOy$ និង $\angle yOz$ ជាមុំជាប់គ្នា។

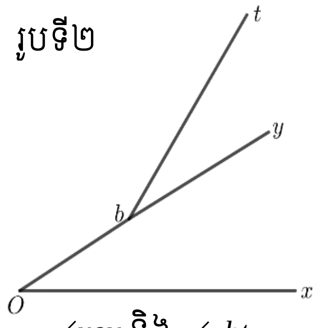
លំហាត់គំរូ តាមរូបខាងក្រោម តើរូបមួយណាជាមុំជាប់?

រូបទី១



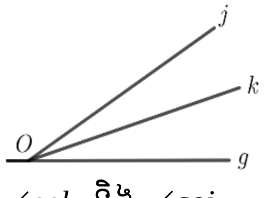
$\angle xoy$ និង $\angle yoz$

រូបទី២



$\angle xoy$ និង $\angle ybt$

រូបទី៣

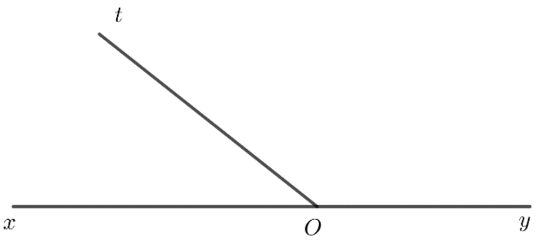


$\angle gok$ និង $\angle goj$

ចម្លើយ

រូបដែលជាមុំជាប់ គឺរូបទី០១ដែលមាន $\angle xOy$ & $\angle yOz$ ។

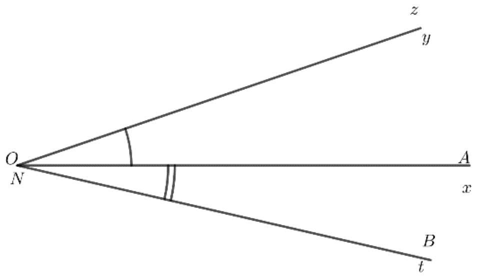
ប្រតិបត្តិ តើមុំជាប់នៃមុំ $\angle xOt$ ជាមុំអ្វី?



២.៣.២. ប្រមាណវិធីលើមុំ

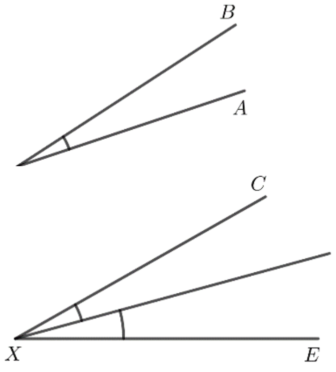
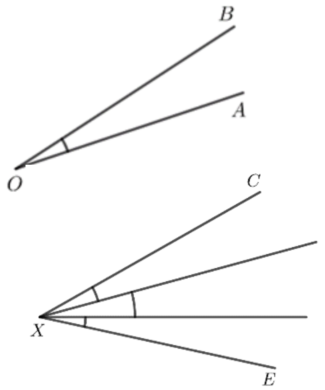
ក. វិធីបូក ដកមុំ

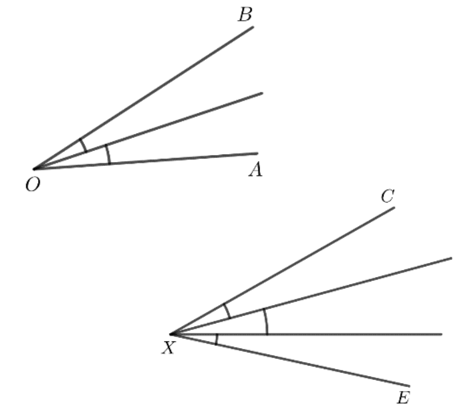
ឧទាហរណ៍

រូប	ទំនាក់ទំនង
	$\angle zOt = \angle xOy + \angle BNA$ $\angle BNA = \angle tOz - \angle xOy$ $\angle xOy = \angle tOz - \angle BNA$

ខ. វិធីគុណ ចែកមុំនឹងមួយចំនួន

ឧទាហរណ៍

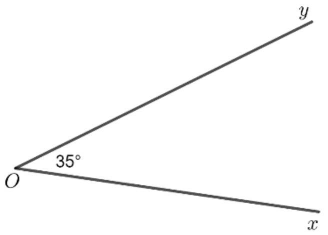
រូប	ទំនាក់ទំនង
	$\angle CXE = \angle AOB + \angle AOB$ $= 2\angle AOB$ ឬ $\angle AOB = \frac{\angle CXE}{2}$ គេថា $\angle CXE$ ជាទ្វេគុណនៃ $\angle AOB$ ឬ $\angle AOB$ ជាកន្លះនៃ $\angle CXE$
	$\angle CXE = \angle AOB + \angle AOB + \angle AOB$ ឬ $\angle AOB = \frac{\angle CXE}{3} = 3\angle AOB$ គេថា $\angle CXE$ ជាត្រីគុណនៃ $\angle AOB$ ឬ $\angle AOB$ ជា $\frac{1}{3}$ នៃ $\angle CXE$

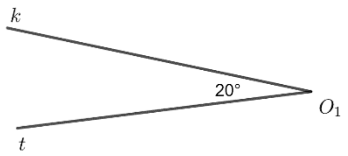
	$\angle CXE$ ជាផលបូករវាងមុំបីដែលមុំនីមួយៗមា រង្វាស់ស្មើនឹង $\frac{1}{2}\angle AOB$ $\angle CXE = 3\frac{\angle AOB}{2}$ ឬ $\angle AOB = 2\frac{\angle CXE}{3}$

សំគាល់

- ផលបូលមុំពីរជាមុំមួយ បានដោយយកមុំទាំងពីរដាក់ឱ្យជាប់គ្នា ហើយលុបជ្រុងរួមចោល។
- ផលសងមុំពីរ ជាមុំដែលគេយកទៅបូកនឹងមុំពីរដើម្បីឱ្យបានមុំទីមួយ។

លំហាត់គំរូ សង់មុំឡើងវិញឱ្យបានមុំជាប់គ្នា ហើយគណនាផលបូកមុំខាងក្រោម។





ចម្លើយ សង់មុំ $\angle xOy$ និង $\angle tO_1k$

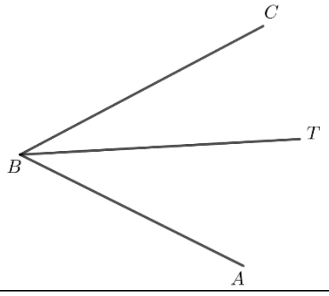
នោះគេបាន $\angle xOk = \angle xOy + \angle tO_1k$

$= 35° + 20°$

$= 55°$

ដូចនេះរង្វាស់មុំ $\angle xOk = 55°$ ។

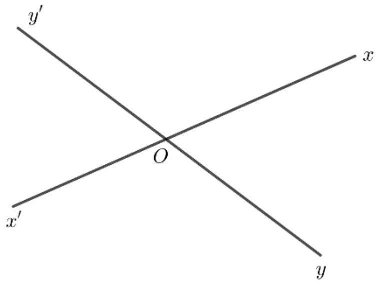
ប្រតិបត្តិ ចូរបំពេញតារាងខាងក្រោម (រង្វាស់មុំគិតជាដឺក្រេ)។

រូប	$\angle ABC$	$\angle CBT$	$\angle ABT$
	27	………	19
	77	46	……..
	69	………	35
	………	70	12
	81	35	……..

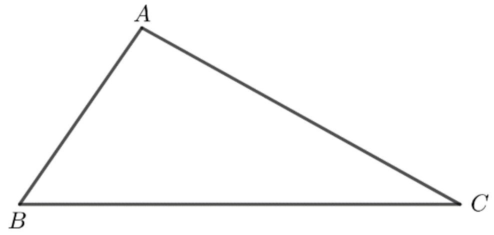
លំហាត់

1. ប្រាប់ឈ្មោះគ្រប់មុំលយក្នុងរូបនីមួយៗខាងក្រោមនេះ៖

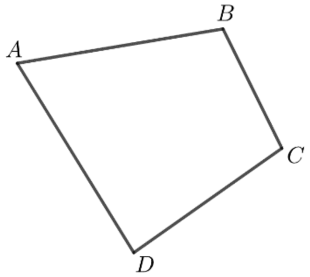
ក.



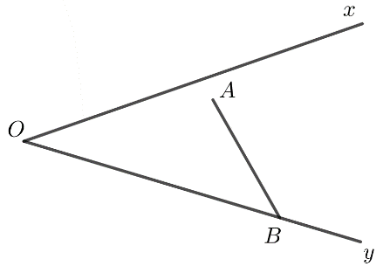
ខ.



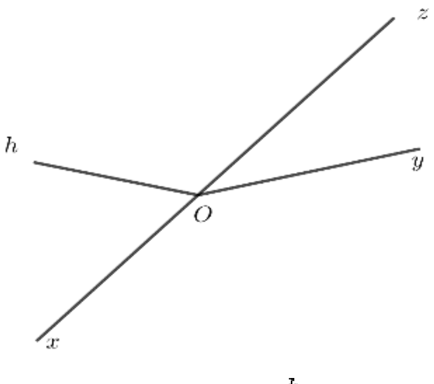
គ.

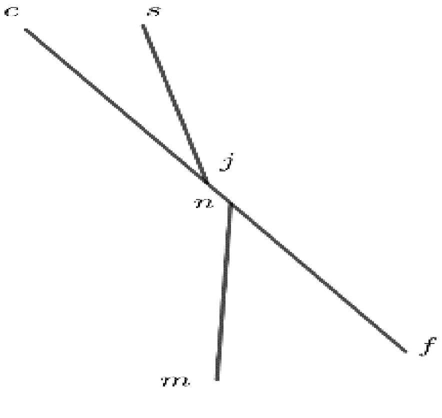


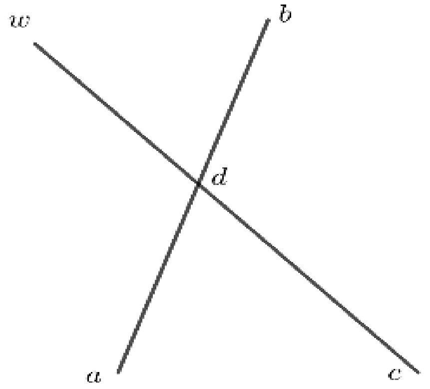
ឃ.

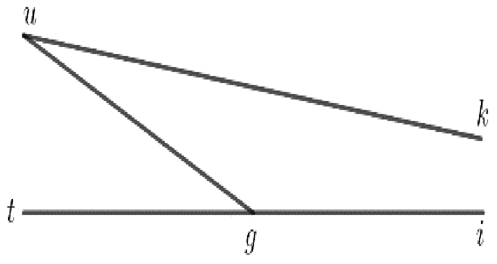


2. ក្នុងបណ្តាមុំខាងក្រោមតើមួយណាជាមុំទល់កំពូល? សរសេរឈ្មោះគូមុំទល់កំពូល។









3. បំពេញឃ្លាខាងក្រោម

ក. រង្វាស់នៃមុំស្រួចត្រូវឋិតនៅចន្លោះ ....° និង ....° ។

ខ. រង្វាស់នៃមុំទាលត្រូវឋិតនៅចន្លោះ ....° និង ....° ។

គ. មុំកែងមួយមានរង្វាស់ ....° ឬ ....° ។

ឃ. មុំរាបមួយមានរង្វាស់ ....° និង ....° ។

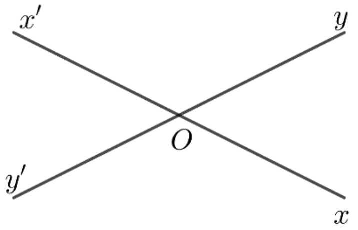
ង. មុំសូន្យមួយមានរង្វាស់ ....° និង ....° ។

4. តាមរូបនីមួយៗ ខាងក្រោមនេះ៖

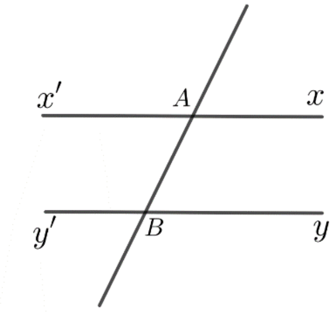
ក. គូសចំលងរូបឡើងវិញ

ខ. បញ្ជាក់មុំណាខ្លះប៉ុនគ្នា ដោយប្រើដែកឈាន

គ. កំណត់គំនូសតាងមុំប៉ុនគ្នាទាំងនេះនៅលើរូប



$(x'x)$ និង $(y'y)$កាត់គ្នា



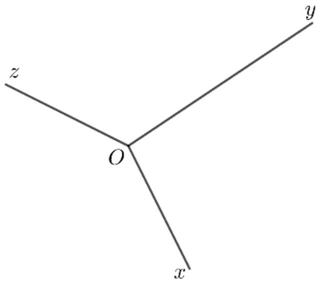
$(x'x)$ និង $(y'y)$ស្របគ្នា

$ABCD$ ជាប្រលេឡូក្រាម។

5. គូសកន្លះបន្ទាត់បី Ox, Oy, Oz

ក. វាស់មុំ xOy, yOz, zOx

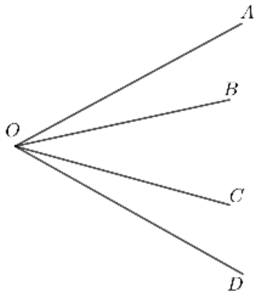
ខ. បូករង្វាស់មុំទាំងបី



6. រាប់ឈ្មោះគ្រប់មុំលយក្នុងរូបនេះ។

គេបានមុំប៉ុន្មាន?

តើមុំណាខ្លះជាមុំជាប់?



7. សង់កន្លះបន្ទាត់បួន OA, OB, OC, OD តាមលំដាប់។

ដោយដឹងថា $\angle AOB = \angle COD = 35^\circ$; $\angle BOC = 28^\circ$

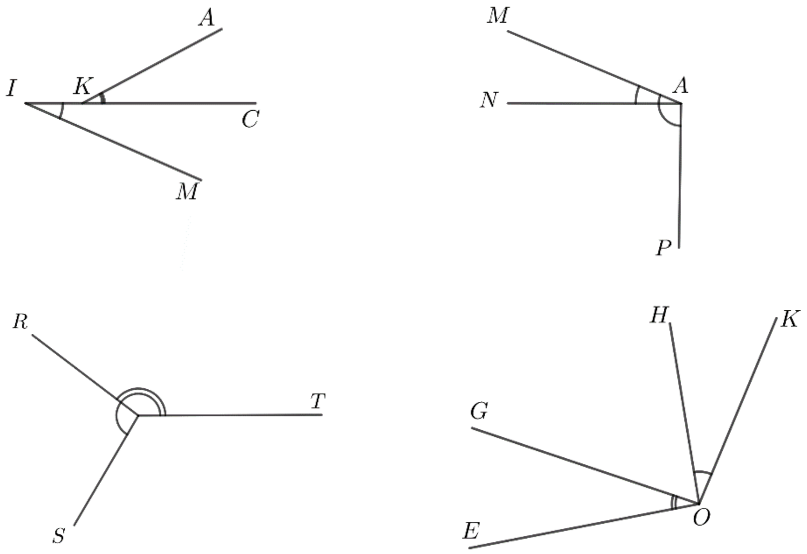
គណនា $\angle AOC$ និង $\angle BOD$

8. គូសកន្លះបន្ទាត់បី Ox, Oy, Oz ទៅតាមទិសដៅទ្រនិចនាឡិកា

ក. តើ $\angle xOy$ និង $\angle xOz$ ជាប់គ្នាឬទេ ? ព្រោះអ្វី ?

ខ. ប្រើសំនួរដដែលចំពោះ $\angle xOy$ និង $\angle yOz$ រួចចំពោះ $\angle xOz$ និង $\angle yOz$ ។

9. ក្នុងករណីនីមួយៗ ខាងក្រោមនេះ តើមុំណាជាមុំជាប់ ហើយមុំណាជាមុំមិនជាប់ ? ព្រោះអ្វី ?



10. ដោយប្រើបន្ទាត់ និងដែកឈានសង់មុំជាប់បីតគ្នា $\angle MON; \angle NOP; \angle POQ$ ដែល៖

$\angle MON$ និង $\angle BAC$ មានរង្វាស់ស្មើគ្នា

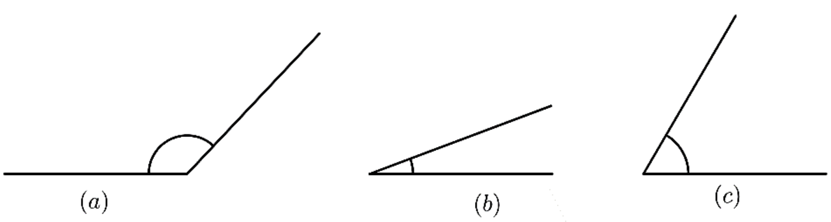
$\angle NOP$ និង $\angle ACB$ មានរង្វាស់ស្មើគ្នា

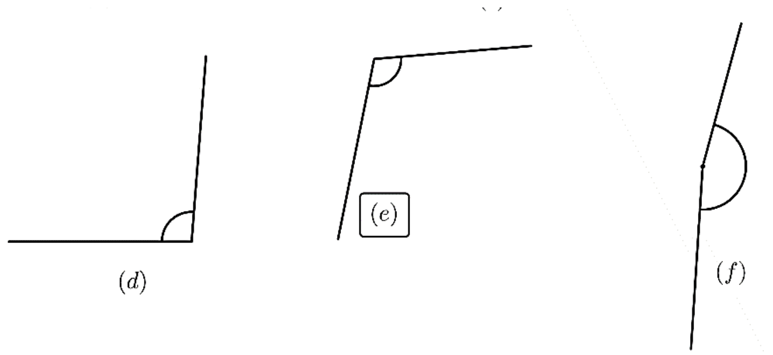
$\angle POQ$ និង $\angle ABC$ មានរង្វាស់ស្មើគ្នា

តើគេអាចថាយ៉ាងណាចំពោះ $[OM)$ និង $[OQ)$?

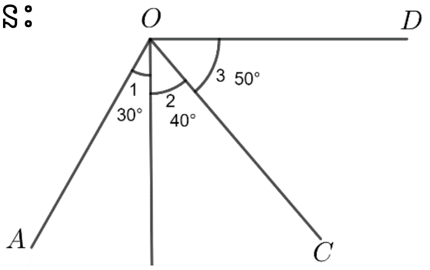
11. ក. គូសចំលងរូបខាងក្រោមឡើងវិញ

ខ. ចំនួននីមួយៗ 20°; 85°; 135°; 170°, 60°, 105° ជារង្វាស់មុំនៃរូបខាងក្រោម។ រកភាពត្រូវគ្នានៃចំនួននឹងមុំទាំងនេះ។





12. គូសរូបនេះឡើងវិញ ហើយគណនារង្វាស់ខាងក្រោមនេះ

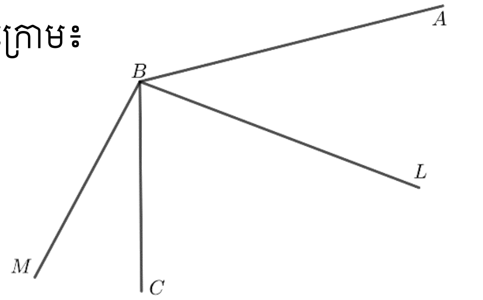


ក. $\angle AOC$ ខ. $\angle BOD$

គ. $\angle AOD$ ឃ. $\angle O_1 + \angle O_2 + \angle O_3$

ង. $\angle AOC - \angle O_2$ ច. $\angle AOD - \angle O_3$

គូសរូបនេះឡើងវិញ រួចបំពេញទំនាក់ទំនងខាងក្រោម៖



ក. $\angle ABL + \angle LBM = ...$

ខ. $\angle CBA - \angle LBA = ...$

គ. $\angle ABM = \angle MBC + ...$

14. គូសមុំពីរជាប់គ្នា xOy និង yOz ។ សរសេរផលបូកហើយសរសេរផលសងពីរយ៉ាង ដែលចេញពីផលបូកនេះ។

15. គូសផលបូកមុំជាប់ 9ប៉ុនគ្នា $\angle AOB$; $\angle BOC$;..........; $\angle IOJ$ តើមុំណាធំជាងមុំណាចំពោះ

ក. $\angle AOB$ និង $\angle AOD$ ខ. $\angle AOD$ និង $\angle AOJ$

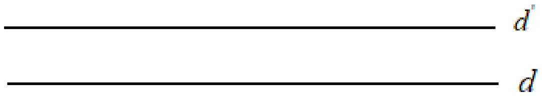
គ. $\angle DOJ$ និង $\angle DOJ$ ឃ. $\angle COF$ និង $\angle COJ$

មេរៀនទី៣ បន្ទាត់ស្រប បន្ទាត់កែង

៣.១. សញ្ញាណ បន្ទាត់ស្រប

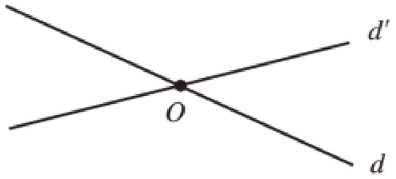
ឧទាហរណ៍១ សសរព្រះវិហារ ផ្លូវរថភ្លើង បង្គោលភ្លើងតាមសួនច្បារ គ្រោងទ្វារ ឧទាហរណ៍ទាំងអស់ខាងលើនេះផ្តល់សញ្ញាណ " បន្ទាត់ស្រប " ។

ឧទាហរណ៍២ បើបន្ទាត់ d និង d' នៅក្នុងប្លង់តែមួយគ្មានចំណុចរួមគេថា d និង d' ស្របគ្នា ។ គេកំណត់សរសេរ $d \parallel d'$



> **ជាទូទៅ** បន្ទាត់ពីរឋិតក្នុងប្លង់តែមួយ ហើយគ្មានចំណុចរួមហៅថា **បន្ទាត់ស្រប** ។

សម្គាល់ បើបន្ទាត់ d និងបន្ទាត់ d' មានចំណុចរួម O មួយ គេថាបន្ទាត់ d និង d' មិនស្របគ្នាទេ គឺប្រសព្វ គ្នាត្រង់ចំណុច O ។
គេកំណត់សរសេរ $d \cap d' = \{O\}$

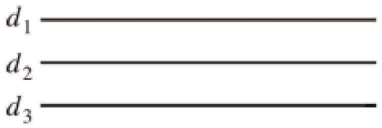


ឧទាហរណ៍៣ ឱ្យឧទាហរណ៍បន្ទាត់ពីរស្របគ្នាដែលឋិតនៅក្នុងថ្នាក់រៀនយើង ។ ជើងតុ ជើងកៅអី សសរថ្នាក់រៀន... ។ល។

លំហាត់គំរូ គូសបន្ទាត់ពីរស្របគ្នា បន្ទាប់មកគូសបន្ទាត់ទីបីស្របនឹងបន្ទាត់ទីមួយ ។ តើបន្ទាត់ទីបី ស្របនឹងបន្ទាត់ទីពីរឬទេ ?

ចម្លើយ តាងបន្ទាត់ d_1 ជាបន្ទាត់ទី 1 ហើយ d_2 ជាបន្ទាត់ទី 2 និង d_3 ជាបន្ទាត់ទី 3

គេមាន $d_1 \parallel d_2$ ហើយ $d_1 \parallel d_3$ នោះគេបាន $d_2 \parallel d_3$ ។



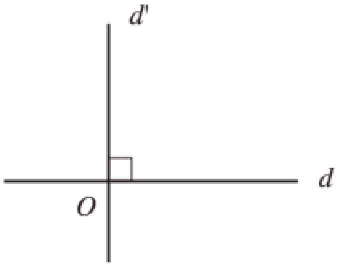
៣.២. សញ្ញាណនៃបន្ទាត់កែង

ឧទាហរណ៍១ ផ្លូវបំបែកជាបួន ក្រឡាចក្រត្រង់ បន្ទាត់កែង ឧទាហរណ៍ទាំងអស់ខាងលើនេះហៅថា " **បន្ទាត់កែង** " ។

ឧទាហរណ៍២ បើបន្ទាត់ d និង d' នៅក្នុងប្លង់មួយមាន ចំណុច O មួយហើយផ្គុំបានមុំកែងមួយ ។

គេថា d និង d' កែងគ្នាត្រង់ O ។

គេកំណត់សរសេរ $d \perp d'$ ។



> **ជាទូទៅ** បន្ទាត់ ឬកន្លះបន្ទាត់ ឬអង្កត់ពីរនៅក្នុងប្លង់មួយកែងគ្នាកាលណាវាកាត់គ្នា ហើយផ្គុំបានជាមុំកែងមួយ ។

លំហាត់គំរូ គេឱ្យ $Ax \perp Ay$ ។ មុំ $LxAO$ មានរង្វាស់បួនដងនៃមុំ $LyAO$ ។ គណនារង្វាស់ មុំ $LxAO$ ។$LxAO$

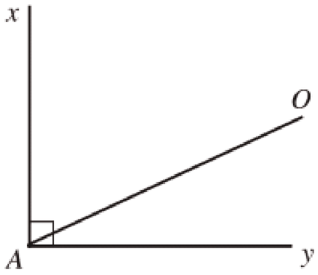
ចម្លើយ គេមាន $Ax \perp Ay$ នោះ $LxAO + LyAO = 90^o$

តែ $LxAO = 4LyAO$ សម្មតិកម្ម

$$LxAO + \frac{1}{4}LxAO = 90^o$$

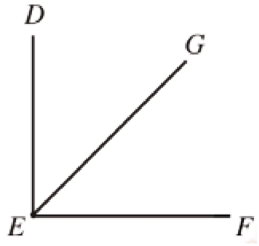
$$\frac{5}{4}LxAO = 90^o$$

$$\Rightarrow LxAO = \frac{90^o \times 4}{5} = 72^o$$



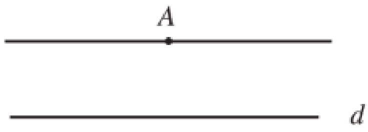
> ដូចនេះ $LxAO = 72^o$

ប្រតិបត្តិ គេឲ្យ $DE \perp EF$ ។ EG ជាកន្លះបន្ទាត់ពុះមុំ $\angle DEF$ គណនារង្វាស់មុំ $\angle GEF$ ។

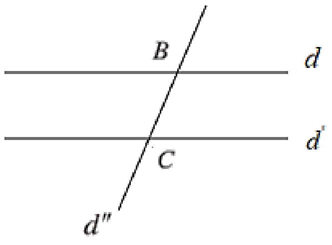


៣.៣. លក្ខណៈនៃបន្ទាត់ស្រប

ក. តាមចំណុច A មួយមិនបិតនៅលើបន្ទាត់ d គេអាចគូសបន្ទាត់បានតែមួយគត់ដែលកាត់តាម A ហើយស្របនឹងបន្ទាត់ d ។



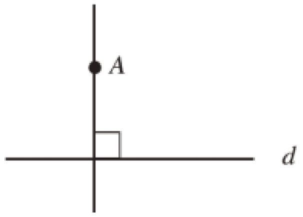
ខ. បើបន្ទាត់ពីរស្របគ្នា នោះគ្រប់បន្ទាត់ដែលកាត់បន្ទាត់មួយ ត្រូវកាត់បន្ទាត់មួយទៀត ។



គ. បើបន្ទាត់ពីរស្របគ្នា នោះគ្រប់បន្ទាត់ដែលស្រប បន្ទាត់មួយ ត្រូវស្របបន្ទាត់មួយទៀត ។

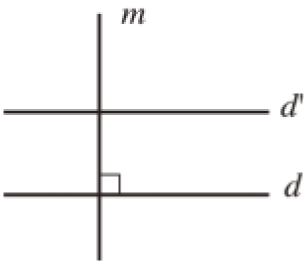
៣.៤. លក្ខណៈនៃបន្ទាត់កែង

ក. តាមចំណុច A មួយមិនឋិតនៅលើបន្ទាត់ d មួយ គេអាចគូសបានបន្ទាត់តែមួយគត់កាត់តាម A ដែលកែងនិងបន្ទាត់ d ។



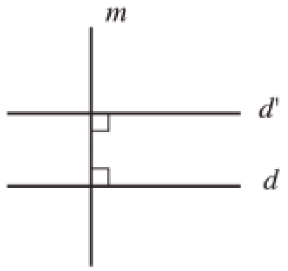
ខ. បើបន្ទាត់ពីរស្របគ្នា នោះគ្រប់បន្ទាត់ដែលកែង បន្ទាត់មួយត្រូវកែងនឹងបន្ទាត់មួយទៀត ។

បើ $\begin{cases} d \parallel d' \\ d \perp m \end{cases}$ នោះ $d' \perp m$ ។



គ. បើបន្ទាត់ពីរកែងទៅនឹងបន្ទាត់តែមួយ នោះបន្ទាត់ទាំងពីរស្របគ្នា ។

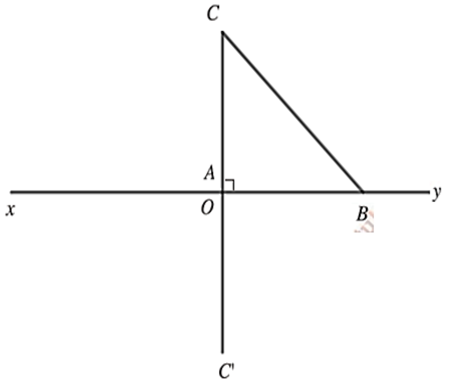
បើ $\begin{cases} d \perp m \\ d' \perp m \end{cases}$ នោះ $d \perp d'$ ។



៣.៥. សំណង់បន្ទាត់ស្រប និងបន្ទាត់កែង ដោយប្រើបន្ទាត់កែង និងដែកឈាន

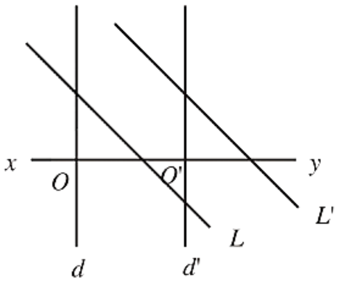
៣.៥.១. សំណង់បន្ទាត់កែងនឹងបន្ទាត់មួយ

គូសបន្ទាត់មួយដែលកាត់តាមចំណុច $O \in xy$ ហើយកែងនឹង xy ។ គេដាក់ជ្រុង AB នៃកែងឱ្យត្រួតលើ xy ហើយគេរំកិលកែងឱ្យជ្រុងមុំកែង AC មួយទៀតកាត់តាមចំណុច O រួចគេគូសជ្រុង AC ហើយគេបន្លាយ AC ។ គេបាន $CC' \perp xy$ ហើយកាត់តាម O ។



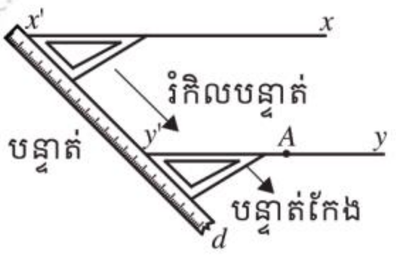
៣.៥.២. សំណង់បន្ទាត់ស្របដោយប្រើបន្ទាត់កែង

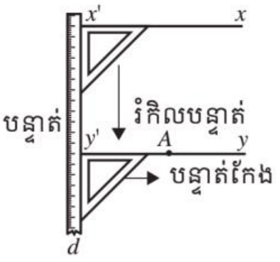
1. គេដឹងថា បន្ទាត់ពីរផ្សេងគ្នាកែងទៅនឹងបន្ទាត់តែមួយជាបន្ទាត់ស្របគ្នា។ តាមន័យនេះគេអាចសង់បន្ទាត់ពីរស្របគ្នាដោយប្រើបន្ទាត់កែង ។ គេមានបន្ទាត់ xy មួយ គេដាក់ជ្រុងនៃកែងឱ្យត្រួតស៊ីលើបន្ទាត់ xy រួចគូស បន្ទាត់ $d \perp xy$ ។ គេរំកិលជ្រុងនៃកែងលើបន្ទាត់ xy រួចគូសបន្ទាត់ $d' \perp xy$



ដូចនេះ គេបានបន្ទាត់ $d \parallel d'$ ។ គេសង្កេតឃើញថា បើគេបន្លាយអ៊ីប៉ូតេនុសនៃកែង គេក៏បានបន្ទាត់ពីរ $L \parallel L'$ ដែរ ។

2. តាមចំណុច A មិនឋិតនៅលើបន្ទាត់ $x'x$ គូសបន្ទាត់ $y'y \parallel x'x$ ។ ដំបូងគូសបន្ទាត់ កាត់ ឬកែង $x'x$ គេដាក់បន្ទាត់កែងយ៉ាងណាឱ្យជ្រុងនៃកែងមួយត្រួតស៊ីគ្នាជាមួយបន្ទាត់ $x'x$ និងជ្រុងមួយទៀតត្រួតស៊ីគ្នានិង d ។ គេរំកិលបន្ទាត់កែងរហូតដល់ជ្រុងនៃកែងត្រូវគ្នា នឹង $x'x$ កាត់តាមចំណុច A ។ គេគូសបន្ទាត់ $y'Ay$ គេបានបន្ទាត់ $y'y \parallel x'x$ ដែលត្រូវសង់ ។





លំហាត់គំរូ ក. គូសបន្ទាត់ d និងនៅចំណុច A មួយនៅក្រៅបន្ទាត់ d ។

ខ. គូសបន្ទាត់ h កាត់តាមចំណុច A ហើយកែងបន្ទាត់ d ។

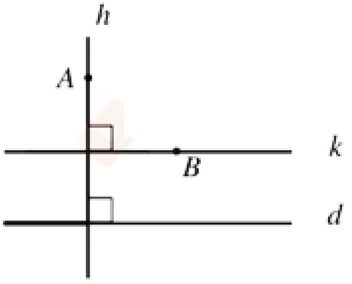
គ. ដៅចំណុច B មួយនៅក្រៅបន្ទាត់ d និង h ។

ឃ. គូសបន្ទាត់ k កាត់តាមចំណុច B ហើយដឹកងបន្ទាត់ h ។

ង. តើគេថាយ៉ាងណាចំពោះ d និង k ?

ចម្លើយ ក. ខ. គ. ឃ. ដូចខាងស្តាំ

ង. ដោយ $\begin{cases} h \perp d \\ h \perp k \end{cases}$ នោះ $d \parallel k$ ។



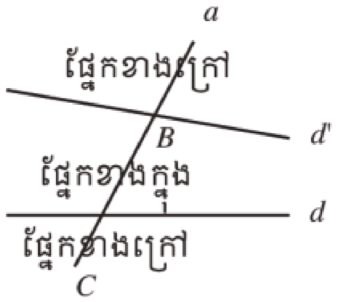
ប្រតិបត្តិ១ គេមានបន្ទាត់ d មួយ និងចំណុច A មិនស្ថិតនៅ លើបន្ទាត់ d ។ សង់បន្ទាត់ d' កាត់តាម A ហើយកែងនិងបន្ទាត់ d ដោយប្រើបន្ទាត់កែង ។

ប្រតិបត្តិ២ គេមានបន្ទាត់ d មួយ និងចំណុច A មិនស្ថិតនៅលើបន្ទាត់ d ។ សង់បន្ទាត់ d' កាត់តាម A ហើយស្រប នឹងបន្ទាត់ d

៣.៦. មុំផ្គុំដោយបន្ទាត់ពីរ និងខ្ទាត់មួយ

ខ្ទាត់ គឺជាបន្ទាត់ដែលប្រសព្វជាមួយ នឹងបន្ទាត់ពីរទៀតក្នុងប្លង់តែមួយត្រង់ចំណុចផ្សេងគ្នា ។

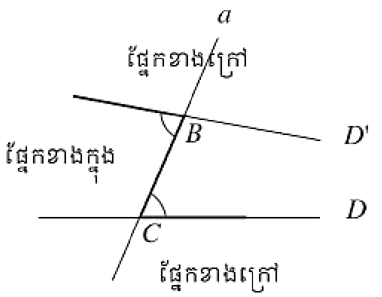
ផ្នែកប្លង់ដែលស្ថិតនៅចន្លោះបន្ទាត់ទាំងពីរហៅថា ផ្នែកខាងក្នុង និងផ្នែកនៅសល់នៃប្លង់ហៅថា ផ្នែកខាងក្រៅ ។



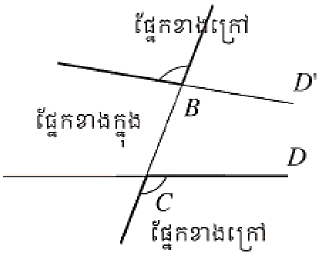
ឧទាហរណ៍ ក្នុងរូបនេះ បន្ទាត់ a គឺជាខ្នាត់នៃបន្ទាត់ d និង d'

> **ជាទូទៅ** បន្ទាត់ d និង d' ដែលកាត់ដោយខ្នាត់ BC ផ្តុំបានមុំប្រាំបីដែលចែកចេញជាបីក្រុម គឺ**មុំឆ្លាស់ក្នុង មុំឆ្លាស់ក្រៅ និងមុំត្រូវគ្នា** ។

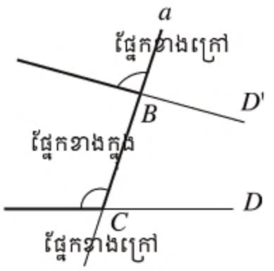
-មុំឆ្លាស់ក្នុង ជាគូនៃមុំផ្តុំឡើងដោយបន្ទាត់ពីរនិងខ្នាត់មួយ ។ មុំទាំងពីរនេះស្ថិតនៅផ្នែកខាងក្នុងហើយនៅម្ខាងម្នាក់នៃខ្នាត់ នឹងមានកំពូល ផ្សេងគ្នា ។



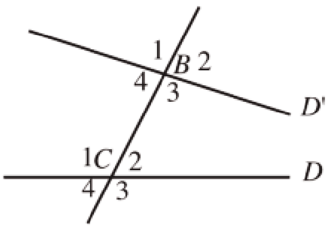
-មុំឆ្លាស់ក្រៅ ជាគូនៃមុំផ្តុំឡើងដោយបន្ទាត់ពីរ និងខ្នាត់មួយ ។ មុំទាំងពីរនេះស្ថិតនៅផ្នែកខាងក្រៅហើយនៅម្ខាងម្នាក់នៃខ្នាត់ នឹងមានកំពូល ផ្សេងគ្នា ។



-មុំត្រូវគ្នា គូនៃមុំផ្តុំឡើងដោយបន្ទាត់ពីរ និងខ្នាត់មួយ ។ មុំមួយត្រូវស្ថិតនៅផ្នែកខាងក្នុង និងមុំមួយទៀតត្រូវស្ថិតនៅផ្នែកខាងក្រៅហើយម្ខាងនៃខ្នាត់ និងមានកំពូលផ្សេងគ្នា ។



ឧទាហរណ៍ ពិនិត្យរូបខាងស្តាំនេះ រួចប្រាប់គូ មុំឆ្លាស់ក្នុង មុំឆ្លាស់ក្រៅ និងមុំត្រូវគ្នា ។



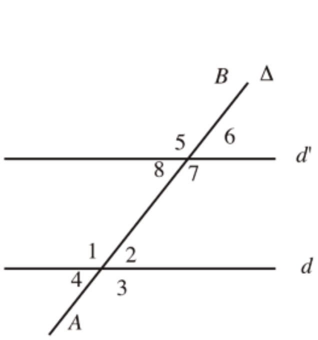
មុំឆ្លាស់ក្នុង គឺគូ $\angle B_4$ និង $\angle C_2, \angle B_3$ និង $\angle C_1$

មុំឆ្លាស់ក្រៅ គឺគូ $\angle B_1$ និង $\angle C_3, \angle B_2$ និង $\angle C_1$

និងមុំត្រូវគ្នា គឺគូ $\angle B_1$ និង $\angle C_1, \angle B_2$ និង $\angle C_2, \angle B_3$ និង $\angle C_2, \angle B_4$ និង $\angle C_4$ ។

៣.៧. មុំផ្តុំដោយប្រើបន្ទាត់ស្របពីរខ្នាត់មួយ

ឧទាហរណ៍ ក្នុងរូបខាងស្តាំនេះ គេមាន



1. បន្ទាត់ Δ ហៅថាខ្នាត់
2. មុំក្នុង $\angle A_1, \angle A_2, \angle A_7, \angle A_8$
3. មុំក្រៅ $\angle A_3, \angle A_4, \angle A_5, \angle A_6$

4. មុំឆ្លាស់ក្នុង គឺគូ $\angle A_4$ និង $\angle B_8, \angle A_1$ និង $\angle B_7$

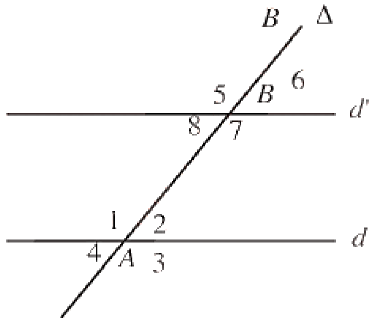
5. មុំឆ្លាស់ក្រៅ គឺគូ $\angle A_3$ និង $\angle B_5, \angle A_4$ និង $\angle B_6$

6. មុំត្រូវគ្នា គឺគូ $\angle A_1$ និង $\angle B_5, \angle A_2$ និង $\angle B_6$

$\angle A_4$ និង $\angle B_8, \angle A_3$ និង $\angle B_7$

ជាទូទៅ បើបន្ទាត់ពីរស្របគ្នា ហើយកាត់ដោយខ្នាត់មួយ នោះគេបាន

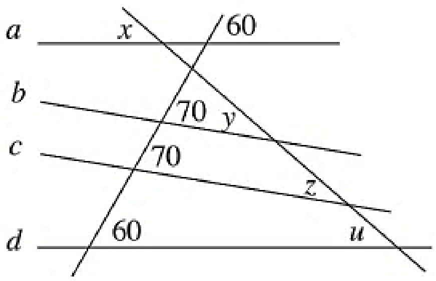
1. មុំត្រូវគ្នាប៉ុនគ្នា ។
2. មុំឆ្លាស់ក្នុងប៉ុនគ្នា ។
3. មុំឆ្លាស់ក្រៅប៉ុនគ្នា ។
4. មុំទល់កំពូលប៉ុនគ្នា ។
5. ផលបូកមុំក្នុងរួមខាងមានរង្វាស់ 180° ។
6. ផលបូកមុំក្រៅរួមខាងមានរង្វាស់ 180° ។



ឧទាហរណ៍២ ក្នុងរូបខាងស្តាំនេះបញ្ជាក់ថា តើគូបន្ទាត់ណាស្របគ្នា? ហើយមុំ $\angle x, \angle y, \angle z$ និង $\angle u$ ណាខ្លះប៉ុនគ្នា?

បន្ទាត់ $a \parallel d$ និង $c \parallel d$

មុំ $\angle x = \angle u$ មុំត្រូវគ្នានិង $\angle y = \angle z$ មុំត្រូវគ្នា ។



លំហាត់គំរូ១ ក្នុងរូបខាងស្តាំនេះ គេមានបន្ទាត់ $a \parallel d$ កាត់ដោយខ្នាត់ m ។ គណនារង្វាស់មុំ $\angle 1$ និង $\angle 4$ ។

ចម្លើយ ៖ មុំ $\angle 5$ និងមុំ $\angle 1$ ជាមុំត្រូវគ្នា នោះគេបាន

$\angle 5 \approx \angle 1$ តែមុំ $\angle 5$ មានរង្វាស់ 120° នោះមុំ $\angle 1$ រង្វាស់ 120° ។

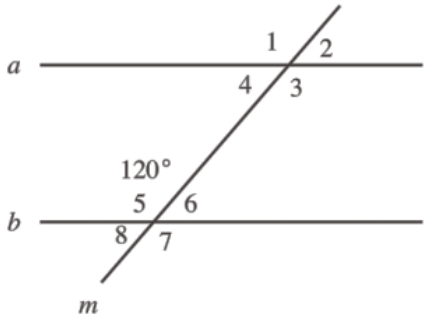
ដូចនេះមុំ $\angle 1$ រង្វាស់ 120° ។

$\angle 1 + \angle 4 = 180^o$

$120^o + \angle 4 = 180^o$

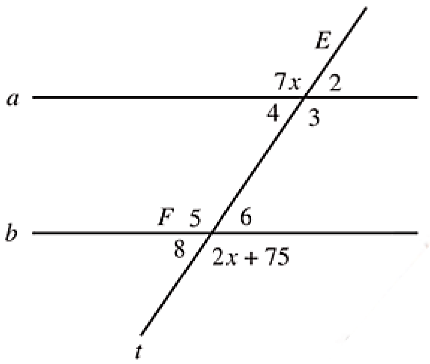
$\angle 4 = 180^o - 120^o = 60^o$

ដូចនេះ មុំ $\angle 4$ រង្វាស់ 60°



លំហាត់គំរូ២ ក្នុងរូបខាងស្តាំនេះ គេមានបន្ទាត់ $a \parallel d$ កាត់ដោយខ្នាត់ t ។ គណនារង្វាស់មុំនីមួយៗនៃមុំទាំង ៨ ដែលផ្គុំឡើងដោយបន្ទាត់ $a \parallel d$ កាត់ដោយខ្នាត់ t ។

ចម្លើយ $\angle E_7$ និង $\angle E_1$ ជាមុំឆ្លាស់ក្រៅ នោះគេបាន



$7x = 2x + 75$

$5x = 75$

$x = 15$

ដូចនេះ $\angle E_1 = \angle F_1 = 7x = 2x + 75 = 105^o$ ។

$\angle E_1 = \angle F_5 = 105^o$ ជាមុំត្រូវគ្នា

$\angle E_3 = \angle F_5 = 105^o$ ជាមុំឆ្លាស់ក្នុង

គេមាន $\angle E_1 + \angle E_2 = 180^o$ មុំជាប់បន្ថែម នោះ

$105 + \angle F_2 = 180^o$

$\angle E_2 = 180^o - 105^o = 75^o$

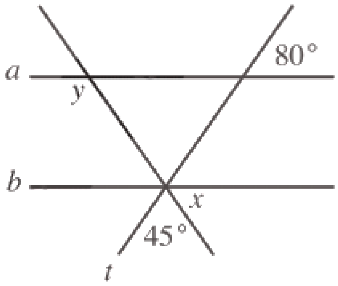
ដូចនេះ $\angle E_2 = \angle F_6 = 75^o$ មុំត្រូវគ្នា ។

$\angle E_4 = \angle F_6 = 75^o$ ជាមុំឆ្លាស់ក្នុង

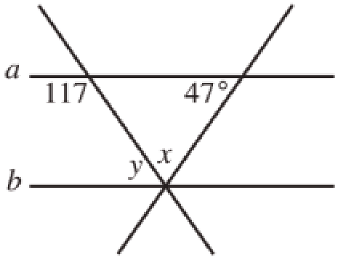
$\angle E_2 = \angle F_8 = 75^o$ ជាមុំឆ្លាស់ក្រៅ ។

ប្រតិបត្តិ ក្នុងរូបខាងក្រោមនេះ គេមានបន្ទាត់ $a \parallel d$ ។ គណនារង្វាស់មុំ $\angle x, \angle y$ ។

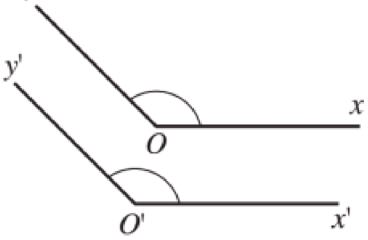
ក.



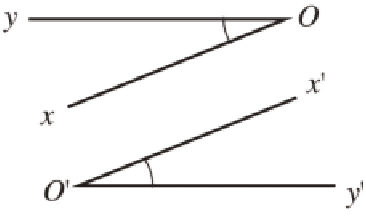
ខ.



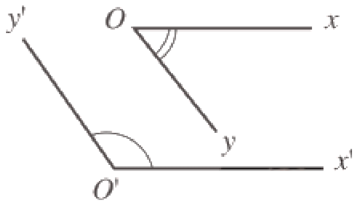
៣.៨. មុំមានជ្រុងត្រូវគ្នាស្របរៀងគ្នា



រូប (ក)



រូប (ខ)

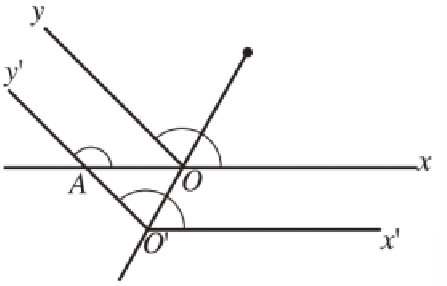


រូប (គ)

បើ $Ox \parallel O'x'$ និង $Oy \parallel O'x'$ នោះមុំ $\angle xOy$ និង $\angle x'O'y'$ ហៅថាមុំមានជ្រុងត្រូវគ្នាស្របរៀងគ្នា ។

លំហាត់គំរូ ក្នុងករណីនីមួយៗនៃរូបខាងលើបង្ហាញថា $\angle xOy = \angle x'O'y'$ ឬ $\angle xOy + \angle x'O'y' = 180^o$

ចម្លើយ រូប(ក)



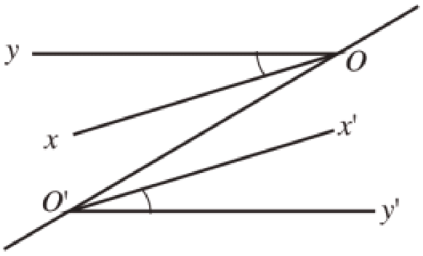
បន្លាយជ្រុង Ox កាត់ $O'y'$ ត្រង់ A ។

គេបាន $\angle xOy = \angle xAy'$ មុំត្រូវគ្នា ។

$\angle x'O'y' = \angle xAy'$ មុំត្រូវគ្នា ។

ដូចនេះ $\angle xOy = \angle x'O'y'$

រូប(ខ)

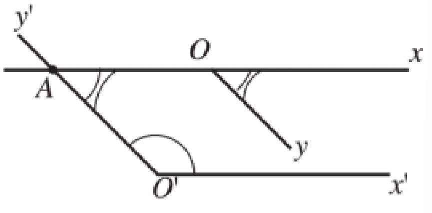


ភ្ជាប់ OO' គេបាន $\angle OO'y = \angle OO'y'$ មុំឆ្លាស់ក្នុង ។

$\angle O'Ox = \angle OO'x'$ មុំឆ្លាស់ក្នុង ។

នោះ $\angle O'Oy - \angle O'Ox = \angle OO'y' - \angle OO'x'$

ដូចនេះ $\angle xOy = \angle x'O'y'$



បន្លាយជ្រុង Ox កាត់ $O'y'$ ត្រង់ A ។

គេបាន $\angle xOy = \angle xAO'$ មុំត្រូវគ្នា ។

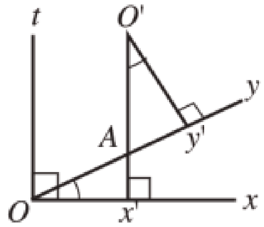
$\angle x'O'y' + \angle xAO' = 180^o$ ផលបូកមុំក្នុងរួមខាង

ដូចនេះ $\angle xOy + \angle xAO' = 180^o$

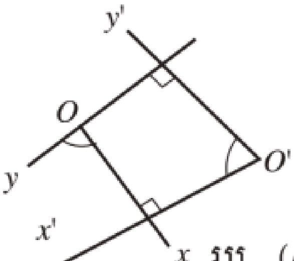
ជាទូទៅ មុំពីរដែលមានជ្រុងត្រូវគ្នា ស្របរៀងគ្នា

- ជាមុំប៉ុនគ្នា កាលណាវាស្រួចទាំងពីរ ឬទាលទាំងពីរ ។
- ជាមុំបន្ថែមគ្នា កាលណាមុំមួយស្រួច មួយទាល ។

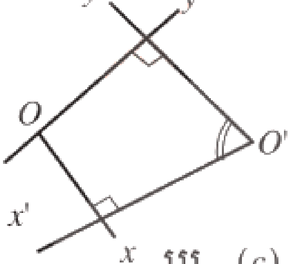
៣.៩. មុំមានជ្រុងត្រូវគ្នា កែងរៀងគ្នា



រូប (a)



រូប (b)

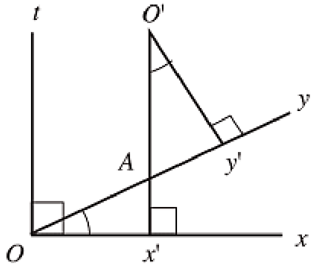


រូប (c)

បើ $Ox \perp O'x'$ និង $Oy \perp O'y'$ នោះមុំ $\angle xOy$ និង $\angle x'O'y'$ ហៅថាមុំមានត្រូវគ្នាកែងរៀងគ្នា ។

ឧទាហរណ៍ ក្នុងករណីនីមួយៗនៃរូបខាងលើបង្ហាញថា $\angle xOy = \angle x'O'y'$ ឬ $\angle xOy + \angle x'Oy'$ ។

រូប(a)



រូប (a)

តាម O គូស $Ot \perp O'y'$ រួច Oy កាត់ Ox ត្រង់ចំណុច A

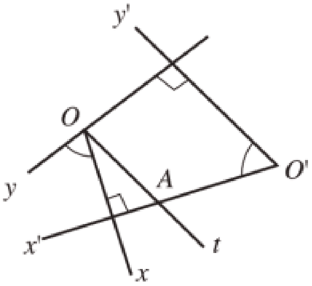
គេបាន $\angle yOt = \angle O'Ay$ មុំត្រូវគ្នា

ហើយ $\angle xOy = 90^o - \angle tOy$

$\angle x'O'y' = 90^o - \angle O'Ay$

ដូចនេះ $\angle x'Oy' = 90^o - \angle xOA$

រូប(b)



រូប (b)

តាម O គូស $Ot \perp O'y'$ នោះគេបាន $Ot \perp Oy$ រួច Ot កាត់ $O'x'$ ត្រង់ចំណុច A

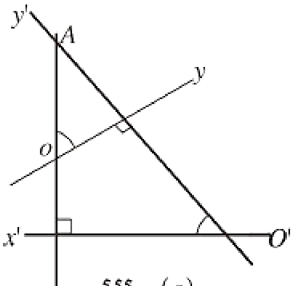
គេបាន $\angle OAx' = \angle x'O'y'$ មុំត្រូវគ្នា

ហើយ $\angle xOy = 90^o - \angle xOA$

$\angle x'O'y' = 90^o - \angle xOA$

ដូចនេះ $\angle xOy = \angle x'O'y'$

រូប(c)



រូប (c)

បន្លាយ Ox និង $O'y'$ កាត់គ្នាត្រង់ A

គេបាន $\angle AOy = \angle x'O'y'$ មុំមានជ្រុងត្រូវគ្នាកែងរៀងគ្នា

$\angle AOy + \angle xOy = 180^o$ (មុំជាប់បន្ថែម)

ដូចនេះ $\angle xOy + \angle x'O'y' = 180^o$

ជាទូទៅ មុំពីរដែលមានជ្រុងត្រូវគ្នា កែងរៀងគ្នា

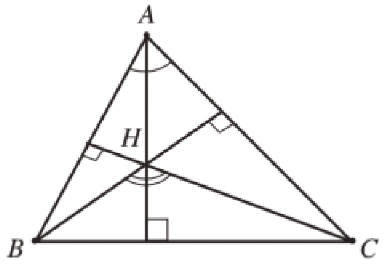
- ជាមុំប៉ុនគ្នា កាលណាវាស្រួចទាំងពីរ ឬ ទាលទាំងពីរ ។
- ជាមុំបន្ថែមគ្នា កាលណាមុំស្រួច មួយទាល ។

លំហាត់គំរូ គេមានត្រីកោណ ABC ដែលមុំទាំងពីរជាមុំស្រួច ហើយ H ជាអរតូសង់ ។ បង្ហាញថា $\angle BAC + \angle BHC = 180^o$ ។

ចម្លើយ គេមាន

$AB \perp CH$

$AC \perp BH$



នោះមុំ $\angle BAC$ និង $\angle BHC$ មុំមានជ្រុងត្រូវគ្នាកែងរៀងគ្នា។

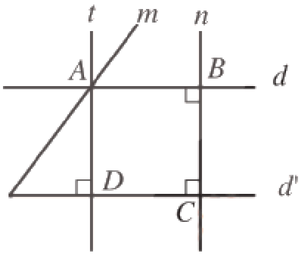
ដោយមុំជាមុំស្រួច ហើយជាមុំទាល។

ដូចនេះ $\angle BAC + \angle BHC = 180^o$

ប្រតិបត្តិ គេមានត្រីកោណ ABC ដែលមុំ B ជាមុំទាលហើយ H ជាអរតូសង់ ។ ប្រៀបធៀបមុំ $\angle BAC$ និង $\angle BHC$ ។

លំហាត់អនុវត្ត

១. ដោយប្រើរូបខាងស្តាំ



ក. រកបន្ទាត់ពីរស្របគ្នា អង្កត់ពីរស្របគ្នា កន្លះបន្ទាត់ពីរស្របគ្នា

ខ. តើមានបន្ទាត់កាត់តាមចំណុច E ស្របt t ឬទេ ?

គ. តើមានបន្ទាត់កាត់តាមចំណុច B ប៉ុន្មានស្របនឹងបន្ទាត់ t ?

ឃ. តើបន្ទាត់ m អាចស្របបន្ទាត់ n ឬទេ ?

២. ក្នុងរូបខាងស្តាំនេះ គេមានបន្ទាត់ $l \parallel m$ ។ ចរឲឈ្មោះគនីមយៗនៃ

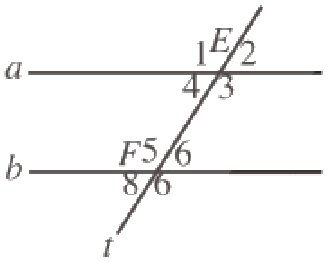
ក. មុំឆ្លាស់ក្នុង ។

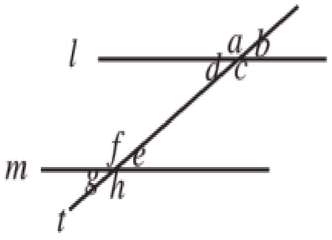
ខ. មុំឆ្លាស់ក្រៅ ។

គ. មុំត្រូវគ្នា ។

ឃ. មុំក្នុងរួមខាង ។

ង. មុំទល់កំពូល ។

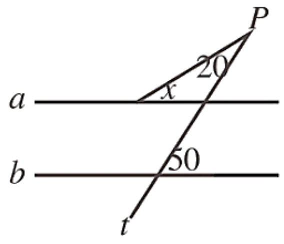


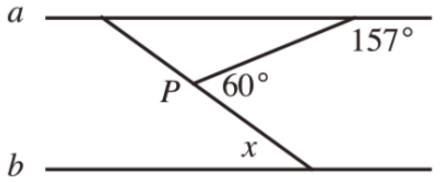


៣. គេមានបន្ទាត់ $a \parallel b$ ។ បង្ហាញថា $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = \angle 4 + \angle 2 + \angle 5$

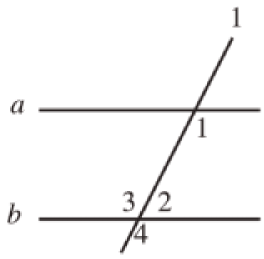
រួចគណនាផលបូកមុំ $\angle 4$, $\angle 2$, $\angle 5$ ។

៤. ក្នុងរូបខាងស្តាំនេះ គេមានបន្ទាត់ $a \parallel b$ ។ គណនារង្វាស់មុំ $\angle x$ ។





៥. ក្នុងរូបខាងស្តាំនេះ គេបាន $\angle 1 + \angle 2 = 180^o$ ។
បង្ហាញថា បន្ទាត់ $a \parallel b$
(ណែនាំប្រើ $\angle 1 + \angle 2 = 180^o$)។



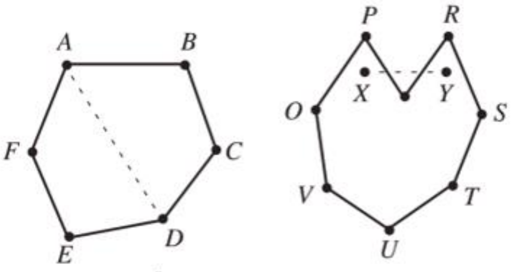
៦. គេមានត្រីកោណ ABC តាម B គេគូសកន្លះបន្ទាត់ $By \parallel AC$
នឹងស្ថិតនៅតែម្ខាង AB ។
ក. បង្ហាញថា $\angle A = \angle ABy$ ។
ខ. បង្ហាញថា $\angle C = \angle xBy$ ដែល Bx ជាបន្លាយនៃ BC ។
ទាញរកផលបូកមុំក្នុងនៃត្រីកោណ ABC ។

មេរៀនទី៤ រូបធរណីមាត្រដែលមានវិមាត្រពីរ

៤.១. ពហុកោណ

៤.១.១. សញ្ញាណពហុកោណ

ពហុកោណជាផ្ទៃកមួយនៃប្លង់ខណ្ឌដោយខ្សែកាច់បិទជិត។ គេមានពហុកោណនិងពហុកោណផត។ ពហុកោណប៉ោងជាពហុកោណដែលស្ថិតនៅតែម្ខាងធៀបនឹងជ្រុងណាមួយ។

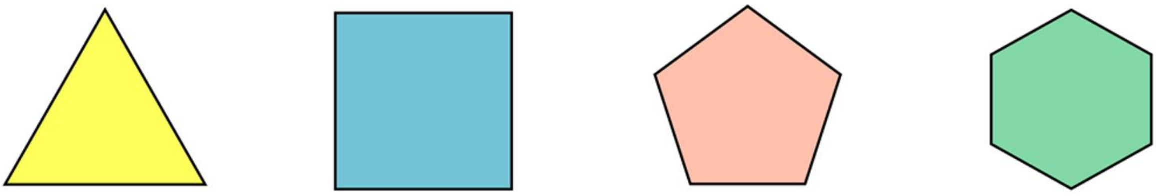


ពហុកោណប៉ោង ពហុកោណផត

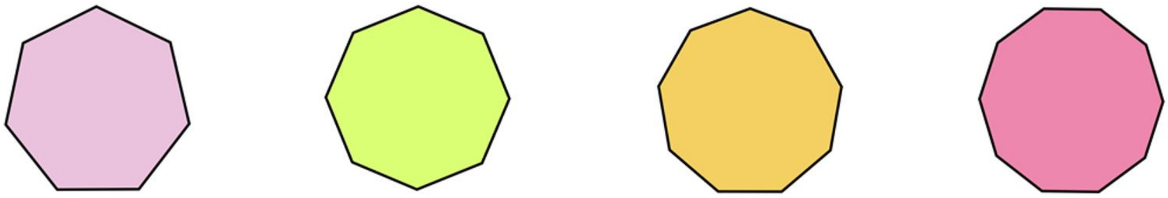
- ចំណុច A, B, C, D, E និង F ជា **កំពូលនៃពហុកោណប៉ោង។**
- អង្កត់ AB, BC, CD, DE, EF និង FA ជា **ជ្រុងនៃពហុកោណប៉ោង។**
- អង្កត់ AC, AD, AE, ..., FD ជា **អង្កត់ទ្រូងនៃពហុកោណប៉ោង។**
- មុំ $\angle ABC$, $\angle BCD$, $\angle CDE$, $\angle DEF$ និង $\angle FAB$ ជា **មុំក្នុងនៃពហុកោណប៉ោង** $ABCDEF$ ។

៤.១.២. ប្រភេទនៃពហុកោណប៉ោង

គេកំណត់ប្រភេទពហុកោណទៅតាមចំនួនជ្រុងរបស់វា។



ត្រីកោណ (ជ្រុង3) ចតុកោណ(ជ្រុង4) បញ្ចកោណ(ជ្រុង5) ឆកោណ(ជ្រុង6)

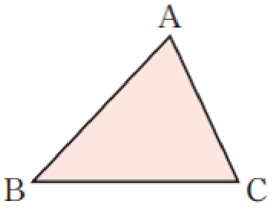


សប្តកោណ (ជ្រុង7) អដ្ឋកោណ (ជ្រុង8) នព្វកោណ (ជ្រុង9) ទសកោណ(ជ្រុង១០)

៤.២. ត្រីកោណ

៤.២.១. និយមន័យ

ពហុកោណដែលមានជ្រុង 3 ហៅថាត្រីកោណ។



គេកំណត់សរសេរ ΔABC អានថាត្រីកោណ ABC

ចំណុច A, B និង C ហៅថាកំពូលនៃត្រីកោណ

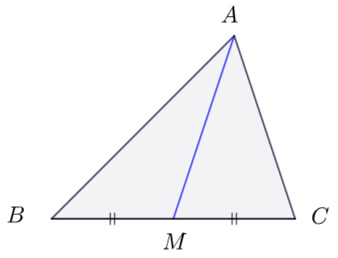
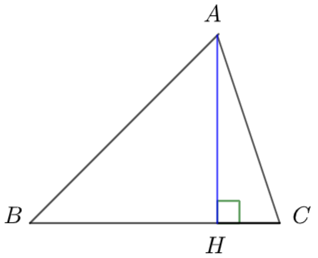
អង្កត់ AB, BC និង CA ហៅថាជ្រុងនៃត្រីកោណ

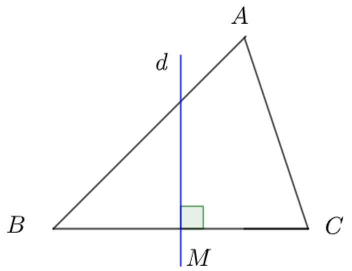
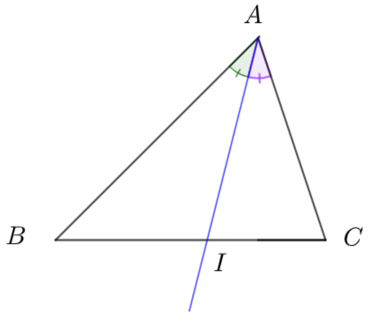
$\angle BAC$ ឬ $\angle A$, $\angle ABC$ ឬ $\angle B$ និង $\angle ACB$ ឬ $\angle C$ ហៅថា មុំក្នុងនៃត្រីកោណ ABC ។

សម្គាល់ គេអាចហៅត្រីកោណ ABC ឬ BCA ឬ CAB ។

ជ្រុងនិងមុំនៃត្រីកោណហៅថា ធាតុនៃត្រីកោណ ។ ត្រីកោណមួយមានធាតុ 9 គឺមុំបី ជ្រុងបី និងកំពូលបី គេថា $\angle A$ ជាមុំឈមនឹងជ្រុង BC ហើយ $\angle A$ និង $\angle B$ ជាមុំជាប់នឹងជ្រុង BC ។

៤.២.២. លក្ខណៈទូទៅនៃត្រីកោណ

មេដ្យាន	 M ជាចំណុចកណ្តាលនៃជ្រុង BC អង្កត់ AM ហៅថាមេដ្យាននៃ ΔABC ត្រូវនឹងជ្រុង BC ។ **ជាទូទៅ** មេដ្យាននៃ ΔABC គឺជាអង្កត់ដែលគូសចេញពីកំពូលទៅចំណុចកណ្តាលនៃជ្រុងឈម។
កម្ពស់	 $AH \perp BC$ អង្កត់ AH ហៅថាកម្ពស់នៃ ΔABC ត្រូវនឹងជ្រុង BC ។ **ជាទូទៅ** កម្ពស់នៃ ΔABC គឺជាអង្កត់ដែលគូសចេញពីកំពូលទៅនឹងជ្រុងឈម ឬបន្លាយនៃជ្រុងឈម។

មេដ្យាទ័រ	 M ចំណុចកណ្ដាលនៃជ្រុង BC $d\perp BC$ ត្រង់ M បន្ទាត់ d ហៅថា មេដ្យាទ័រនៃ ΔABC ត្រូវជ្រុង BC ។ **ជាទូទៅ** មេដ្យាទ័រនៃ ΔABC គឺជាបន្ទាត់ដែលកែងនឹងជ្រុងត្រង់ចំណុចកណ្ដាល។
កន្លះបន្ទាត់	 $\angle BAI=\angle IAC$ $[AI)$ ហៅថាកន្លះបន្ទាត់ពុះក្នុងនៃមុំ $\angle A$ របស់ ΔABC **ជាទូទៅ** កន្លះបន្ទាត់ពុះមុំក្នុងនៃបន្ទាត់ដែលចែកមុំក្នុងជាពីរផ្នែកប៉ុនគ្នា។

លំហាត់គំរូ គូសត្រីកោណ ABC មួយ រួចសង់ចំណុចដូចខាងក្រោមនេះ៖

I ជាចំណោលកែងនៃចំណុច A លើបន្ទាត់ BC , J ជាចំណោលកែងនៃចំណុច I លើបន្ទាត់ AB , K ជាចំណោលកែងនៃចំណុច I លើបន្ទាត់ AC , L ជាចំណោលកែងនៃចំណុច K លើបន្ទាត់ BC , M ជាចំណុចកណ្ដាលនៃជ្រុង BC ។ បន្ទាត់ d កែងនឹងជ្រុង BC ត្រង់ចំណុច M ។

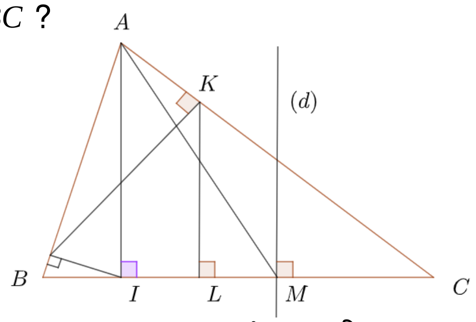
ក. តើអង្កត់ AI តាងអ្វីចំពោះត្រីកោណ ABC ?

ខ. តើអង្កត់ JK តាងអ្វីចំពោះត្រីកោណ ABI ?

គ. តើអង្កត់ AM តាងអ្វីចំពោះត្រីកោណ ABC ?

ឃ. តើបន្ទាត់ d តាងអ្វីចំពោះជ្រុង BC នៃត្រីកោណ ABC ?

ង. បង្ហាញថាបន្ទាត់ $AI \parallel KL$ ។



ចម្លើយ ក. ដោយ I ជាចំណោលកែងនៃចំណុច A លើ BC នោះ $AI\perp BC$

គេបាន AI ជាកម្ពស់នៃត្រីកោណ ABC ។

ខ. ដោយ J ជាចំណោលកែងនៃចំណុច I លើ AB នោះ $IJ \perp AB$

គេបាន IJ ជាកម្ពស់នៃត្រីកោណ ABI ។

គ. ដោយ M ជាចំណុចកណ្តាលនៃជ្រុង BC នោះ AM ជាមេដ្យាននៃត្រីកោណ ABC ។

ឃ. ដោយបន្ទាត់ $d \perp BC$ ត្រង់ M ជាចំណុចកណ្តាលនៃជ្រុង BC នោះ

បន្ទាត់ d មេដ្យាទ័រនៃត្រីកោណ ABC ។

ង. បង្ហាញថាបន្ទាត់ $AI \parallel KL$

គេមាន $AI \perp BC$

$KL \perp BC$ នោះ $AI \perp KL$ ។

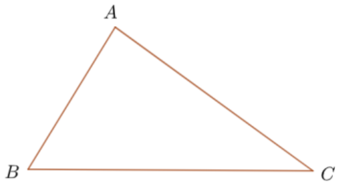
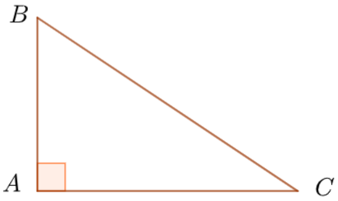
ប្រតិបត្តិ គូសត្រីកោណសមបាត ABC ដែលមានកំពូល A ។ ដៅ I ជាចំណុចកណ្តាលនៃបាត BC ។ គូសកម្ពស់នៃត្រីកោណ ABC ចេញពីកំពូល B និង C ។ តាង E ជាប្រសព្វរវាងកម្ពស់ទាំងពីរនេះ។

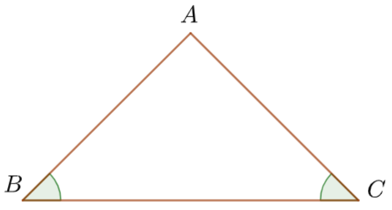
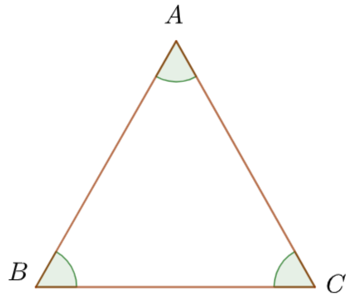
ក. តើបន្ទាត់ AE តាងអ្វីចំពោះត្រីកោណ ABC ? ព្រោះអ្វី?

ខ. បង្ហាញថាចំណុច A, E និង I រត់ត្រង់គ្នា។

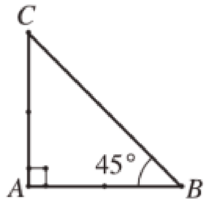
៤.២.៣. ប្រភេទត្រីកោណ

គេកំណត់ប្រភេទនៃត្រីកោណទៅតាមមុំនិងជ្រុងរបស់វា

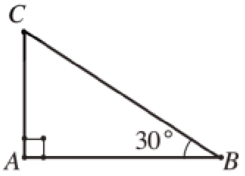
រូប	ឈ្មោះ	លក្ខណៈ
	ត្រីកោណ (សាមញ្ញ)	មុំទាំងបីមិនប៉ុនគ្នា $\angle A \neq \angle K \neq \angle C$ ជ្រុងទាំងបីមិនប៉ុនគ្នា $AB \neq BC \neq CA$
	ត្រីកោណកែង	មុំកែងមួយ $\angle A$ ជាមុំកែង ជ្រុង $AB \perp AC$

	ត្រីកោណសមបាត	មុំពីរប៉ុនគ្នា $\angle B = \angle C$ ជ្រុងពីរប៉ុនគ្នា $AB = AC$
	ត្រីកោណសម័ង្ស	មុំទាំងបីប៉ុនគ្នា $\angle A = \angle B = \angle C$ ជ្រុងទាំងបីប៉ុនគ្នា $AB = BC = CA$

សម្គាល់ គេក៏អាចកំណត់ប្រភេទនៃត្រីកោណកែងទៅតាមមុំនិងជ្រុងរបស់វាដូចជា

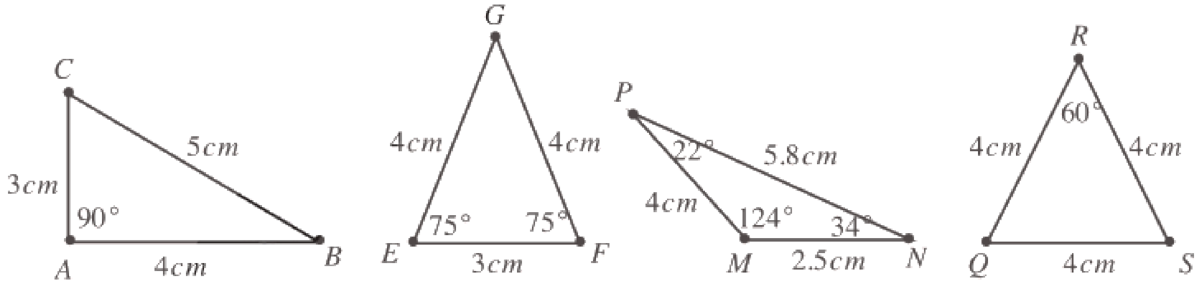


ត្រីកោណកែងសមបាត



ត្រីកោណកន្លះសម័ង្ស

លំហាត់គំរូ ប្រាប់ប្រភេទនៃត្រីកោណនីមួយៗខាងក្រោមតាមជ្រុង និងមុំ។



(ក) (ខ) (គ) (ឃ)

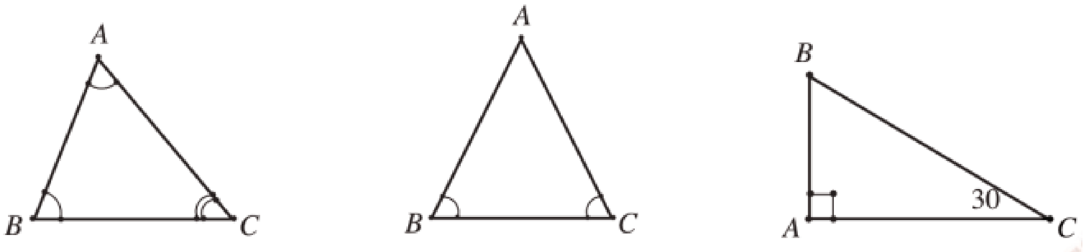
ចម្លើយ (ក). ត្រីកោណ ABC មានមុំកែងមួយ ជាត្រីកោណកែង។

(ខ). ត្រីកោណ EGF មានជ្រុងពីរឬមុំបាតពីរមានរង្វាស់ស្មើគ្នា ជាត្រីកោណសមបាត។

(គ). ត្រីកោណ MNP មានជ្រុងទាំងបី ឬមុំទាំងបីមានរង្វាស់មិនស្មើគ្នា ជាត្រីកោណសាមញ្ញ

(ឃ). ត្រីកោណ QRS មានជ្រុងទាំងបី ឬមុំទាំងបីមានរង្វាស់ស្មើគ្នា ជាត្រីកោណសម័ង្ស។

ប្រតិបត្តិ ប្រាប់ប្រភេទនៃត្រីកោណនីមួយៗខាងក្រោមតាមមុំ



៤.២.៤. ផលបូកមុំក្នុងនិងមុំក្រៅនៃត្រីកោណ

ក. ផលបូកមុំក្នុងត្រីកោណ

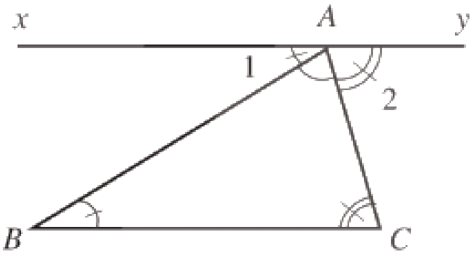
តាមកំពូល A នៃត្រីកោណ ABC គេគូសបន្ទាត់ $xy \parallel BC$ ។

គេបាន $\angle A+\angle A_1+\angle A_2=180^\circ$ (មុំជាប់បន្ថែម)

តែ $\angle A_1=\angle B$ (មុំឆ្លាស់ក្នុង)

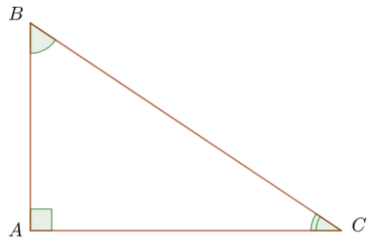
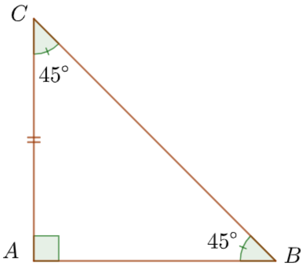
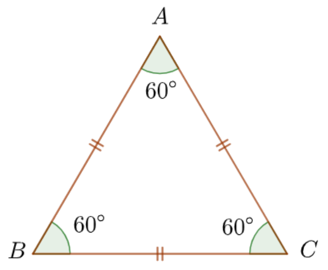
$\angle A_2=\angle C$ (មុំឆ្លាស់ក្នុង)

ដូចនេះ $\angle A+\angle B+\angle C=180^\circ$ ។



ជាទូទៅ ផលបូកមុំក្នុងទាំងបីនៃត្រីកោណស្មើនឹង 180° ។

វិបាក

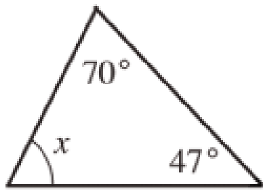
ត្រីកោណកែង	ត្រីកោណកែងសមបាត	ត្រីកោណសម័ង្ស
 $\angle B+\angle C=90^\circ$	 $\angle B=\angle C=45^\circ$	 $\angle A=\angle B=\angle C=60^\circ$

លំហាត់គំរូ១ គណនាមុំ x ក្នុងរូបខាងស្តាំ

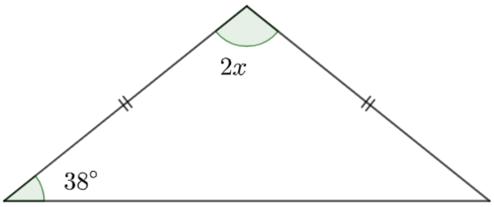
ចម្លើយ គេមាន $x+70^\circ+47^\circ=180^\circ$ (ផលបូកក្នុងមុំក្នុងត្រីកោណ)

$x+117^\circ=180^\circ \Leftrightarrow x=180^\circ-117^\circ=63^\circ$

ដូចនេះ មុំ $x=60^\circ$ ។



លំហាត់គំរូ២ គណនាមុំ x ក្នុងរូបខាងស្តាំ



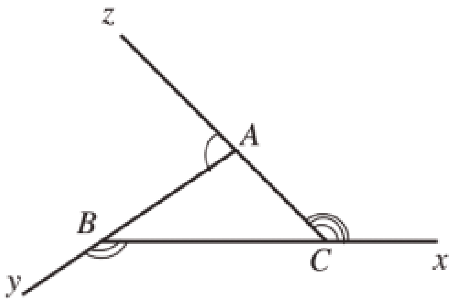
ចម្លើយ គេមាន $2x+38^{\circ}+38^{\circ}=180^{\circ}$ (38° ជារង្វាស់មុំបាតនៃត្រីកោណសមបាត)

$$2x=180^{\circ}-76^{\circ}$$

$$2x=104^{\circ}$$

នាំឱ្យ $x=52^{\circ}$ ដូចនេះ មុំ $x=52^{\circ}$ ។

ខ. ទំនាក់ទំនងរវាងមុំក្នុងនិងមុំក្រៅ



$\angle ACx$ ហៅថា មុំក្រៅត្រង់ C នៃ ΔABC

$\angle CBy$ ហៅថា មុំក្រៅត្រង់ B នៃ ΔABC

$\angle BAz$ ហៅថា មុំក្រៅត្រង់ A នៃ ΔABC

គេដឹងថា $\angle A+\angle B+\angle C=180^{\circ}$ (ផលបូកមុំក្នុងត្រីកោណ)

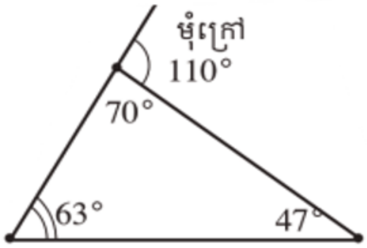
$\angle A+\angle BAz=180^{\circ}$ (មុំជាប់បន្ថែម)

$\angle A+\angle BAz=\angle A+\angle B+\angle C\Rightarrow\angle BAz=\angle B+\angle C$

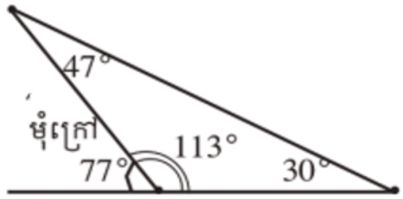
ដូចនេះ $\angle BAz=\angle B+\angle C$ ។

> **ជាទូទៅ** មុំក្រៅមួយនៃត្រីកោណស្មើនឹងផលបូកមុំក្នុងពីរផ្សេងទៀតដែលមិនជាប់នឹងវា។

ឧទាហរណ៍១

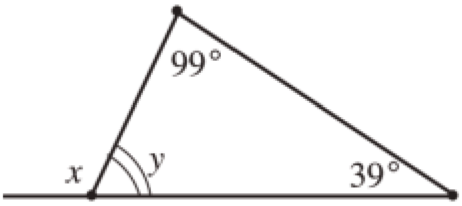


$110^{\circ}=63^{\circ}+47^{\circ}$



$77^{\circ}=30^{\circ}+47^{\circ}$

ឧទាហរណ៍២ គណនាមុំ x និង y ក្នុងរូបខាងស្តាំ។



គេមាន $y+99^{\circ}+39^{\circ}=180^{\circ}$ (ផលបូកក្នុងត្រីកោណ)

$y=180^{\circ}-138^{\circ}=42^{\circ}$

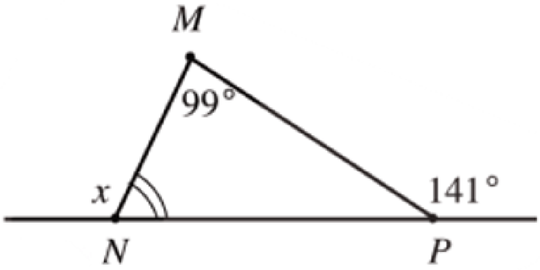
ដូច្នេះ មុំ $y=42^{\circ}$ ។

គេមាន $x=90^{\circ}+39^{\circ}$ (មុំក្រៅត្រីកោណ)

$x=138^{\circ}$ ដូចនេះ $x=138^{\circ}$ ។

លំហាត់គំរូ គណនាមុំ x ក្នុងរូបខាងស្តាំនេះ។

ចម្លើយ គណនាមុំ x



$\angle MPN + 141° = 180°$ (មុំជាប់បន្ថែម)

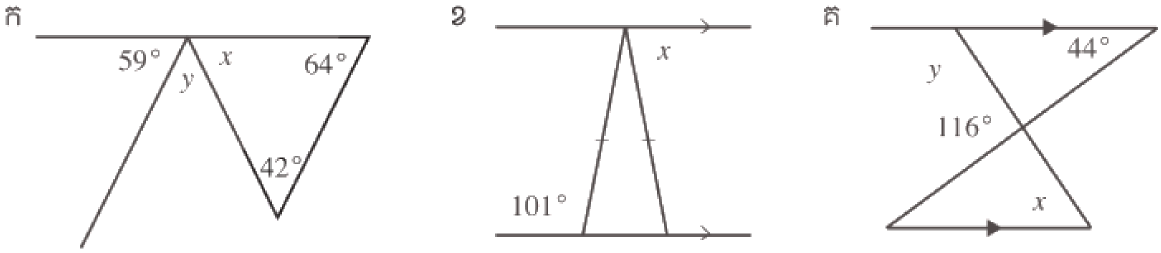
$\angle MPN = 180° - 141° = 39°$

គេមាន $x = 99° + 39°$ (មុំក្រៅត្រីកោណ)

$x = 138°$

ដូចនេះ មុំ $x = 138°$ ។

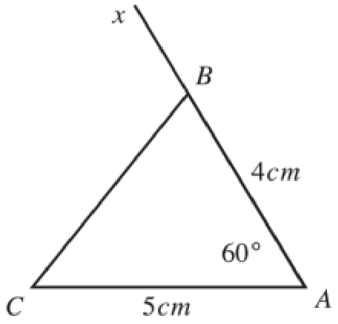
ប្រតិបត្តិ ក្នុងរូបខាងក្រោមនេះ គណនាមុំ x និង y



៤.២.៥. សំណង់ត្រីកោណ

ឧទាហរណ៍១ សង់ត្រីកោណ ABC ដោយស្គាល់ $\angle A = 60°$,

$AB = 4cm$, $AC = 5cm$ ។



សំណង់ គូស $AC = 5cm$

ដោយប្រើរ៉ាប៉័ទ័រគូស $\angle CAx = 60°$

ដោយប្រើបន្ទាត់លេខដៅចំណុច B នៅលើ Ax

ដែល $AB = 4cm$ ទាញភ្ជាប់ឱ្យបានអង្កត់ CB ។

គេបានត្រីកោណ ABC ដែលសួររក។

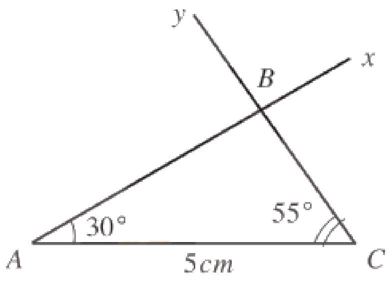
ឧទាហរណ៍២ សង់ត្រីកោណ ABC ដោយស្គាល់ $\angle A = 30°$, $AC = 5cm$, $\angle C = 55°$ ។

សំណង់ គូស $AC = 5cm$

ដោយប្រើរ៉ាប់ទ័រគូស $\angle CAx = 30°$ និង $\angle CAy = 55°$

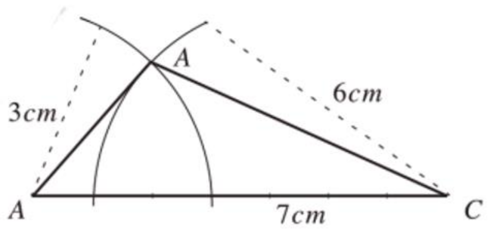
Ax និង By ប្រសព្វត្រង់ចំណុច B ។

គេបានត្រីកោណ ABC ដែលសួររក។



ឧទាហរណ៍៣ គេសង់ត្រីកោណ ABC ដោយស្គាល់ $AB=3cm$, $BC=6cm$, $AC=7cm$ ។

សំណង់ គូសធ្នូរង្វង់ផ្ចិត A កាំ $3cm$ និងគូសធ្នូរង្វង់ផ្ចិត C កាំ $6cm$ ធ្នូរង្វង់ទាំងពីរប្រសព្វគ្នាត្រង់ចំណុច B គូសភ្ជាប់ឱ្យបានអង្កត់ AB និង BC ។ គេបានត្រីកោណ ABC ដែលសួររក។



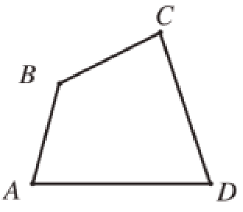
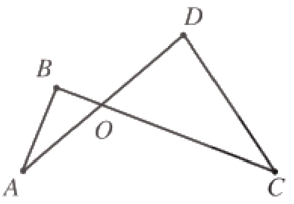
ប្រតិបត្តិ

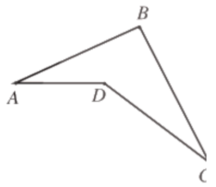
1. សង់ត្រីកោណ ABC ដោយស្គាល់បាត $BC=5cm$ និងជ្រុង $AB=AC=3cm$ ។
2. សង់ត្រីកោណ ABC ដោយស្គាល់ $\angle A=60°$, $BC=5cm$, $AC=4cm$ ។
3. គេឱ្យត្រីកោណ ABC មួយ។ សង់ត្រីកោណ DEF ដោយដឹងថា ΔDEF ត្រួតស៊ីគ្នានឹង ΔABC ។

៤.៣. ចតុកោណ

៤.៣.១. សញ្ញាណចតុកោណ និងលក្ខណៈទូទៅនៃចតុកោណ

ចតុកោណជាពហុកោណដែលមានជ្រុង 4 ។

ឈ្មោះ	រូប	លក្ខណៈ
ចតុកោណប៉ោងជាចតុកោណដែលស្ថិតនៅតែម្ខាងធៀបនឹងជ្រុងណាមួយ។		A និង C , B និង D ជាកំពូលឈមគ្នា។ AB និង CD , AD និង BC ជាកំពូលឈមគ្នា។ $\angle A$ និង $\angle C$, $\angle B$ និង $\angle D$ ជាមុំឈមគ្នា។ $\angle A$ និង $\angle B$, $\angle B$ និង $\angle D$ ជាមុំជាប់នឹងជ្រុងតែមួយ។ AC និង BD ជាអង្កត់ទ្រូង។
ចតុកោណខ្វែង ជាចតុកោណដែលមានជ្រុងកាត់គ្នាត្រង់ចំណុចមួយដែលមិនមែនជាកំពូលនៃត្រីកោណ។		ជ្រុង BC និង AD កាត់គ្នាត្រង់ចំណុច O ដែលមិនមែនជាកំពូលនៃចតុកោណ។

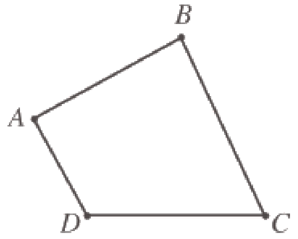
ចតុកោណផត ជាចតុកោណដែលមានបន្លាយនៃជ្រុងមួយកាត់ជ្រុងមួយទៀតនៃចតុកោណ។		បន្លាយនៃជ្រុង AD កាត់ជ្រុង BC ឬបន្លាយនៃជ្រុង CD កាត់ជ្រុង AB ។

លំហាត់គំរូ គេមានចតុកោណ $ABCD$ ។ រាប់ឈ្មោះ

ក. ជ្រុងឈមពីរគូ ខ. ជ្រុងជាប់គ្នាបួនគូ

គ. មុំឈមពីរគូ ឃ. កំពូលជាប់គ្នាបួនគូ

ង. មុំជាប់គ្នាបួនគូ។



ចម្លើយ

ក. ជ្រុងឈមពីរគូគឺ AB និង DC , AD និង BC

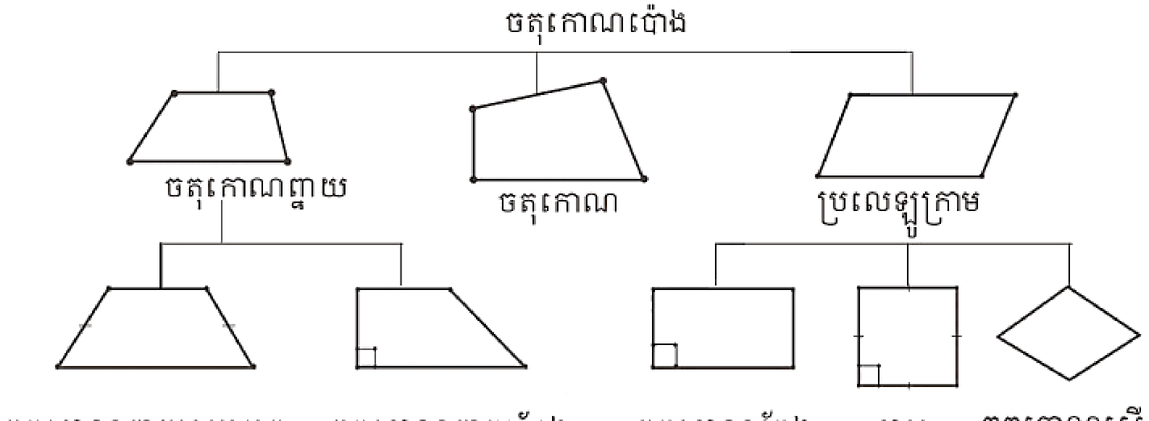
ខ. ជ្រុងជាប់គ្នាបួនគូគឺ AB និង BC , BC និង DC , CD និង DA , DA និង AB

គ. មុំឈមពីរគូគឺ $\angle A$ និង $\angle C$, $\angle B$ និង $\angle D$

ឃ. កំពូលជាប់គ្នាបួនគឺ A និង B , B និង C , C និង D , D និង A

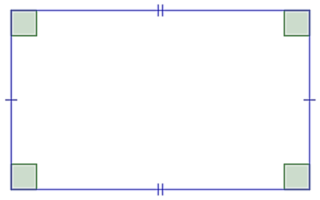
ង. មុំជាប់គ្នាបួនគូគឺ $\angle A$ និង $\angle B$, $\angle B$ និង $\angle C$, $\angle C$ និង $\angle D$, $\angle D$ និង $\angle A$ ។

៤.៣.៣. ប្រភេទចតុកោណប៉ោង



៤.៤. ចតុកោណកែង

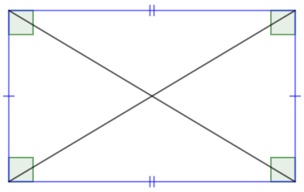
៤.៤.១. សញ្ញាណ



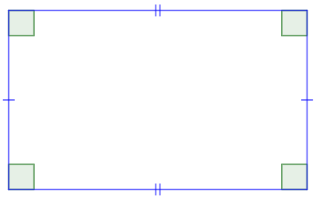
បើមុំទាំងអស់នៃចតុកោណជាមុំកែងនោះ គេថាចតុកោណនោះជា **ចតុកោណកែង** ។

ជាទូទៅ ចតុកោណកែង ជាចតុកោណដែលមានមុំកែង 4 ។

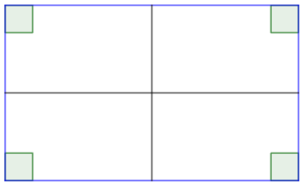
៤.៤.២. លក្ខណៈ



– មុំទាំងបួនជាមុំកែង
– ជ្រុងជាប់កែងគ្នា
– ជ្រុងឈមគ្នាស្របគ្នា និង ស្មើគ្នា។



អង្កត់ទ្រូងមានរង្វាស់ស្មើគ្នា ហើយប្រសព្វគ្នាត្រង់ចំណុចកណ្ដាលរៀង។



ដ្យានទ័រនៃជ្រុងឈមជាអ័ក្សឆ្លុះ ហើយកែងគ្នានិងប្រសព្វគ្នាត្រង់ចំណុចកណ្ដាលរៀង។

ឧទាហរណ៍៖ គេឱ្យចតុកោណកែង $ABCD$ មួយ និង E ជាចំណុចប្រសព្វនៃអង្កត់ទ្រូងទាំងពីរ។

ក. បើ $AE = 4cm$ គណនារង្វាស់ AC , EC , BD , DE និង EB ។

ខ. បើ $\angle BAE = 40°$ ។ រករង្វាស់មុំ $\angle ABE$, $\angle AEB$, $\angle BEC$, $\angle EBC$, $\angle BCE$ $\angle CDE$ និង $\angle EDA$ ។

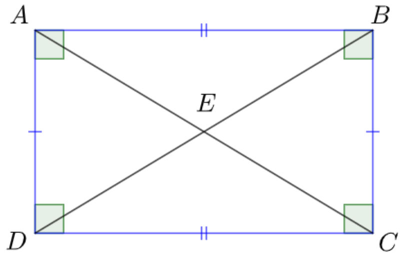
ចម្លើយ ក. គណនារង្វាស់ $AC = 2AE = 2\times 4cm = 8cm$

$EC = AE = 4cm$

$BD = AC = 8cm$

$DE = EB = \dfrac{DB}{2} = 4cm$ ។

ខ. បើ $\angle BAE = 40°$ ។ រករង្វាស់មុំ $\angle ABE$, $\angle AEB$, $\angle BEC$, $\angle EBC$, $\angle BCE$ $\angle CDE$ និង $\angle EDA$ ។



គេមាន $AE = EB = 4cm$ នោះត្រីកោណ AEB សមបាត។

$\angle ABE = \angle BAE = 30°$

គេមាន $\angle ABE + \angle BAE + \angle AEB = 180°$ (ផលបូកមុំក្នុងត្រីកោណ)

នោះ $\angle AEB = 180° - 30° - 30° = 120°$ ។

គេមាន $\angle AEB + \angle BEC = 180°$ (មុំជាប់បន្ថែម)

នោះ $\angle BEC = 180° - 120° = 60°$ ។

គេមាន $EB = EC = 4cm$ ហើយ $\angle BEC = 60°$ នោះត្រីកោណ EBC សម័ង្ស។

នោះ $\angle EBC = \angle ECB = \angle BEC = 60°$

គេមាន $\angle CDE = \angle EBA = 30°$ (មុំឆ្លាស់ក្នុង)

គេមាន $\angle EDA = \angle EBC = 60°$ (មុំឆ្លាស់ក្នុង)។

៤.៤.៣. សំណង់ចតុកោណកែង

លំហាត់គំរូ១ សង់ចតុកោណកែង $ABCD$ ដោយស្គាល់ $AB=3.5cm$, $AD=5cm$ ។

សង់ គូស $AD=5cm$

តាម A គូស Ax ដែល $Ax\perp AD$

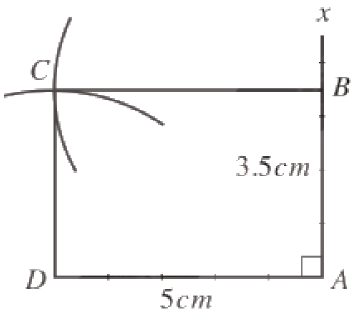
ដោយប្រើបន្ទាត់លេខដៅចំណុច B នៅលើ Ax ដែល $AB=3.5cm$ ។

គូសធ្នូរង្វង់ផ្ចិត B កាំ $5cm$ និងគូសធ្នូរង្វង់ផ្ចិត D កាំ $3.5cm$

ធ្នូរង្វង់ទាំងពីរប្រសព្វគ្នាត្រង់ចំណុច C

គូសភ្ជាប់អង្កត់ BC និង CD

គេបានចតុកោណកែង $ABCD$ ដែលសួររក។



លំហាត់គំរូ២ សង់ចតុកោណកែង $ABCD$ ដោយស្គាល់ $AD=5cm$ និង $\angle DAC=30^\circ$ ។

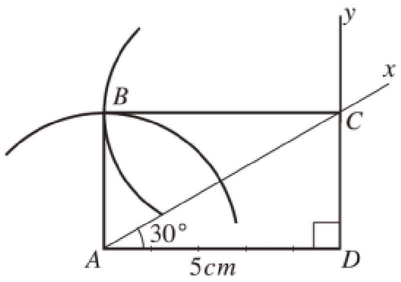
សំណង់ - គូស $AD=5cm$ ដោយប្រើរ៉ាប់ទ័រ

- គូស $\angle DAx=30^\circ$ និងត្រង់ D គូស $Dy\perp DA$ ដែល $Dy\cap Ax=\{C\}$ ។

- គូសធ្នូរង្វង់ផ្ចិត C កាំ DA និងគូសរង្វង់ផ្ចិត A កាំ DC ធ្នូរង្វង់ទាំងពីរប្រពន្ធគ្នាត្រង់ចំណុ B

- គូសភ្ជាប់ BC និង AB

គេបានចតុកោណកែង $ABCD$ ដែលត្រូវសង់។



ប្រតិបត្តិ ១. សង់ចតុកោណកែង $ABCD$ ដោយស្គាល់ $AB=4.5cm$, $AD=3.5cm$

ប្រតិបត្តិ ២. សង់ចតុកោណកែង $ABCD$ ដោយស្គាល់ $AB=64mm$ និង $\angle BAC=60^\circ$ ។

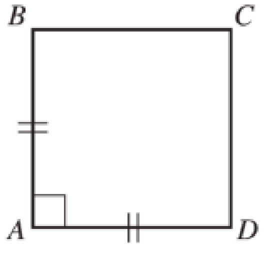
៤.៥. ការេ

៤.៥.១. និយមន័យ

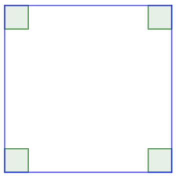
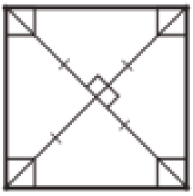
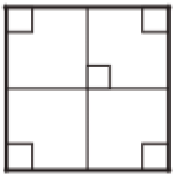
ការេ ជាចតុកោណកែងដែលមានជ្រុងជាប់ពីរប៉ុនគ្នា។

គេបាន $ABCD$ ចតុកោណកែង $AB=AD$ ។

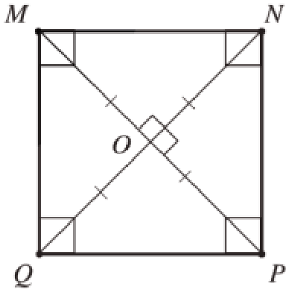
ដូចនេះ $ABCD$ ជាការេ។



៤.៥.២. លក្ខណៈការេ

		
- មុំទាំងបួនជាមុំកែង - ជ្រុងទាំងបួនប៉ុនគ្នា។	អង្កត់ទ្រូងប៉ុនគ្នា ហើយកែងគ្នាត្រង់ចំណុចកណ្ដាលរៀង។ អង្កត់ទ្រូងជាកន្លះបន្ទាត់ពុះនៃមុំឈមហើយជាអ័ក្សឆ្លុះ។	មេដ្យាទ័រនៃជ្រុងឈមជាអ័ក្សឆ្លុះ។

ឧទាហរណ៍ គេមាន $MNPQ$ ជាការេ។



ក. រង្វាស់មុំស្រួចនីមួយៗ។

ខ. រាប់ត្រីកោណទាំង 8 ក្នុងរូបដោយបញ្ជាក់ពីប្រភេទរបស់វាផង។

ចម្លើយ

ក. រករង្វាស់មុំស្រួចនីមួយៗ

ត្រីកោណកែង MON , NOP , POQ , QOM

មាន $OM = OP = OQ = ON$ ជាត្រីកោណកែងសមបាត។

គេបានមុំស្រួច $\angle OMP = \angle ONM = \angle OPN = \angle OPQ = \angle OQP$

$= \angle OQM = \angle OMQ$

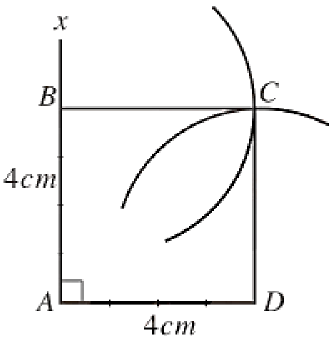
$= 40°$

ខ. រាប់ត្រីកោណទាំង 8 ក្នុងរូបដោយបញ្ជាក់ពីប្រភេទរបស់វាផង

ត្រីកោណកែង MON , NOP , POQ , QOM មាន $OM = OP = OQ = ON$ ជាត្រីកោណកែងសមបាត។

ត្រីកោណកែង MPN , MQP , PNQ , QNM មាន $MN = NP = PQ = QM$ ជាត្រីកោណកែងសមបាត។

៤.៥.៣. សំណង់ការេ



លំហាត់គំរូ១ សង់ការេ $ABCD$ ដោយស្គាល់ជ្រុង $AD = 4cm$ ។

សំណង់ គូស $AD = 4cm$ តាម A គូស $Ax \perp DA$ ដោយប្រើបន្ទាត់លេខដៅចំណុច B នៅលើ $AB = 4cm$ ។ គូសធ្នូរង្វង់ផ្ចិត B កាំ $AD = 4cm$ និងគូសធ្នូរង្វង់ផ្ចិត D កាំ $AD = 4cm$ ធ្នូរង្វង់ទាំងពីរប្រសព្វគ្នាត្រង់ចំណុច C

គូសភ្ជាប់ឱ្យបានអង្កត់ BC និង CD គេបាន ការេ $ABCD$ ដែលត្រូវសង់។

លំហាត់គំរូ២ សង់ការេ $ABCD$ ដោយស្គាល់អង្កត់ទ្រូង $AC = 6cm$ ។

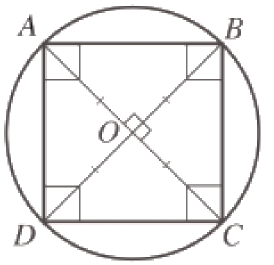
សំណង់ គូស $AC = 6cm$ ។ គូសរង្វង់ផ្ចិត O អង្កត់ផ្ចិត $AC = 6cm$ ។

គូសបន្ទាត់កែងនឹងអង្កត់ AC ត្រង់ O ។

បន្ទាត់នេះកាត់រង្វង់ត្រង់ពីរចំណុច B និង D ។

គូសភ្ជាប់ឱ្យបានអង្កត់ AB , BC , CD និង DA ។

គេបានការេ $ABCD$ ដែលគេសួររក។



ប្រតិបត្តិ ១. សង់ការេ $ABCD$ ដោយស្គាល់ជ្រុង $AB = 4.6cm$ ។

ប្រតិបត្តិ ២. សង់ការេ $ABCD$ ដោយស្គាល់អង្កត់ទ្រូង $BD = 7cm$ ។

ប្រតិបត្តិ ៣. គេមានចតុកោណកែង $ABCD$ ដូចរូបខាងស្តាំ

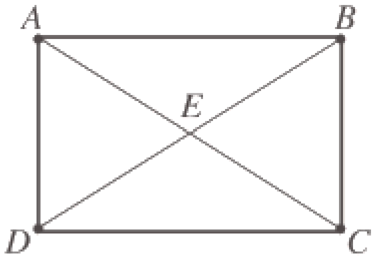
ដែល $AB = 24cm$, $BC = 10cm$ និង $AE = 13cm$ ។

ក. គណនាបរិមាត្រនៃចតុកោណកែង $ABCD$ ។

ខ. គណនាបរិមាត្រនៃត្រីកោណ BCD ។

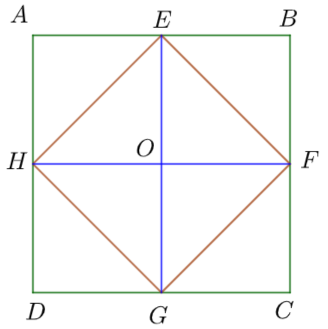
គ. គណនាបរិមាត្រនៃត្រីកោណ BEC ។

ឃ. គណនាបរិមាត្រនៃត្រីកោណ DEC ។



លំហាត់អនុវត្ត

1. គេមានត្រីកោណសម័ង្ស MOS ។ គណនារង្វាស់មុំក្នុងនីមួយៗនៃត្រីកោណសម័ង្ស MOS ។
2. សង់ត្រីកោណសមបាត ISO ដោយដឹងថា $IS=IO=52cm$ និង $EC=32cm$ រួចគណនាកម្ពស់ចេញពី I ។
3. សង់ត្រីកោណសម័ង្ស OUI ដោយដឹងថា $IO=4cm$ រួចគូសមេដ្យានចេញពី O ។
4. សង់ត្រីកោណកែង REC កែងត្រង់ E ដោយដឹងថា $ER=6cm$ និង $EC=8cm$ រួចគណនាប្រវែងអ៊ីប៉ូតេនុស។
5. សង់ត្រីកោណមួយ LAC ដោយដឹងថា $LA=6cm$, $AC=8cm$ និង $CL=11cm$ ។ រួចគណនាប្រវែងបរិមាត្រត្រីកោណ។
6. ក្នុងត្រីកោណមួយ មុំមួយមានរង្វាស់ $29°$ មុំមួយទៀតមានរង្វាស់ $57°$ ។ គណនារង្វាស់មុំទាំងទីបី។
7. មុំកំពូលនៃត្រីកោណសមបាតមួយមានរង្វាស់ 2/3 នៃរង្វាស់មុំកែង។ គណនារង្វាស់មុំបាតនៃត្រីកោណ។
8. មុំស្រួចមួយនៃត្រីកោណកែងមានរង្វាស់ $\frac{2}{3}$ នៃរង្វាស់មុំកែង។ គណនារង្វាស់មុំស្រួចមួយទៀតនៃត្រីកោណ។
9. សង់ចតុកោណ $ABCD$ មួយដោយស្គាល់ $AB=5cm$, $\angle B=70°$, $BC=7cm$ $\angle C=90°$ និង $CD=10cm$ ។
10. សង់ចតុកោណកែង $ABCD$ ដោយស្គាល់ $AB=64cm$ និង $\angle BAC=50°$ ។
11. សង់ចតុកោណកែង $ABCD$ ដោយស្គាល់ $AB=5cm$, $AD=7cm$ ។
12. សង់ការេ $ABCD$ ដោយស្គាល់ជ្រុង $AB=3.5cm$ ។
13. បង្ហាញថាកន្លះបន្ទាត់ពុះមុំក្នុងនៃប្រលេឡូក្រាមមួយកំណត់បានចតុកោណកែងមួយ។
14. ផលបូករង្វាស់មុំក្នុងពីរនៃត្រីកោណមួយស្មើនឹង $130°$ ហើយផលដករបស់វាស្មើនឹង $20°$ ។ គណនារង្វាស់មុំក្នុងទាំងបីនៃត្រីកោណនេះ។
15. រាប់ឈ្មោះការេ និងចតុកោណកែងក្នុងរូបខាងស្តាំ។



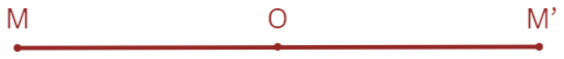
មេរៀនទី៥ ភាពឆ្លុះ

៥. ភាពឆ្លុះធៀបនឹងចំណុច

៥.១. ភាពឆ្លុះធៀបនឹងចំណុច

ឧទាហរណ៍១ គេមានចំណុចនឹង O មួយ និងចំណុច M មួយនៅក្នុងប្លង់។ គេគូសអង្កត់ MO រួចបន្លាយខាងO ឱ្យបាន $OM'=OM$ ។ គេបាន O ជាចំណុចកណ្ដាលនៃ MM' ហើយគេថាចំណុច M' ឆ្លុះ នឹង M ធៀបនឹងចំណុច O ។ ចំណុច O ហៅថា **ផ្ចិតឆ្លុះ** ។ ចំណុចឆ្លុះនៃចំណុច O គឺចំណុច O ខ្លួនឯង។

រូបតំណាង (១)



ឧទាហរណ៍២ គេមានចំណុច O មួយកណ្ដាលអង្កត់ AB ។ បន្ទាប់មកគេដៅចំណុច m ចំកណ្ដាលអង្កត់ AO និង ដៅចំណុច m' កណ្ដាលអង្កត់ OB ។

រូបតំណាង (២)

តាមរយៈរូបតំណាង គេទាញបាន B ឆ្លុះ នឹង A ធៀបនឹងចំណុច O និង m' ឆ្លុះ នឹង m ធៀបនឹងចំណុច O ។

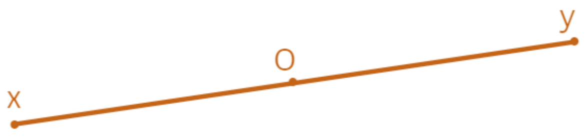
ចំណាំ

- ចំណុច A មិនអាចឆ្លុះ នឹង m' ធៀបនឹងចំណុច O ទេ
- ចំណុច m មិនអាចឆ្លុះ នឹង B ធៀបនឹងចំណុច O ទេ ។

ជាទូទៅ	ចំណុច M' ឆ្លុះ M ធៀបនឹងចំណុច O មួយ កាលណា O ជាចំណុចកណ្ដាលនៃអង្កត់ MM' ។

លំហាត់គំរូ១ គេឱ្យអង្កត់ xy មួយប្រវែង $6cm$ ។ ចូរដៅចំណុច O កណ្ដាល xy រួចរកចំណុចពីរដែល ឆ្លុះគ្នាធៀបនឹង ចំណុច O ។

ចម្លើយ. ដៅចំណុច O កណ្ដាល xy រួចរកចំណុចពីរដែល ឆ្លុះគ្នាធៀបនឹង ចំណុច O



តាមរយៈរូបខាងលើ

គេទាញបាន O ជាចំណុចកណ្ដាលនៃ xy ហើយគេថាចំណុច y ឆ្លុះ នឹង x ធៀបនឹងចំណុច O ។

ដូចនេះ ចំណុច y ឆ្លុះ នឹង x ធៀបនឹងចំណុច O ។

ប្រតិបត្តិ ចូរប្អូនយកបន្ទាត់រ៉ាប៉រទ័រមួយដាក់លើតុ រួចកណត់សម្គាល់ផ្ចិត O នៃបន្ទាត់ជាចំណុចកណ្ដាល ។ បន្ទាប់មកដៅចំណុច 6 ស្មើគ្នា រួចទាញរកចំណុចពីរៗដែលឆ្លុះគ្នាធៀបនឹងចំណុច O ។

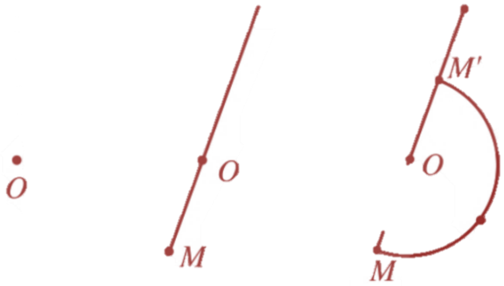
៥.២. សំណង់ចំណុច M' ជាចំណុចឆ្លុះនៃ M ធៀបនឹង O

ក. ការប្រើប្រាស់បន្ទាត់លេខ

គេគូសកន្លះបន្ទាត់ MO រួចគេដៅចំណុច M' ដោយឱ្យ $OM'=MO$

ខ. ការប្រើប្រាស់ដែកឈាននិងបន្ទាត់

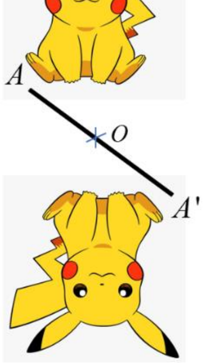
គេគូសកន្លះបន្ទាត់ MO និងកន្លះរង្វង់ផ្ចិត O កាំ MO ។ កន្លះរង្វង់នេះកាត់កន្លះបន្ទាត់ MO ត្រង់ M' ។



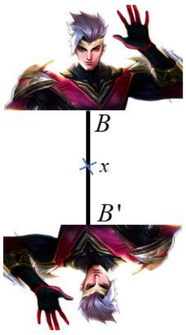
៥.៣. រូបឆ្លុះគ្នាធៀបនឹងចំណុច

ឧទាហរណ៍១ គេថា A' ជារូបឆ្លុះនៃរូប A ធៀបនឹងចំណុច O ឬថារូប A និង A' ឆ្លុះគ្នាធៀបនឹងចំណុច O ។

រូបតំណាង

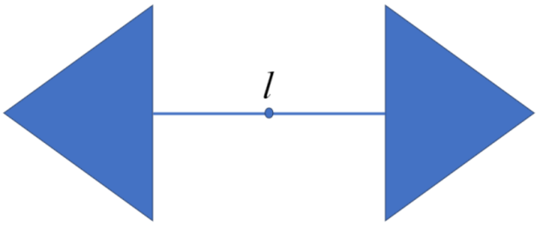


ឧទាហរណ៍២ គេថា B' ជារូបឆ្លុះនៃរូប B ធៀបនឹងចំណុច x ឬថារូប B និង B' ឆ្លុះគ្នាធៀបនឹងចំណុច x ។
រូបតំណាង



> **ជាទូទៅ** រូបពីរឆ្លុះគ្នាធៀបនឹងចំណុចមួយជារូបប៉ុនគ្នា ។

លំហាត់គំរូ១ ចូរសង់សំណាង់ត្រីកោណពីរប៉ុនគ្នាហើយឆ្លុះគ្នាធៀបនឹងចំណុច l មួយ ។
ចម្លើយ សំណាង់ត្រីកោណពីរប៉ុនគ្នាហើយឆ្លុះគ្នាធៀបនឹងចំណុច l
រូបតំណាង

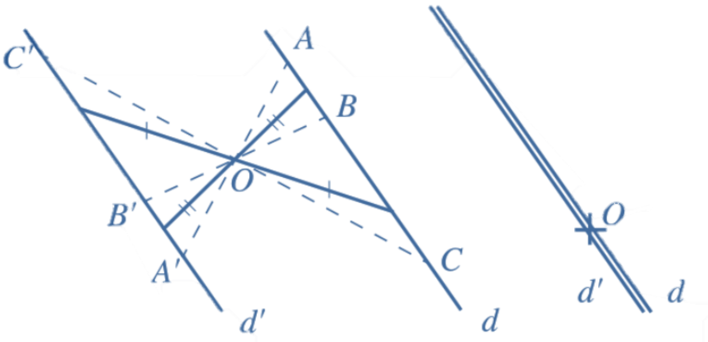


ប្រតិបត្តិ ចូរឱ្យឧទាហរណ៍ជាក់ស្តែងអំពីរូបភាពពីរប៉ុនគ្នាឆ្លុះគ្នាធៀបនឹងចំណុចមួយ។
ចម្លើយ នៅពេលយើងឆ្លុះកញ្ចក់ (តួរកញ្ចក់ជាផ្ចិត) កែវភ្នែករបស់មនុស្ស...

៥.៣.១. បន្ទាត់ឆ្លុះគ្នាធៀបនឹងចំណុច

ឧទាហរណ៍១ រូបឆ្លុះនៃបន្ទាត់ d ធៀបនឹងចំណុច $(O \in d)$ គឺបន្ទាត់ d' ស្របបន្ទាត់ d ។

- បើចំណុច O ស្ថិតនៅលើបន្ទាត់ d នោះបន្ទាត់ d' ត្រួតស៊ីគ្នាលើបន្ទាត់ d
- បើចំណុច A, B, C រត់ត្រង់ជួរ នោះចំណុចឆ្លុះវា A', B', C' ក៏រត់ត្រង់ជួរដែរ

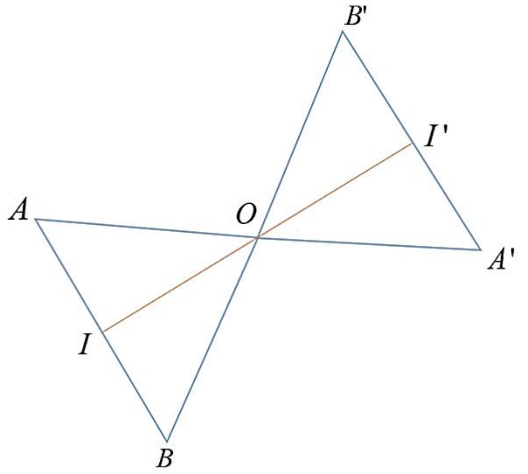


ជាទូទៅ	បន្ទាត់ពីរឆ្លុះគ្នាធៀបនឹងចំណុចមួយជាបន្ទាត់ស្របគ្នា (បើបន្ទាត់មិនកាត់តាមផ្ចិតឆ្លុះ) ។

៥.៣.២. អង្កត់ឆ្លុះគ្នាធៀបនឹងចំណុច

ឧទាហរណ៍១ គេមានចំណុច A', B', I' ជាចំណុចឆ្លុះនៃចំណុច A, B, I ធៀបនឹងចំណុច O ។ បើអង្កត់ $A'B'$ ឆ្លុះអង្កត់ AB ធៀបចំណុច O នោះ $A'B' \parallel AB$ និង $A'B' = AB$ ។ បើ I ជាចំណុចកណ្ដាលនៃអង្កត់ AB នោះ I' ជាចំណុចកណ្ដាលនៃអង្កត់ $A'B'$ ។

រូបតំណាង

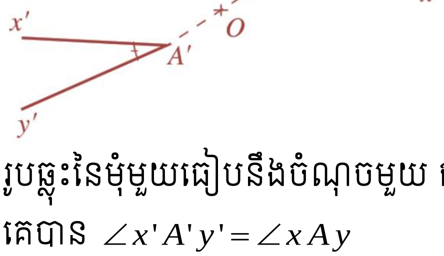


ជាទូទៅ	អង្កត់ពីរឆ្លុះគ្នាធៀបនឹងចំណុចមួយជាអង្កត់ស្របគ្នា និងប៉ុនគ្នា ។

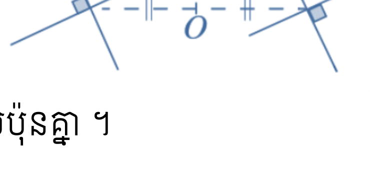
៥.៣.៣. មុំឆ្លុះគ្នាធៀបនឹងចំណុច

ឧទាហរណ៍១ គេមានរូបពីរដូចខាងក្រោម ៖

រូបទី១



រូបទី២

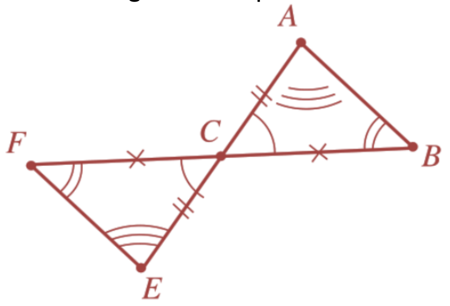


- រូបឆ្លុះនៃមុំមួយធៀបនឹងចំណុចមួយ ជាមុំមួយទៀតដែលប៉ុនគ្នា ។
  គេបាន $\angle x'A'y' = \angle xAy$
- រូបឆ្លុះនៃមុំកែងមួយធៀបនឹងចំណុចមួយជាមុំកែងមួយទៀត ។

ជាទូទៅ មុំពីរឆ្លុះគ្នាធៀបនឹងចំណុចមួយជាមុំប៉ុនគ្នា ។

លំហាត់គំរូ សង់ត្រីកោណ EFC ដែលឆ្លុះនិងត្រីកោណ ABC ធៀបនឹងចំណុច C ។ បញ្ជាក់មុំដែលមានរង្វាស់ស្មើគ្នានៅលើរូប។

ចម្លើយ សង់ត្រីកោណ EFC ដែលឆ្លុះនឹងត្រីកោណ ABC ធៀបនឹងចំណុច C ។



ដោយ E ឆ្លុះ A ធៀបនឹង C

នោះ បន្លាយអង្កត់ AC បាន $CE = CA$

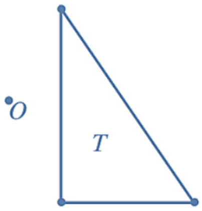
ដោយ F ឆ្លុះ B ធៀបនឹង C

នោះ បន្លាយអង្កត់ BC បាន $CF = CB$

បន្ទាប់មកគូសភ្ជាប់ EF គេបាន $\Delta EFC = \Delta ABC$ ។

ដូចនេះ ត្រីកោណ EFC ឆ្លុះនៃត្រីកោណ ABC ធៀបនឹងចំណុច C ។

ប្រតិបត្តិ គូសរូបខាងស្តាំនេះឡើងវិញ រួចសង់រូបឆ្លុះ T' នៃត្រីកោណ T ធៀបនឹងចំណុច O ។ តើគេអាចថាយ៉ាងណាចំពោះត្រីកោណ T ? ហេតុអ្វី ?

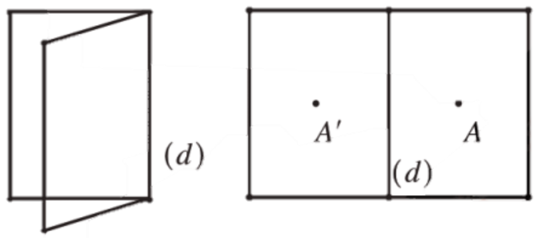


៥.៤. ភាពឆ្លុះធៀបនឹងបន្ទាត់

៥.៤.១. ចំណុចឆ្លុះធៀបនឹងបន្ទាត់

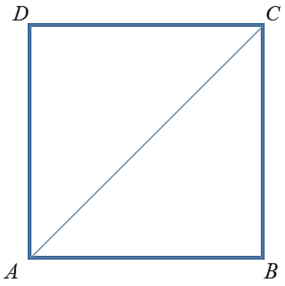
ឧទាហរណ៍១ បើយកក្រដាសមួយសន្លឹកបត់ជាពីរ។ គេយកខ្មៅដៃមកចុចលើក្រដាសនោះត្រង់ចំណុចមួយតាងដោយ A រួចឱ្យឆ្លុះទៅម្ខាងទៀតតាងដោយចំណុច A' ។ គេលាតក្រដាសនោះវិញ គេសង្កេតឃើញថា ចំណុច A' ឆ្លុះចំណុច A តាមស្នាមនៃបន្ទាត់ដែលបត់ដោយបន្ទាត់ d ។ គេថាចំណុច A' ឆ្លុះនឹងចំណុច A ធៀបនឹងបន្ទាត់ d

រូបតំណាង



ឧទាហរណ៍២ គេមានចតុកោណ $ABCD$ មួយជាការេ ។ គូសផ្ចិតនៃការេនោះរួចបត់កំពូល B និង D ឱ្យត្រួតស៊ីគ្នា។ បន្ទាប់មកគេស៊ីញ៉េលើផ្នែកម្ខាងដែលបានបត់នោះ នៅពេលលាតក្រដាសនោះវិញគេសង្កេតឃើញថា ចំណុចដែលគេស៊ីញ៉េឆ្លុះគ្នាតាមស្នាមនៃចុងប៊ិកដែលបត់ដោយអង្កត់ផ្ចិតរបស់ការេ ។

ទាញបានថា ដានស៊ីញ៉េទាំងពីរឆ្លុះគ្នាធៀបនឹងអង្កត់ផ្ចិតនៃការេ។



ជាទូទៅ	ចំណុច A' ឆ្លុះចំណុច A ធៀបនឹងបន្ទាត់ d កាលណាបន្ទាត់ d កែងនឹងអង្កត់ AA' ត្រង់ចំណុចកណ្តាល O ។ បន្ទាត់ d ហៅថាមេដ្យាទ័រនៃអង្កត់ AA' ។

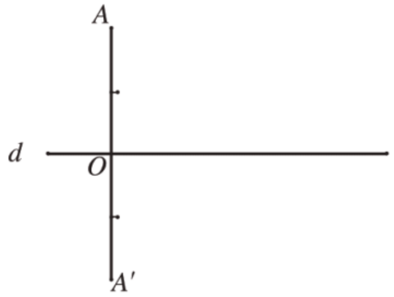
សម្គាល់ បើចំណុច $M \in d$ នោះចំណុចឆ្លុះ M' ត្រួតលើ M ។

៥.៤.២. សង់ចំណុច A' ឆ្លុះចំណុច A ធៀបនឹងបន្ទាត់ d

ឧទាហរណ៍ គេមានចំណុច A មួយ និងបន្ទាត់ d មួយដែល $A \notin d$ នៅក្នុងប្លង់ P ។

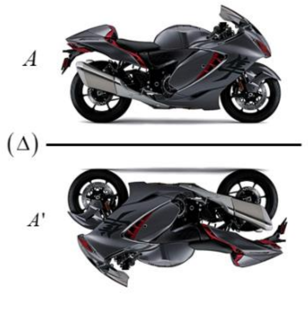
- សង់ចំណុច A' ឆ្លុះនឹងចំណុច A ធៀបនឹងបន្ទាត់ d ។
- តាមចំណុច A គេគូសអង្កត់ AA' កែងនឹងបន្ទាត់ d ត្រង់ O ដែល $OA = OA'$ ។
- គេបានចំណុច A' ឆ្លុះនឹងចំណុច A ធៀបនឹងបន្ទាត់ d ដែលត្រូវស្វែររក។

រូបតំណាង



៥.៥. រូបឆ្លុះគ្នាធៀបនឹងបន្ទាត់

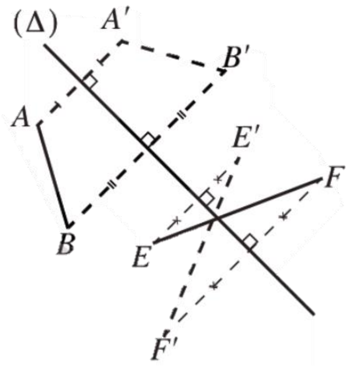
ឧទាហរណ៍១ គេថា A' ជារូបឆ្លុះនៃរូប A ធៀបនឹងបន្ទាត់ Δ ឬរូប A និង A' ឆ្លុះគ្នាធៀបនឹងបន្ទាត់ Δ ។



សម្គាល់

– ចំណុចឆ្លុះធៀបនឹងបន្ទាត់មួយនៃច្រើនចំណុចដែលរត់ត្រង់ជួរ ជាចំណុចច្រើនដែលរត់ត្រង់ជួរ។

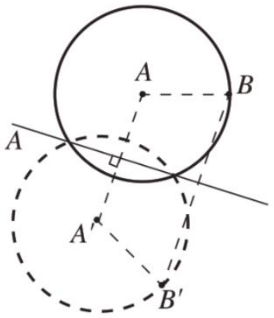
– រូបឆ្លុះនៃអង្កត់មួយធៀបនឹងបន្ទាត់មួយជាអង្កត់ប៉ុននឹងអង្កត់ទីមួយ។



$A'B' = AB$, $E'F' = EF$

គេថាអង្កត់ $A'B'$, AB ឆ្លុះគ្នាធៀបនឹងបន្ទាត់ Δ ហើយ $E'F'$ និង EF ឆ្លុះគ្នាធៀបនឹងបន្ទាត់ Δ ដែរ ។

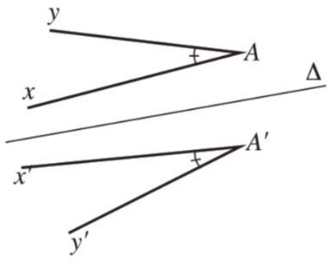
ឧទាហរណ៍២ រូបឆ្លុះនៃរង្វង់ធៀបនឹងបន្ទាត់មួយជារង្វង់មួយទៀតដែលមានកាំ ប៉ុនគ្នា ៖ $A'B' = AB$ ។ គេថារង្វង់ជាផ្ចិត A និង A' ឆ្លុះគ្នាធៀបនឹងបន្ទាត់ Δ ។

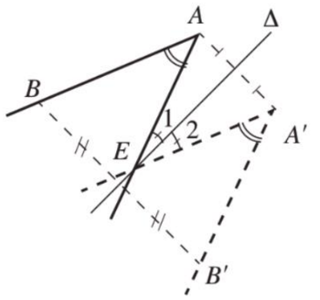


ឧទាហរណ៍៣ រូបឆ្លុះនៃមុំធៀបនឹងបន្ទាត់មួយជាមុំមួយទៀតដែលប៉ុននឹងមុំទីមួយ

$\angle A = \angle A'$, $\angle E_1$ និង $\angle E_2$ ។

គេថា $\angle A$ និង $\angle A'$ ឆ្លុះគ្នាធៀបនឹងបន្ទាត់ Δ

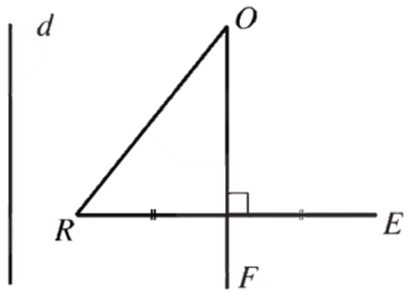




ជាទូទៅ រូបពីរឆ្លុះគ្នាធៀបនឹងបន្ទាត់មួយជារូបប៉ុនគ្នា
រង្វង់ពីរឆ្លុះគ្នាធៀបនឹងបន្ទាត់មួយជារង្វង់ប៉ុនគ្នា
អង្កត់ពីរឆ្លុះគ្នាធៀបនឹងបន្ទាត់មួយជាអង្កត់ប៉ុនគ្នា
មុំពីរឆ្លុះគ្នាធៀបនឹងបន្ទាត់មួយជាមុំប៉ុនគ្នា ។

លំហាត់គំរូ ក. គូសរូបខាងស្តាំនេះឡើងវិញ រួចសង់រូបឆ្លុះនៃរូបនេះធៀបនឹងបន្ទាត់ d ។

(គេយក F' , O' , R' , C' , E' ជាចំណុចឆ្លុះរៀងគ្នានៃចំណុច F , O , R , C , E)។

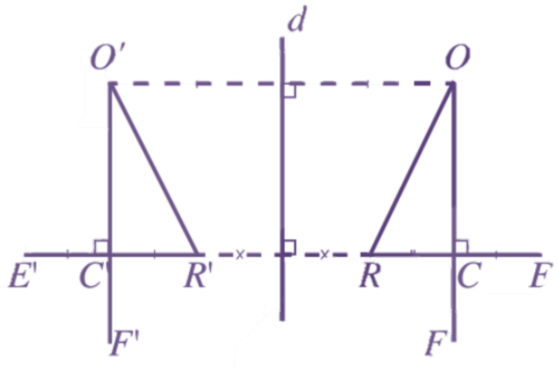


ខ. វាស់ OR និង $O'R'$, RE និង $R'E'$, OF និង $O'F'$ រួចសន្និដ្ឋាន។

គ. C ជាចំណុចកណ្តាលនៃអង្កត់ RE តើគេអាចថាយ៉ាងណាចំពោះចំណុច C' ។

ឃ. ចំណុច O, C, F រត់ត្រង់គ្នាតើគេអាចថាយ៉ាងណាចំពោះចំណុច O', C', F' ?

ចម្លើយ. ក. សង់រូបឆ្លុះនៃរូបដែលឱ្យធៀបនឹងបន្ទាត់ d



ខ. $OR = O'R'$, $RE = R'E'$, $OF = O'F'$ ។

គ. C' ជាចំណុចកណ្តាលនៃអង្កត់ $R'E'$ ។

ឃ. ចំណុច O, C, F រត់ត្រង់គ្នា នោះ ចំណុច O', C', F' ឆ្លុះចំណុច O, C, F ធៀបនឹងបន្ទាត់ d ក៏រត់ត្រង់គ្នាដែរ។

ប្រតិបត្តិ រង្វង់ពីរដែលមានផ្ចិតរៀងគ្នា O និង O' ប្រសព្វគ្នាត្រង់ពីរចំណុច A និង B ។

ក. បង្ហាញថាបន្ទាត់ OO' ជាមេដ្យាទ័រនៃអង្កត់ធ្នូម AB ។

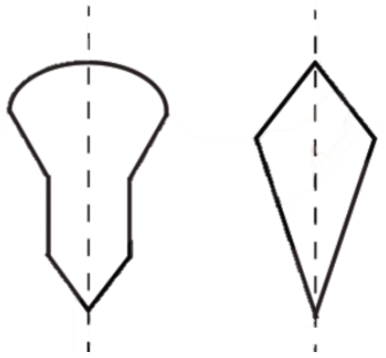
ខ. ប្រៀបធៀប $\angle OAB$ និង $\angle OBA$ រួច $\angle O'AB$ និង $\angle O'BA$ ។

គ. ប្រៀបធៀប $\angle OAO'$ និង $\angle OBO'$ ។

៥. អ័ក្សឆ្លុះនៃរូបធរណីមាត្រប្លង់

៥.១. រូបដែលមានអ័ក្សឆ្លុះ

ឧទាហរណ៍១ ពិនិត្យមើលរូបខាងស្តាំនេះ។

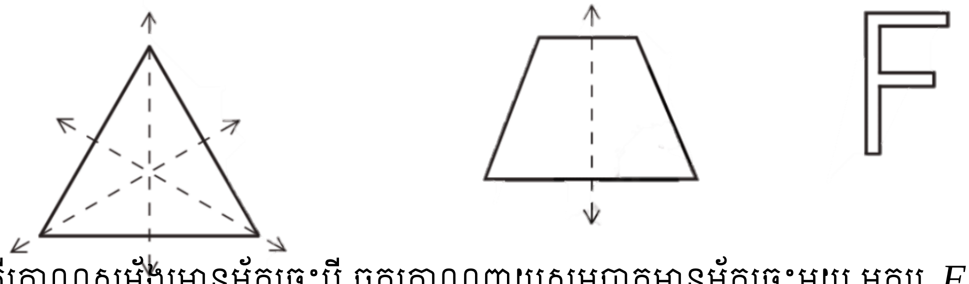


គេសង្កេតថារូបនីមួយៗមានផ្នែកខាងឆ្វេងជារូបចម្លងនៃផ្នែកខាងស្តាំ។

គេថាផ្នែកខាងស្តាំនិងខាងឆ្វេងឆ្លុះគ្នាធៀបនឹងបន្ទាត់មួយ។

បើគេបត់រូបនីមួយៗនេះតាមផ្នត់គំនូសដាច់ៗ គេឃើញថាផ្នែកម្ខាងត្រួតស៊ីគ្នាលើផ្នែកម្ខាងទៀត។ បន្ទាត់ត្រង់ផ្នត់នេះ ហៅថា **អ័ក្សឆ្លុះ** នៃរូបនីមួយៗ ។
រូបនីមួយៗនេះ ហៅថា រូបមានអ័ក្សឆ្លុះ ។

ឧទាហរណ៍២ គូសអ័ក្សឆ្លុះទាំងអស់នៃរូបនីមួយៗខាងក្រោម បើអាចមាន ៖



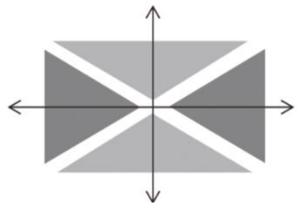
ត្រីកោណសម័ង្សមានអ័ក្សឆ្លុះបី ចតុកោណព្នាយសមបាតមានអ័ក្សឆ្លុះមួយ អក្សរ F គ្មានអ័ក្សឆ្លុះទេ ។

ជាទូទៅ	រូបដែលមានអ័ក្សឆ្លុះ ជារូបដែលផ្គុំដោយផ្នែកពីរឆ្លុះគ្នាធៀបនឹងបន្ទាត់មួយ d ហើយបន្ទាត់នេះជាអ័ក្សឆ្លុះនៃរូបនេះ ។

លំហាត់គំរូ១ នេះជាទង់ជាតិនៃប្រទេសចាម៉ិកា $(Jamica)$ ។

តើទង់ជាតិនៃប្រទេសចាម៉ិកាមានអ័ក្សឆ្លុះប៉ុន្មាន?

ចម្លើយ. ទង់ជាតិនៃប្រទេសចាម៉ិកាមានអ័ក្សឆ្លុះ 2 ។



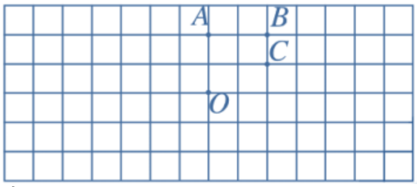
ប្រតិបត្តិ ដៅចំណុចដែលមានកូអរដោនេដូចខាងក្រោមនេះនៅលើក្រដាសការ៉េ រួចគូសភ្ជាប់ចំណុចទាំងនេះតាមលំដាប់ ។ រកចំនួនអ័ក្សឆ្លុះនៃរូបដែលគូសបាន។

ក. $(0,0)$, $(-3,0)$, $(-3,1)$, $(-1,1)$, $(-1,3)$, $(0,3)$, $(0,0)$

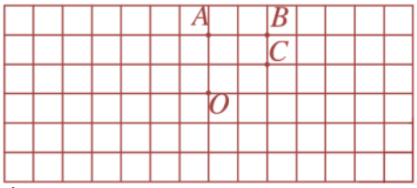
ខ. $(2,3)$, $(6,3)$, $(6,5)$, $(2,5)$, $(2,3)$ ។

លំហាត់អនុវត្ត

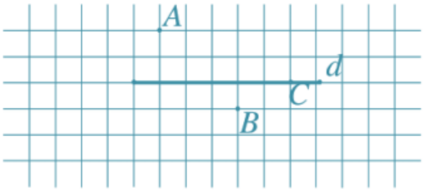
1. សង់ចំណុច A', B' និង C' ឆ្លុះចំណុច A, B និង C ធៀបនឹងចំណុច O ។



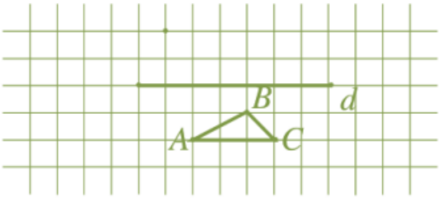
2. សង់ចំណុច A', B' និង C' ឆ្លុះចំណុច A, B និង C ធៀបនឹងចំណុច O ។ ប្រៀបធៀបមុំ $\angle BAC$ និង $\angle B'A'C'$ ។



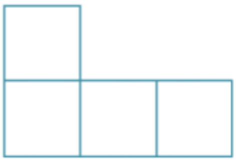
3. សង់ត្រីកោណ ABC និងមេដ្យាន $[AI]$ ។ សង់ចំណុច D, H ជាចំណុចឆ្លុះនៃ B, I ធៀបនឹងចំណុច C ។ តើគេអាចថា $[AH]$ យ៉ាងណាចំពោះត្រីកោណ ADC ? ហេតុអ្វី?
4. សង់ត្រីកោណសមបាត ABC កំពូល A ។ សង់ចំណុច D ជាចំណុចឆ្លុះនៃ C ធៀបចំណុច A។ តើគេអាចថាយ៉ាងណាចំពោះត្រីកោណ ABD ? ហេតុអ្វី?
5. សង់ចំណុច A' , B' និង C' ឆ្លុះចំណុច A , B និង C ធៀបនឹងបន្ទាត់ d ។



6. សង់ $\Delta A'B'C'$ ឆ្លុះ ΔABC ធៀបនឹងបន្ទាត់ d ។
7. គូសអ័ក្សឆ្លុះនៃរូបនីមួយៗខាងក្រោម
   ក. ត្រីកោណសម័ង្ស
   ខ. ចតុកោណកែង
   គ. ឆកោណនិយ័ត ។



8. ចូរបន្ថែមការេមួយទៅខាងស្តាំ ដើម្បីបានរូបថ្មីមួយដែលមានអ័ក្សឆ្លុះមួយ ។

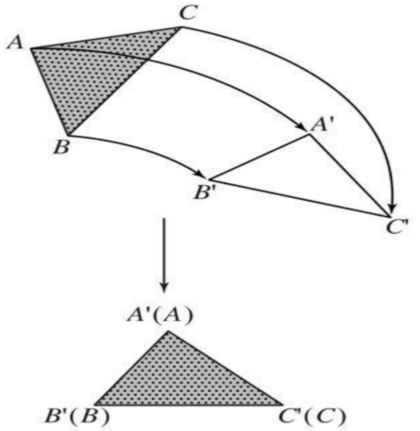


9. គូសរង្វង់ពីរមានកាំប៉ុនគ្នា។ តើរូបដែលគូសបានមានអ័ក្សឆ្លុះមួយជានិច្ចឬទេ ? បើមានតើបន្ទាត់នោះជាអ្វី ?

មេរៀនទី៦ ការប្រៀបធៀបត្រីកោណ

៦.១. ត្រីកោណប៉ុនគ្នា

៦.១.១. និយមន័យ នៃត្រីកោណប៉ុនគ្នា

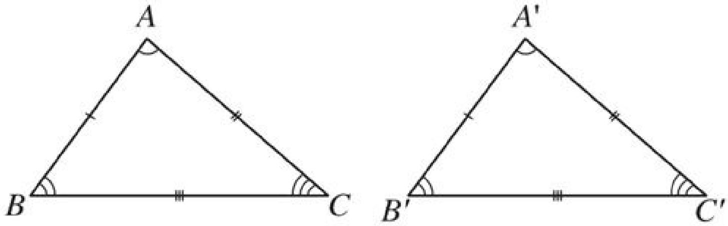


ឧទាហរណ៍ គូសត្រីកោណ ABC មួយនៅលើក្រដាសកាតុង ហើយកាត់វាចេញ ។ ប្រើវាជាគំរូដើម្បីគូត្រីកោណ $A'B'C'$ ហើយកាត់វាចេញ។ បើគេយកត្រីកោណ ABC ដាក់ ឱ្យត្រួតពីលើត្រីកោណ $A'B'C'$ យើងសង្កេតឃើញថាត្រីកោណ ទាំងពីរត្រួតស៊ីគ្នា មានន័យថាធាតុនីមួយៗនៃត្រីកោណ ABC ត្រួតស៊ីគ្នាជាធាតុត្រូវគ្នានៃត្រីកោណ $A'B'C'$ គេថាត្រីកោណ ABC និងត្រីកោណ $A'B'C'$ ជាត្រីកោណប៉ុនគ្នា

គេកំណត់សរសេរ $\Delta ABC \cong \Delta A'B'C'$ ។

ដោយត្រីកោណពីរនេះត្រួតស៊ីគ្នា នោះគេបានធាតុត្រូវគ្នាប៉ុនគ្នាដូចខាងក្រោម។

មុំត្រូវគ្នា	ជ្រុងត្រូវគ្នា
$\angle A = \angle A'$	$AB = A'B'$
$\angle B = \angle B'$	$AC = A'C'$
$\angle C = \angle C'$	$BC = B'C'$



និយមន័យ ត្រីកោណពីរជាត្រីកោណប៉ុនគ្នា លុះត្រាតែធាតុត្រូវគ្នាជាធាតុប៉ុនគ្នា ។

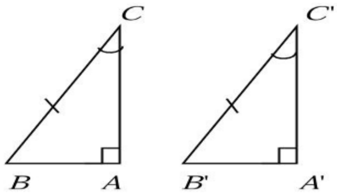
លំហាត់គំរូ បើត្រីកោណពីរជាត្រីកោណប៉ុនគ្នា តើអ្នកអាចសន្និដ្ឋានបានដូចម្តេច? ចូរឱ្យឧទាហរណ៍ពន្យល់ចម្លើយរបស់អ្នក ។

ចម្លើយ ធាតុត្រូវគ្នាប្រាំមួយគូជាធាតុប៉ុនគ្នា ។

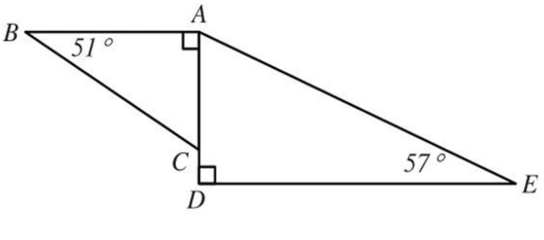
ឧទាហរណ៍ បើ $\Delta ABC \cong \Delta A'B'C'$ នោះ

$\angle A = \angle A', \angle B = \angle B', \angle C = \angle C'$

$AB = A'B', AC = A'C', BC = B'C'$ ។



ប្រតិបត្តិ ចូរពន្យល់ហេតុអ្វីបានជាត្រីកោណពីរខាងស្តាំមិនប៉ុនគ្នា ។



៦.១.២. លក្ខខណ្ឌនៃត្រីកោណប៉ុនគ្នា

ត្រីកោណពីរប៉ុនគ្នាកាលណាមានធាតុត្រូវគ្នាប្រាំមួយគូជាធាតុប៉ុនគ្នា ក្នុងករណីនេះគេសិក្សាតែធាតុបីប៉ុនរៀងគ្នាតាមលក្ខខណ្ឌដូចខាងក្រោម

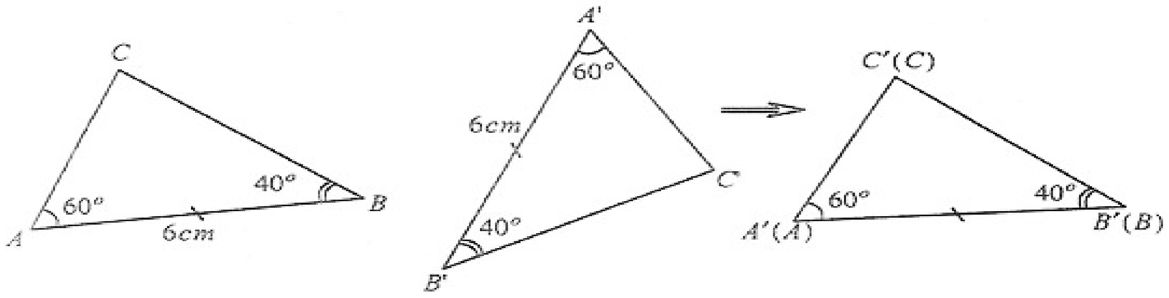
ក. ជ្រុងមួយប៉ុនគ្នាជាប់និងមុំពីរប៉ុនរៀងគ្នា

ឧទាហរណ៍ សង់ត្រីកោណ ΔABC និង $\Delta A'B'C$ ដែល $\angle A=\angle A'=60^\circ$ $\angle B=\angle B'=40^\circ$, $AB=A'B'=6cm$ រួចប្រៀបធៀបត្រីកោណទាំងពីរនេះ ។

- សង់ត្រីកោណ ABC លើក្រដាសថ្លា

- នៅលើបន្ទាត់ l គូសអង្កត់ AB មួយដែល $AB=6cm$
- ប្រើរ៉ាប៉ទ័រត្រង់ចំណុច A និង B គូសមុំ 60° និង 40° រៀងគ្នា
-ជ្រុងនៃមុំ A និងមុំ B ជួបគ្នាត្រង់ C ។ ត្រីកោណ ABC ជាត្រីកោណដែលបានសង់។

- ចំពោះត្រីកោណ $A'B'C$ សង់តាមរបៀបដូចគ្នានឹងត្រីកោណ ABC ។



ប្រៀបធៀបត្រីកោណ ΔABC និងត្រីកោណ $\Delta A'B'C'$
យក ΔABC ទៅដាក់ត្រួតពីលើ $\Delta A'B'C'$ ដោយឱ្យជ្រុង AB ត្រួតស៊ីគ្នាលើ $A'B'$
យើងសង្កេតឃើញថា

ជ្រុង AC ត្រួតស៊ីគ្នាលើជ្រុង $A'C'$ ព្រោះ $\angle A=\angle A'=60^\circ$

ជ្រុង BC ត្រួតស៊ីគ្នាលើជ្រុង $B'C'$ ព្រោះ $\angle B=\angle B'=40^\circ$

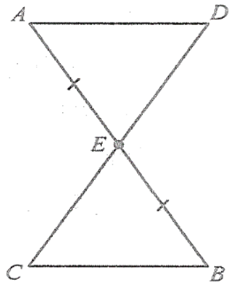
ដោយធាតុត្រូវគ្នាប៉ុនគ្នា តាមនិយមន័យ យើងអាចសន្និដ្ឋានបានថា ត្រីកោណ ΔABC និង $\Delta A'B'C'$ ជាត្រីកោណប៉ុនគ្នា ។

ទ្រឹស្តីបទ ត្រីកោណពីរប៉ុនគ្នាកាលណាវាមានជ្រុងមួយប៉ុនគ្នាជាប់នឹងមុំពីរប៉ុនរៀងគ្នា ។

☞ បន្ទាប់ពីបានប្រៀបធៀបឱ្យត្រីកោណពីរប៉ុនគ្នាតាមលក្ខខណ្ឌ (ម. ជ. ម) រួចហើយតាមនិយមន័យ គេអាចទាញបានធាតុត្រូវគ្នាដទៃទៀតប៉ុនគ្នាហៅថា វិបាក ។

សម្មតិកម្ម	សន្និដ្ឋាន	វិបាក
$AB = A'B'$ $\angle A = \angle A'$ $\angle B = \angle B'$	$\Delta ABC \cong \Delta A'B'C'$ (តាមលក្ខខណ្ឌ ម.ជ.ម)	$AC = A'C'$ $BC = B'C'$ $\angle C = \angle C'$

លំហាត់គំរូ គេឱ្យអង្កត់ AB និង CD ប្រសព្វគ្នាត្រង់ចំណុច E ដែល $AE = BE$ និងអង្កត់ AD ស្របនឹងអង្កត់ BC ។



ក. ប្រៀបធៀបត្រីកោណ ADE និង BCE

ខ. ទាញបញ្ជាក់ថា $DE = CE$ ។

ចម្លើយ

ក. ប្រៀបធៀបត្រីកោណ ADE និង BCE

ក្នុង ΔADE និង ΔBCE មាន

$\angle AED = \angle BEC$ (មុំទល់កំពូល)

$EA = EB$ (សម្មតិកម្ម)

$\angle EAD = \angle EBC$ (មុំឆ្លាស់ក្នុង)

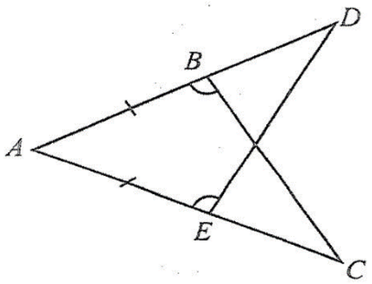
ដូច្នេះ $\Delta ADE \cong \Delta BCE$ (ម.ជ.ម)

ខ. ទាញបញ្ជាក់ថា $DE = CE$

ដោយ $\Delta ADE \cong \Delta BCE$ នោះគេអាចទាញបានជ្រុងត្រូវគ្នា ប៉ុនរៀងគ្នា

ដូច្នេះ $DE = CE$ ។

ប្រតិបត្តិ រូបដែលឲ្យដូចរូបខាងស្តាំនេះមាន



$\angle ABC = \angle AED$ និង $AB = AE$

បង្ហាញថា $\Delta ABC \cong \Delta AED$ ។

ខ. មុំមួយប៉ុនគ្នាអមដោយជ្រុងពីរប៉ុនរៀងគ្នា (ជ.ម. ជ)

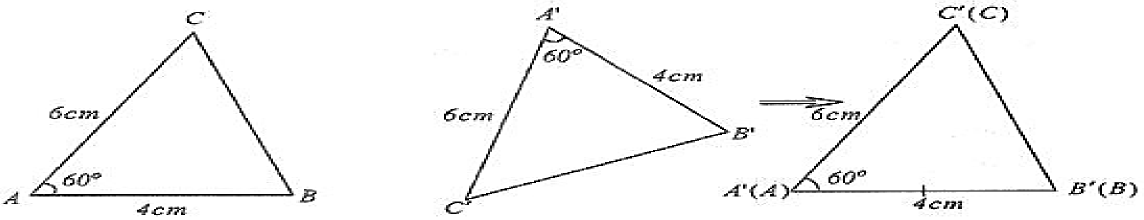
ឧទាហរណ៍ សង់ត្រីកោណ ABC និង $A'B'C'$ ដែល $\angle A = \angle A' = 60^\circ$, $AB = A'B' = 4cm$ និង $AC = A'C' = 6cm$ រួចប្រៀបធៀបត្រីកោណទាំងពីរនេះ។

- សង់ត្រីកោណ ABC លើក្រដាសថ្លា

- ប្រើបន្ទាត់ក្រិតគូសជ្រុង AB មានប្រវែង $4cm$

- ប្រើរ៉ាប៉័ទ័រដើម្បីគូសមុំ $\angle BAx = 60^\circ$

-ប្រើបន្ទាត់ក្រិតដៅចំណុច C នៅលើកន្លះបន្ទាត់ Ax ដែលជ្រុង AC មានប្រវែង $6cm$
- គេបានត្រីកោណ ABC ដែលត្រូវសង់ ។
- ចំពោះត្រីកោណ $A'B'C$ សង់តាមរបៀបដូចគ្នានឹងត្រីកោណ ABC ។



យក ΔABC ទៅដាក់ត្រួតពីលើ $\Delta A'B'C'$ ដោយឱ្យមុំ $\angle A$ ត្រួតស៊ីគ្នានឹង $\angle A'$ យើងសង្កេតឃើញថា ជ្រុង AB ត្រួតស៊ីគ្នាលើជ្រុង $A'B'$ ព្រោះ $AB = A'B' = 4cm$ ហើយជ្រុង AC ត្រួតស៊ីគ្នាលើជ្រុង $A'C'$ ព្រោះ $AC = A'C' = 6cm$ ។

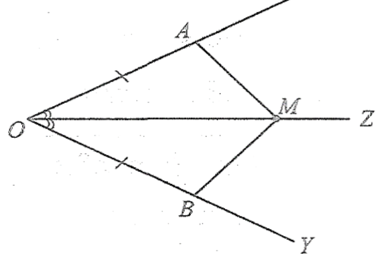
ដោយ ΔABC និង $\Delta A'B'C'$ មានធាតុត្រូវគ្នាប៉ុនគ្នាតាមនិយមន័យត្រីកោណទាំងពីរនេះប៉ុនគ្នា ។

ទ្រឹស្តីបទ ត្រីកោណពីរប៉ុនគ្នាកាលណាវាមានមុំមួយប៉ុនគ្នាអមដោយជ្រុងពីរប៉ុនរៀងគ្នា ។

សម្មតិកម្ម	សន្និដ្ឋាន	វិបាក
$AB = A'B'$ $\angle A = \angle A'$ $AC = A'C'$	$\Delta ABC \cong \Delta A'B'C'$ (តាមលក្ខខណ្ឌ ជ.ម.ជ)	$BC = B'C'$ $\angle B = \angle B'$ $\angle C = \angle C'$

លំហាត់គំរូ គូស $\angle XOY$ មួយនិងកន្លះបន្ទាត់ OZ ជាកន្លះបន្ទាត់ពុះនៃមុំនេះ ។ នៅលើកន្ល បន្ទាត់ OX និង OY គេនៅចំណុច A និង B រៀងគ្នាដែល $OA = OB$ ។ នៅលើកន្លះបន្ទាត់ OZ គេ ដៅ ចំណុច M មួយ ។ ប្រៀបធៀបត្រីកោណ OMA និង OMB រួចទាញវិបាក ។

ចម្លើយ ប្រៀបធៀបត្រីកោណ OMA និង OMB



ក្នុង ΔOMA និង ΔOMB មាន

$OA = OB$ (សម្មតិកម្ម)

$\angle AOM = \angle BOM$ (OM ជាកន្លះបន្ទាត់ពុះមុំ O)

OM ជ្រុងរួមនៃត្រីកោណទាំងពីរ

ដូចនេះ $\Delta OMA \cong \Delta OMB$ (ជ.ម.ជ)

វិបាក គេទាញបានជាគូត្រូវគ្នាផ្សេងទៀតប៉ុនគ្នា $MA = MB, \angle OAM = \angle OBM$ និង $\angle OMA = \angle OMB$ ។

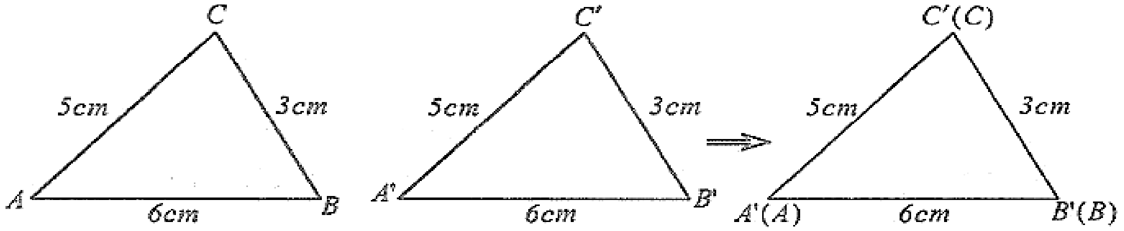
ប្រតិបត្តិ គូស ΔAOB មួយ ។ A' ជាចំណុចឆ្លុះនៃ A ធៀបនឹង O និង B' ជាចំណុចឆ្លុះនៃ B ធៀបនិង O ។ ស្រាយបំភ្លឺថា $\Delta OAB \cong \Delta OA'B'$ ។

គ. ជ្រុងទាំងបីប៉ុនរៀងគ្នា (ជ. ជ. ជ)

ឧទាហរណ៍ : សង់ត្រីកោណ ABC និង $A'B'C'$ ដែល $AB = A'B' = 6cm$, $AC = A'C' = 5cm$ និង $BC = B'C' = 3cm$ រួចប្រៀបធៀបត្រីកោណទាំងពីរនេះ ។

- សង់ត្រីកោណ ABC នៅលើក្រដាសថ្លា

- នៅលើបន្ទាត់ l ជ្រើសរើសចំណុច A មួយ
- សង់ជ្រុង AB នៅលើបន្ទាត់ l ដែល $AB = 6cm$
- យក A ជាផ្ចិតគូសធ្នូរង្វង់មួយមានកាំស្មើនឹង $5cm$
- យក B ជាផ្ចិតគូសធ្នូរង្វង់មួយមានកាំស្មើនឹង $3cm$
- តាង C ជាចំណុចប្រសព្វនៃធ្នូទាំងពីរ។
- គូសអង្កត់ AC និង BC ។ គេបានត្រីកោណ ABC ដលត្រូវសង់ ។



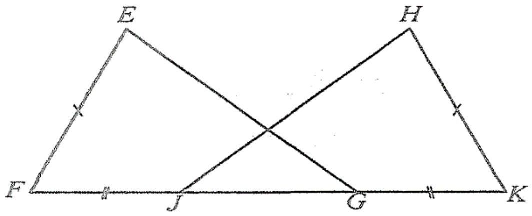
- ចំពោះត្រីកោណ $A'B'C$ សង់តាមរបៀបដូចគ្នានឹងត្រីកោណ ABC ។

ឥឡូវនេះយក ΔABC លើកទៅដាក់លើ $\Delta A'B'C'$ ដោយឱ្យជ្រុង AB ត្រួតស៊ីគ្នាលើជ្រុង $A'B'$ យើងឃើញថាកំពូល C និង C' ត្រួតលើគ្នាស្ថិតនៅតែម្ខាងនៃជ្រុង $A'C'$ ហើយប្រវែងជ្រុងទាំងបី កំណត់បានទីតាំងនៃត្រីកោណតមួយគត់មានន័យថាត្រីកោណ ΔABC និង $\Delta A'B'C'$ ត្រួតស៊ីគ្នា ព្រោះ ជ្រុងត្រូវគ្នាទាំងបីគូមានប្រវែងស្មើគ្នា ។ ដូចនេះត្រីកោណទាំងពីរនេះប៉ុនគ្នា ។

ទ្រឹស្តីបទ : ត្រីកោណពីរប៉ុនគ្នាកាលណាវាមានជ្រុងទាំងបីប៉ុនរៀងគ្នា ។

សម្មតិកម្ម	សន្និដ្ឋាន	វិបាក
$AB = A'B'$ $AC = A'C'$ $BC = B'C'$	$\Delta ABC \cong \Delta A'B'C'$ (តាមលក្ខខណ្ឌ ជ.ជ.ជ)	$\angle A = \angle A'$ $\angle B = \angle B'$ $\angle C = \angle C'$

លំហាត់គំរូ ក្នុងរូបដែលឲ្យខាងស្ដាំនេះគឺ



$EF = HK, FJ = GK$ និង $EG = HJ$

បង្ហាញថា $\Delta EFG \cong \Delta HKJ$ ។

ចម្លើយ បង្ហាញថា $\Delta EFG \cong \Delta HKJ$

យើងមាន $FJ = GK$ (សម្មតិកម្ម)

$$\left.\begin{array}{l} FG = FJ + JG \\ JK = JG + GK \end{array}\right\} \Rightarrow FG = JK$$

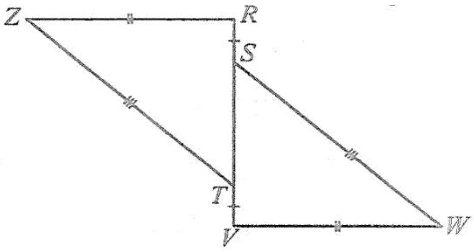
ក្នុងត្រីកោណ ΔEFG និង ΔHKJ មាន

$EF = HK$ និង $EG = HJ$ (សម្មតិកម្ម)

$FG = JK$ (សម្រាយខាងលើ)

ដូចនេះ $\Delta EFG \cong \Delta HKJ$ (ជ.ជ.ជ)

ប្រតិបត្តិ រូបដែលឲ្យដូចរូបខាងស្ដាំនេះ។



$RZ = VW, TZ = SW$ និង $RS = TV$ ។

ចូរប្រៀបធៀបត្រីកោណ ΔRZT និង ΔVWS ។

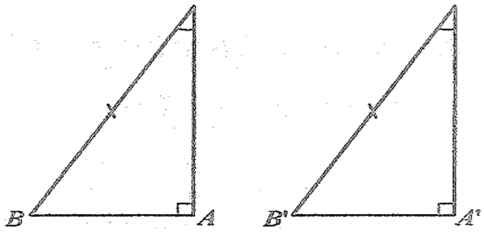
៦.១.៣. លក្ខខណ្ឌចំពោះត្រីកោណកែងប៉ុនគ្នា

ត្រីកោណកែងពីរប៉ុនគ្នា មានពីរលក្ខខណ្ឌដូចខាងក្រោម

ក.អ៊ីប៉ូតេនុសប៉ុនគ្នា និង មុំស្រួចមួយប៉ុនគ្នា(អ. ម)

ឧទាហរណ៍ ក្នុង ΔABC និង $\Delta A'B'C'$

$$\begin{cases} \angle A = \angle A' = 90^\circ \\ BC = B'C' \\ \angle C = \angle C' \end{cases}$$



បង្ហាញថា $\Delta ABC \cong \Delta A'B'C'$

ក្នុង Δ កែង ABC គេបាន $\angle B + \angle C = 90^\circ \Rightarrow \angle B = 90^\circ - \angle C$

ក្នុង Δ កែង $A'B'C'$ គេបាន $\angle B' + \angle C' = 90^\circ \Rightarrow \angle B' = 90^\circ - \angle C'$

ដោយ $\angle C=\angle C' \Rightarrow \angle B'=\angle B'$

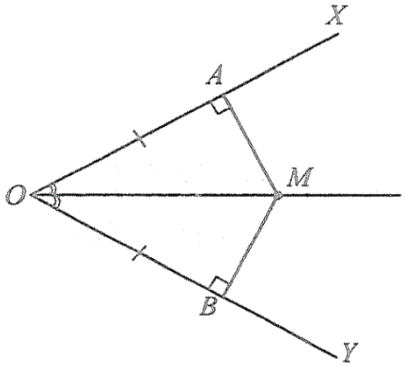
ក្នុង ΔABC និង $\Delta A'B'C'$ មាន

$\begin{cases}\angle A=\angle A'=90^\circ\\ BC=B'C'\\ \angle C=\angle C'\end{cases}$ នោះ $\Delta ABC\cong\Delta A'B'C'$ (ម.ជ.ម)

ទ្រឹស្តីបទ ត្រីកោណកែងពីរប៉ុនគ្នាកាលណាវាមានអ៊ីប៉ូតេនុសប៉ុនគ្នានិងមុំស្រួចមួយប៉ុនគ្នា ។

លំហាត់គំរូ គេឱ្យ M ជាចំណុចមួយស្ថិតនៅលើកន្លះបន្ទាត់ពុះនៃ $\angle XOY$ តាមចំណុច M គេគូសបន្ទាត់កងនិង OX ត្រង់ A និង OY ត្រង់ B ។ បង្ហាញថា $MA=MB$ ។

ចម្លើយ បង្ហាញថា $MA=MB$



ត្រីកោណកែង OMA និង OMB មាន OM ជាអ៊ីប៉ូតេនុសរួម

$\angle MOA=\angle MOB$ (ព្រោះ B ជាកន្លះបន្ទាត់ពុះមុំនៃ $\angle AOB$)

ដូចនេះ $\Delta OMA\cong\Delta OMB$ (អ.ម)

វិបាក : $MA=MB$

ទ្រឹស្តីបទ គ្រប់ចំណុចនៅលើកន្លះបន្ទាត់ពុះនៃមុំមួយ ត្រូវឋិតនៅស្មើចម្ងាយពីជ្រុងទាំងពីរនៃមុំនោះ ។ ច្រាសមកវិញគ្រប់ចំណុចដែលមានចម្ងាយស្មើទៅនឹងជ្រុងទាំងពីរនៃមុំមួយត្រូវឋិតនៅលើកន្លះបន្ទាត់ពុះនៃមុំនោះ ។

ប្រតិបត្តិ : ΔABC ជាត្រីកោណសមបាតកំពូល A ។ កម្ពស់គូសចេញពីកំពូល B និង C កាត់ ជ្រុង AC និង AB ត្រង់ D និង E រៀងគ្នា បង្ហាញថា $BD=CE$ និង $BE=CD$ ។

ខ. អ៊ីប៉ូតេនុសប៉ុនគ្នា និងជ្រុងមុំកែងមួយប៉ុនគ្នា (អ.ជ)

ឧទាហរណ៍ ក្នុង ΔABC និង $\Delta A'B'C'$ មាន

$\begin{cases}\angle A=\angle A'=90^\circ\\ AB=A'B'\\ BC=B'C'\end{cases}$

តើត្រីកោណកែងទាំងពីរនេះប៉ុនគ្នាដែរឬទេ ?

ដោយ $AB=A'B'$ យើងអាចត្រឡប់ ហើយដាក់

ជ្រុង $A'C'$ ត្រួតលើ AC ដែលជាជ្រុងនៃ $\Delta A'B'C'$ និង ΔABC ។

ដោយ $\angle A = \angle A' = 90^\circ$

យើងដឹងថា

$\angle BAB' = \angle BAC + \angle CAB' = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$ ជាមុំបន្ថែមគ្នា។

ដូចនេះ អង្កត់ BA និងអង្កត់ AB' ភ្ជាប់គ្នាបានអង្កត់ BB' មួយ ។

ក្នុងត្រីកោណ $\Delta BCB'$ មាន $CB = CB'$ នោះ $\Delta BCB'$

ជាត្រីកោណសមបាតដែលមានកំពូល C ។

គេទាញបាន $\angle B = \angle B'$

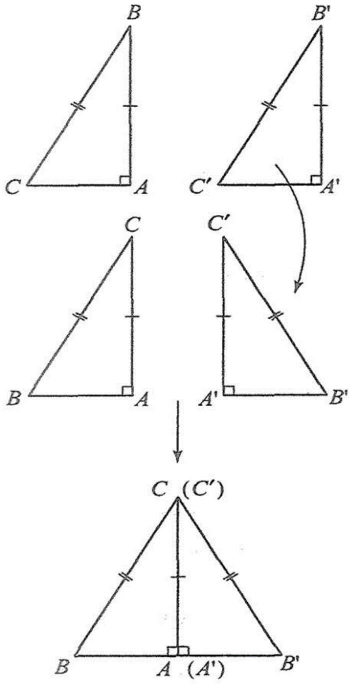
ក្នុងត្រីកោណកែង BAC និង $B'AC$ មាន :

$CB = CB'$ អ៊ីប៉ូតេនុសប៉ុនគ្នា (សម្មតិកម្ម)

$\angle B = \angle B'$ (សម្មតិកម្ម)

យើងអាចសន្និដ្ឋានបានថា $\Delta ABC \cong \Delta A'B'C'$

ដូចនេះ $\Delta ABC \cong \Delta A'B'C'$ (អ.ម)។



ទ្រឹស្តីបទ ត្រីកោណកែងពីរប៉ុនគ្នាកាលណាវាមានអ៊ីប៉ូនុសប៉ុនគ្នា និងជ្រុងនៃមុំកែងប៉ុនគ្នា។

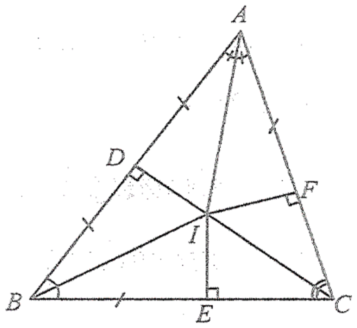
លំហាត់គំរូ កន្លះបន្ទាត់ពុះនៃមុំ $\angle B$ និង $\angle C$ ក្នុងត្រីកោណ ΔABC ប្រសព្វគ្នាត្រង់ I ។តាម I គេគូសបន្ទាត់កែងទៅនឹងជ្រុង AB, BC និង AC ត្រង់ D, E និង F រៀងគ្នា។

ក.បង្ហាញថា $ID = IE = IF$ ។

ខ.បង្ហាញថាកន្លះបន្លាត់ I ជាកន្លះបន្ទាត់ពុះនៃមុំ I

ចម្លើយ

ក.បង្ហាញថា $ID = IE = IF$



- ក្នុងត្រីកោណកែង BEI និង BDI មាន

BI ជាអ៊ីប៉ូតេនុសរួម

$\angle BEI = \angle IBD$ (BI ជាកន្លះបន្ទាត់ពុះ $\angle ABC$)

ដូចនេះ $\Delta BEI \cong \Delta IBD$ (តាមលក្ខខណ្ឌអ. ម)

វិបាក : $ID = IE(1)$

- ក្នុងត្រីកោណកែង IDA និង IFA មាន

AI ជាអ៊ីប៉ូតេនុសរួម

$ID = IF$ (សម្រាយខាងលើ)

នេះ $\Delta CEI \cong IBD$ (តាមលក្ខខណ្ឌអ. ម)

វិបាក : $ID = IE(1)$

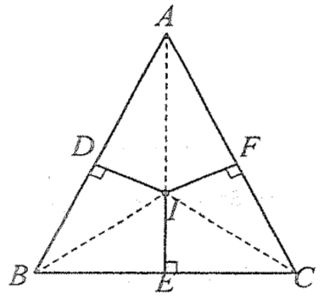
- ក្នុងត្រីកោណកែង CEI និង CFI មាន
  CI ជាអ៊ីប៉ូតេនុសរួម

$\angle ICE = \angle ICF$ (IC ជាកន្លះបន្ទាត់ពុះ $\angle BCA$)
ដូចនេះ $\Delta CEI \cong \Delta CFI$ (តាមលក្ខខណ្ឌអ. ម)
វិបាក : $IE = IF\,(2)$

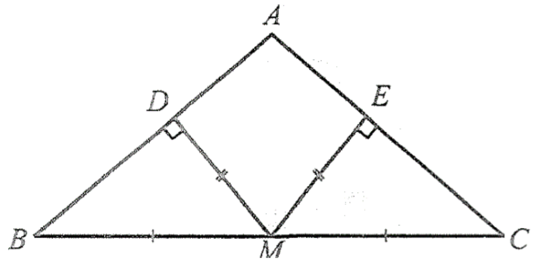
ខ. ក្នុងត្រីកោណកែង IDA និង IFA មាន
AI ជាអ៊ីប៉ូតេនុសរួម
$ID = IF$ (សម្រាយខាងលើ)
នេះ $\Delta IDA \cong \Delta IFA$ (តាមលក្ខខណ្ឌអ. ជ)
វិបាក : $\angle IAD = \angle IAF$ ឬ $\angle IAB = \angle IAC$ ។
ហេតុនេះ គេអាចសន្និដ្ឋានបានថា AI ជាកន្លះបន្ទាត់ពុះ $\angle BAC$ ។

សំគាល់ តាមសម្រាយខាងលើ $ID = IE = IF$ នោះចំណុច I ឋិតនៅស្មើចម្ងាយពីជ្រុងទាំងបីនៃត្រីកោណ។

ទ្រឹស្តីបទ កន្លះបន្ទាត់ពុះមុំក្នុងទាំងបីនៃត្រីកោណ មួយប្រសព្វគ្នាត្រង់ចំណុចតែមួយដែលឋិតនៅស្មើចម្ងាយពីជ្រុងទាំងបីនៃត្រីកោណនោះ ។

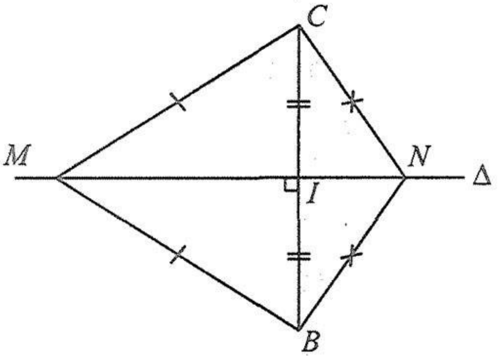


ប្រតិបត្តិ ABC ជាត្រីកោណមួយនិង M ជា ចំណុចកណ្តាលនៃជ្រុង BC ។
តាម M គេគូសបន្ទាត់ កែងទៅនឹងជ្រុង AB និង AC
ត្រង់ D និង E រៀងគ្នា ។
បង្ហាញថា បើ $MD = ME$ នោះ $\angle B = \angle C$ ។



៦.២. មេដ្យាទ័រនៃអង្កត់ និងត្រីកោណសមបាត

៦.២.១. លក្ខណៈមេដ្យាទ័រ នៃអង្កត់



- I ជាចំណុចកណ្តាលនៃអង្កត់ BC ។ បន្ទាត់ A មួយកែងនឹងអង្កត់ BC ត្រង់ I គឺជាមេដ្យាទ័រនៃ

អង្កត់ BC ។

- បើចំណុច M មួយស្ថិតនៅលើបន្ទាត់ Δ និង មេដ្យាទ័រ នៃអង្កត់ BC ។

ក្នុងត្រីកោណកែង MIB និង MIC មាន ABC ជាជ្រុងរួម

$\angle MIB = \angle MIC = 90^\circ$ (ព្រោះ $\Delta \perp BC$ ត្រង់ I)

$IB = IC$ (I ជាចំណុចកណ្តាលនៃអង្កត់ BC) ដូចនេះ $\Delta MIB \cong \Delta MIC$ (តាមលក្ខខណ្ឌជ. ម. ជ)

វិបាក : $MB = MC$, $\angle IMB = \angle IMC$ និង $\angle IBM = \angle ICM$

គេទាញបានលក្ខណៈដូចខាងក្រោម

- គ្រប់ចំណុចឋិតនៅលើមេដ្យាទ័រនៃអង្កត់មួយត្រូវឋិតនៅស្មើចម្ងាយពីចុងទាំងពីរនៃអង្កត់នោះ
- គ្រប់ចំណុចដែលឋិតនៅស្មើចម្ងាយពីចុងទាំងពីនៃអង្កត់មួយ ចំណុចទាំងនេះគឺឋិតនៅលើមេដ្យាទ័រនៃអង្កត់នោះ ។

៦.២.២. លក្ខណៈត្រីកោណសមបាត

តាមសម្រាយខាងលើ $MB = MC$ នោះ ΔBMC ជាត្រីកោណសមបាតកំពូល M

ម្យ៉ាងទៀត $\angle IMB = \angle IMC$ នោះ MI ជាកន្លះបន្ទាត់ពុះ $\angle M$

$IB = IC$ នោះ MI ជាមេដ្យានចំពោះជ្រុង BC នៃ ΔBMC

$MI \perp BC$ ត្រង់ចំណុចកណ្តាល I នោះ MI ជាកម្ពស់និងជាមេដ្យាទ័រចំពោះជ្រុង BC នៃ ΔBMC ។ គេអាចទាញបានលក្ខណៈដូចខាងក្រោម

ក្នុងត្រីកោណសមបាតមាន

- មុំបាតទាំងពីរជាមុំប៉ុនគ្នា
- មេដ្យាទ័រ មេដ្យាន កម្ពស់គូសចេញពីកំពូលនិងកន្លះបន្ទាត់ពុះនៃមុំកំពូលនោះឋិតនៅលើ បន្ទាត់តមួយ ។

លំហាត់គំរូ មេដ្យាទ័រនៃជ្រុង AB និង BC នៃត្រីកោណ ABC ប្រសព្វគ្នាត្រង់ O ។

ក. បង្ហាញថា $OA = OB = OC$

ខ. បើ N ជាចំណុចកណ្តាលនៃ AC បង្ហាញថា $ON \perp AC$ ។

ចម្លើយ :

ក. មេដ្យាទ័រនៃជ្រុង AB និង BC កាត់ AB និង BC

ត្រង់ L និង M រៀងគ្នា ។ ដោយ O ជាប្រសព្វ មេដ្យាទ័រនៃជ្រុង AB និង BC

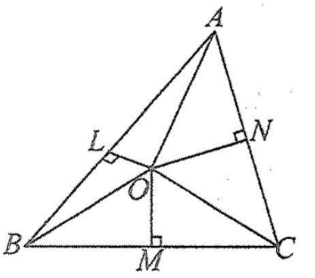
នោះគេទាញបាន $OA=OB=OC$ ។

ខ. គេមាន $OA=OC$ (ស្រាយខាងលើ) នោះ ΔAOC ជាត្រីកោណសមបាតកំពូល O

N ជាចំណុចកណ្តាលនៃជ្រុង AC នោះ ON ជាមេដ្យានចំពោះជ្រុង AC នៃ ΔAOC តាមលក្ខណៈត្រីកោណសមបាតគបានបន្ទាត់ ON ជាមេដ្យាទ័រនៃជ្រុង AC ។ ដូចនេះគេអាចសន្និដ្ឋានបានថា $ON \perp AC$ ។

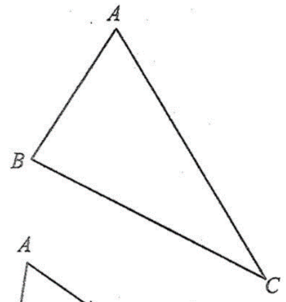
សំគាល់ មេដ្យានទ័រនៃជ្រុងទាំងបីនៃត្រីកោណ ABC ប្រសព្វគ្នាត្រង់ចំណុច O ។ ដោយ $OA=OB=OC$ នោះ O មានចម្ងាយស្មើទៅនឹងកំពូលទាំងបីនៃ ΔABC ។ គេអាចកំណត់បានទ្រឹស្តីបទដូចខាងក្រោម

ទ្រឹស្តីបទ : មេដ្យាទ័រជ្រុងទាំងបីនៃត្រីកោណមួយប្រសព្វគ្នា ត្រង់ចំណុចមួយដែលឋិតនៅស្មើ ចម្ងាយពីកំពូលទាំងបីនៃត្រីកោណនោះ ។



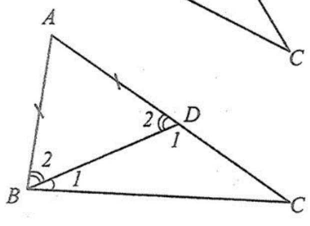
៦.៣. វិសមភាពក្នុងត្រីកោណ

៦.៣.១. វិសមភាពចំពោះជ្រុងនិងមុំនៃត្រីកោណមួយ



ឧទាហរណ៍ ក្នុងត្រីកោណ ΔABC ជ្រុង AC ឈមនឹងមុំ $\angle B$ ជ្រុង AB ឈមនឹង $\angle C$ ដែល $AC > AB$ ។

បង្ហាញថា $\angle B > \angle C$ ។



ចម្លើយ : នៅលើជ្រុង AC ដៅចំណុច D មួយដែល $AD=AB$ ។ គេបាន $AB=AD$ នោះ ΔABD ជាត្រីកោណសមបាត ត្រង់កំពូល A

នាំឱ្យ $\angle B_2=\angle D_2$

ប៉ុន្តែ $\angle D_2$ ជាមុំក្រៅនៃ ΔADB គេបាន $\angle D_2=\angle B_1+\angle C$ នាំឱ្យ $\angle D_2>\angle C$

ដោយ $\angle B_2=\angle D_2$ នោះ $\angle B_2>\angle C\,(1)$

ម្យ៉ាងទៀត $\angle B=\angle B_1+\angle B_2$ នោះ $\angle B>\angle B_2\,(2)$

គេបាន $\angle B>\angle C$

គេទាញបានទ្រឹស្តីបទដូចខាងក្រោម ។

ទ្រឹស្តីបទ ក្នុងត្រីកោណមួយបើជ្រុងពីរមិនប៉ុនគ្នា មុំដែលឈមនឹងជ្រុងទាំងពីរនេះក៏មិនប៉ុនគ្នាដែរ ហើយមុំដែលឈមនឹង ជ្រុងធំជាង ជាមុំធំជាង ។ ច្រាសមកវិញ បើមុំពីរមិនប៉ុនគ្នាជ្រុងដែលឈមនឹងមុំទាំងពីរនោះក៏មិនប៉ុនគ្នាដែរ ហើយជ្រុងដែលឈមនឹងមុំធំជាងជាជ្រុងធំជាង ។

លំហាត់គំរូ : ក្នុង ΔABD មាន $\angle A = 6x+4^\circ$, $\angle B = 7x+12^\circ$ និង $\angle C = 6x-7^\circ$ ។ចូររៀបជ្រុង ΔABD តាមលំដាប់ពីធំទៅតូច ។

ចម្លើយ : ក្នុង ΔABD

$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$ (ផលបូកមុំក្នុងនៃត្រីកោណ)

$$6x+4^\circ+7x+12^\circ+6x-7^\circ=180^\circ$$

$$19x+9^\circ=180^\circ$$

$$\Rightarrow x=\frac{171^\circ}{19}=9^\circ$$

ដោយ $x=9^\circ$ គេបាន

$$\angle A = 6x+4^\circ = 6\left(9^\circ\right)+4^\circ = 58^\circ$$

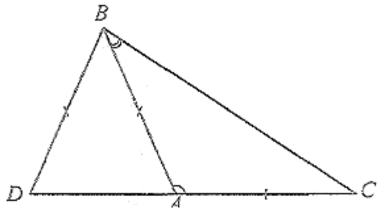
$$\angle B = 7x+12^\circ = 7\left(9^\circ\right)+12^\circ = 75^\circ$$

$$\angle C = 6x-7^\circ = 6\left(9^\circ\right)-7^\circ = 47^\circ$$

$$\Rightarrow \angle B > \angle A > \angle C$$

ដូចនេះតាមលំដាប់ពីធំទៅតូចគឺ $AC > BC > AB$

ប្រតិបត្តិ: ក្នុងរូបខាងស្តាំនេះ គេឲ្យ $AB = AC = AD$ និង $\angle ABC < \angle BAC$ បង្ហាញថា $BD < BC$ ។

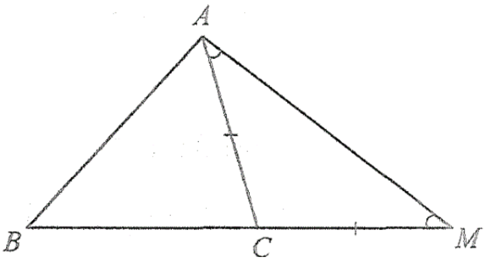


៦.៣.២. វិសមភាពត្រីកោណ

ឧទាហរណ៍ ABC ជាត្រីកោណមួយ ។

គេបន្លាយជ្រុង BC ឱ្យបាន CM ដែល $CM = CA$ ។

ចូរប្រៀបធៀប AB និង $BC + AC$ ។



ក្នុង ΔBAM គេបាន $\angle BAM = \angle BAC + \angle CAM$

នាំឱ្យ $\angle BAM > \angle CAM$

ΔBAM មាន $CM = CA$ នោះ ΔBAM ជាត្រីកោណសមបាតកំពូល C ។

គេទាញបាន $\angle CAM = \angle CMA$

ហេតុនេះ $\angle BAM > \angle CMA$ ឬ $\angle BAM > \angle BMA$

ក្នុង ΔBAM មាន $\angle BAM > \angle BMA \Rightarrow BM > AB$

ដោយ $BM = BC + CM = BC + AC$ (ព្រោះ $CM = CA$)

ដូចនេះ $AC + BC > AB$ ។

គេអាចទាញបានទ្រឹស្តីបទវិសមភាពត្រីកោណដូចខាងក្រោម ។

ទ្រឹស្តីបទ ផលបូកជ្រុងពីរនៃត្រីកោណមួយធំជាងជ្រុងមួយទៀត ។

លំហាត់គំរូ គ្រូម្នាក់បានឱ្យឈើបួនកំណាត់ទៅសុខាដើម្បីបង្កើតត្រីកោណមួយសម្រាប់ធ្វើជាគ្រោងស៊ុមព័ទ្ធសួនផ្កាមួយកន្លែង ។ ប្រវែងនៃកំណាត់ឈើមាន $2m, 4.5m, 5.8m$ និង $10.2m$ ។ តើសុខាអាចបង្កើតត្រីកោណខុសៗគ្នាបានប៉ុន្មាន ?

ចម្លើយ មានបួនរបៀបដែលសុខាអាចជ្រើសរើសឈើបីកំណាត់ ដើម្បីបង្កើតត្រីកោណសម្រាប់ធ្វើគ្រោងស៊ុមព័ទ្ធសួនផ្កា ។ សុខាអាចជ្រើសរើសបន្សំដូចខាងក្រោម

ក. $2m, 4.5m$ និង $5.8m$

ខ. $2m, 4.5m$ និង $10.2m$

គ. $2m, 5.8m$ និង $10.2m$

ឃ. $4.5m, 5.8m$ និង $10.2m$

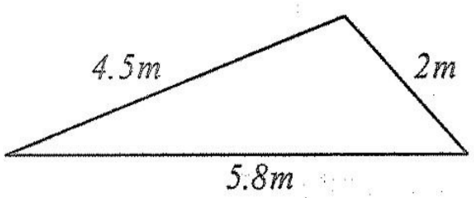
ដើម្បីកំណត់ថា បន្សំនីមួយៗនៃបន្សំទាំងបួន អាចប្រើសម្រាប់ផ្គុំបានត្រីកោណមួយគេត្រូវ សាកល្បងថាបន្សំទាំងអស់ចំពោះប្រវែងនៃជ្រុងទាំងបីផ្ទៀងផ្ទាត់វិសមភាពត្រីកោណ

ក. $2m, 4.5m$ និង $5.8m$

$2 + 5.8 > 4.5$ (ពិត)

$4.5 + 5.8 > 2$ (ពិត)

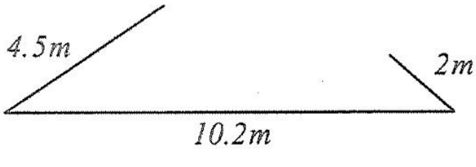
$4.5 + 2 > 5.8$ (ពិត)



កំណាត់ឈើទាំងបីនេះអាចប្រើដើម្បី បង្កើតត្រីកោណបានមួយ។

ខ. $2m, 4.5m$ និង $10.2m$

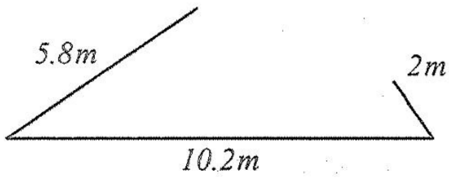
$4.5 + 2 > 10.2$ (មិនពិត)



កំណាត់ឈើទាំងបីនេះមិនអាចប្រើដើម្បី បង្កើតត្រីកោណបានមួយទេ។

គ. $2m, 5.8m$ និង $10.2m$

$2+5.8>10.2$ (មិនពិត)



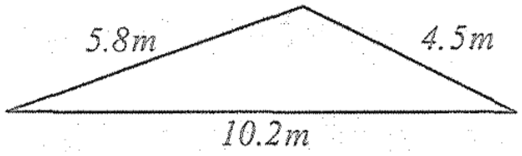
កំណាត់ឈើទាំងបីនេះមិនអាចប្រើដើម្បីបង្កើតត្រីកោណបានមួយទេ។

ឃ. $4.5m, 5.8m$ និង $10.2m$

$4.5+5.8>10.2$ (ពិត)

$4.5+10.2>5.8$ (ពិត)

$10.2+5.8>4.5$ (ពិត)



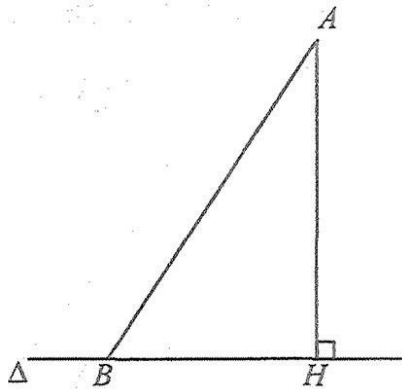
កំណាត់ឈើទាំងបីនេះអាចប្រើដើម្បីបង្កើតត្រីកោណបានមួយ។

ប្រតិបត្តិ កំណត់ថាតើរង្វាស់ជ្រុងដែលឱ្យក្នុងករណីនីមួយៗខាងក្រោមនេះអាចគូសបានត្រីកោណមួយឬទេ ?

ក. $12, 11, 17$ ខ. $1, 2, 3$ គ. $4.7, 9, 4.1$

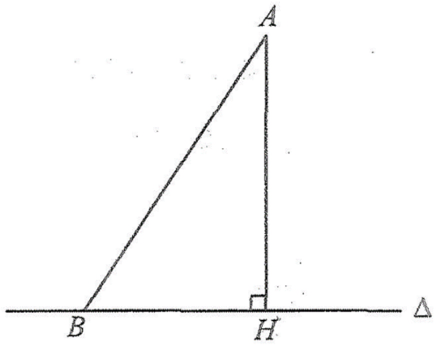
៦.៤. ប្រៀបធៀបអង្កត់ទ្រេត និងអង្កត់កែង-អង្កត់ទ្រេត និងអង្កត់ទ្រេត

៦.៤.១. អង្កត់កែង និងអង្កត់ទ្រេត



- ចំណុច A មួយមិនឋិននៅលើបន្ទាត់ Δ ។ គេគូសអង្កត់ $AH \perp \Delta$។ អង្កត់ AH ហៅថាអង្កត់កែងនឹងបន្ទាត់ Δ ។ ចំណុច H ហៅថាជើងចំណោលកែងនៃចំណុច A លើ AH ហៅថាប្រវែងអង្កត់កែង ឬចម្ងាយពី A បន្ទាត់ទៅបន្ទាត់ Δ ។
- ចំណុច B ឋិតនៅលើបន្ទាត់ Δ ផ្សេងពី H ។ អង្កត់ AB ហៅថាអង្កត់ទ្រេតដែល B ជាជើងអង្កត់ទ្រេត ។ អង្កត់ HB ហៅថាចំណោលកែងនៃអង្កត់ AB លើបន្ទាត់ Δ ។ ចម្ងាយ HB ជាគំលាតរវាងអង្កត់កែងនិងអង្កត់ទ្រេត ។

៦.៤.២. ប្រៀបធៀបអង្កត់ទ្រេតនិងអង្កត់កែង



ត្រីកោណ AHB ជាត្រីកោណកែងត្រង់ H គេបាន

$\angle H > \angle A \Rightarrow AB > BH$

$\angle H > \angle B \Rightarrow AB > AH$

ដូចនេះ ក្នុងត្រីកោណកែង អ៊ីប៉ូតេនុសវែងជាងជ្រុងពីរទៀតជាប់នឹងមុំកែង។

ជាទូទៅ អង្កត់កែងមានប្រវែងខ្លីជាងអង្កត់ទ្រេត ។

៦.៤.៣. ប្រៀបធៀបអង្កត់ទ្រេតនិងអង្កត់ទ្រេត

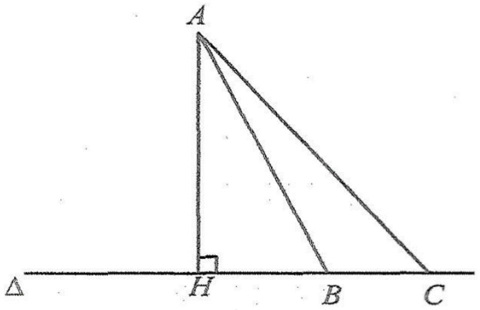
ឧទាហរណ៍១ ចំណុច B និង C ស្ថិតនៅលើបន្ទាត់ A និងអង្កត់ $AH \perp \Delta$

- បើ $HB = HC$ នោះបន្ទាត់ AH ជាមេដ្យាទ័រនៃអង្កត់ BC នាំឱ្យ $AB = AC$
- បើ $AB = AC$ នោះ ΔABC ជាត្រីកោណសមបាត គេទាញបានបន្ទាត់ AH ជាមេដ្យាទ័រនៃបាត BC ។ ដូចនេះ គេបាន $HB = HC$ ។

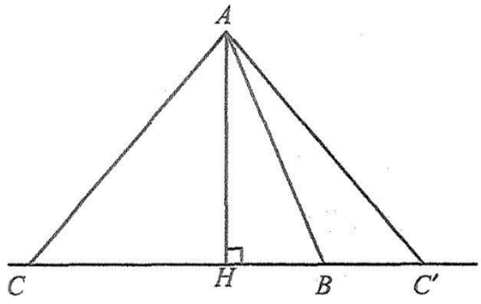
គេអាចសន្និដ្ឋានដូចខាងក្រោម៖

- អង្កត់ទ្រេតពីរប៉ុនគ្នាមានគំលាតស្មើគ្នា
- អង្កត់ទ្រេតពីរដែលមានគំលាតស្មើគ្នាជាអង្កត់ទ្រេតប៉ុនគ្នា ។

ឧទាហរណ៍២ បើ B និង C ឋិតនៅតែម្ខាងនៃចំណុច H នៅលើបន្ទាត់ Δ ដែល $HB < HC$ (ដូចរូបទី១) ។ ប្រៀបធៀប AB និង AC ។



រូបទី១



រូបទី២

ក្នុង ΔAHB មាន $\angle ABC$ ជាមុំក្រៅនៃ $\angle ABH$

គេបាន $\angle ABC = 90^{\circ} + \angle HAB$ ជាមុំទាល

ដូចនេះ ក្នុង ΔABC បើ $\angle ABC > \angle ACB$ នាំឱ្យ $AC > AB$ បើ B និង C នៅសងខាង H (រូបទី២)

ដៅចំណុច C' មួយនៅលើបន្ទាត់ Δ ដែល $HC' = HC$ ។ គេបាន $AC = AC' > AB$

ដូចនេះ $AC > AB$ ។

ជាទូទៅ

- រវាងអង្កត់ទ្រេតពីរ អង្កត់ទ្រេតមានគំលាតធំជាអង្កត់ទ្រេតធំ ។
- រវាងអង្កត់ទ្រេតពីរ អង្កត់ទ្រេតធំជាអង្កត់ទ្រេតដែលមានគំលាតធំ ។

លំហាត់គំរូ គេឱ្យ ΔABC ជាត្រីកោណមួយដែល $AB < AC$ ។ នៅក្នុងត្រីកោណនេះគេគូស កម្ពស់ AH និងមេដ្យាន AO ។ ប្រៀបធៀប AH, OA និង AC ។

ចម្លើយ អង្កត់ AH ជាអង្កត់កែង ហើយ AO ជាអង្កត់ទ្រេត

គេបាន $AO > AH$ (1)

ដោយ $AB < AC$ (សម្មតិកម្ម)

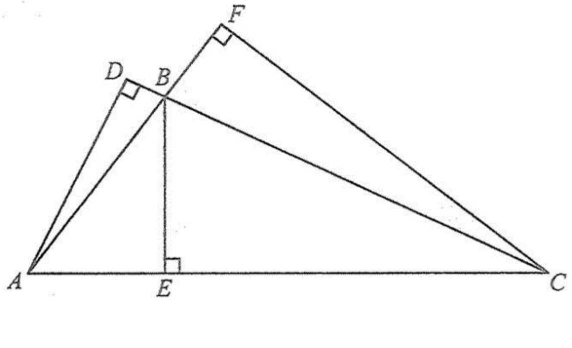
ហើយចំណុច H ឋិតនៅចន្លោះ B និង O

គេទាញបាន $HO < HC$ នាំឱ្យ $AO < AC$ (2)

តាម (1) និង (2) គេបាន: $AH < AO < AC$ ។

ប្រតិបត្តិ គេឱ្យអង្កត់ AD, BE និង CF ជាកម្ពស់នៃ ΔABC ។

បង្ហាញថា $AB + BC + AC > AD + BE + CF$ ។



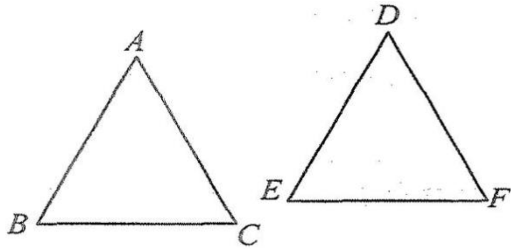
លំហាត់អនុវត្ត

1. $\Delta ABC \cong \Delta DEF$

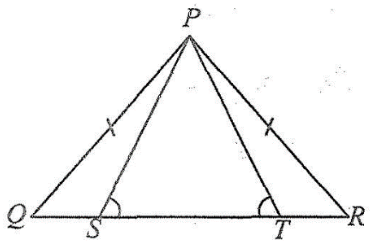
   $BC = (2x+30)cm$

   $EF = (5x-90)cm$

   គណនា BC ។

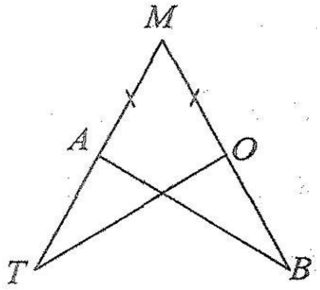


2. ក្នុងរូបខាងក្រោមនេះគេឱ្យ $PQ = PR$ និង $\angle PST = \angle PTS$
   ប្រៀបធៀប ΔPQS និង ΔPRT ។



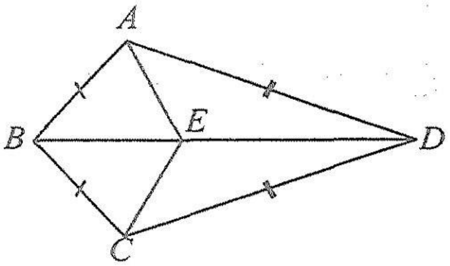
3. គេឱ្យ $MT = MB$ និង $MA = MO$ ។

   បង្ហាញថា $\Delta MTO \cong \Delta MBA$ ។



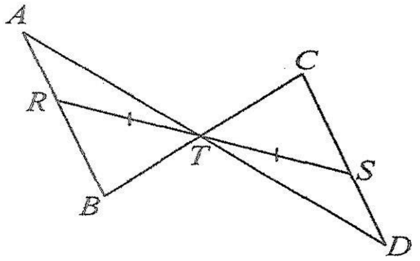
4. គេឱ្យ $AB = BC$ និង $AD = CD$ ។

   ប្រៀបធៀប ΔAED និង ΔCED ។



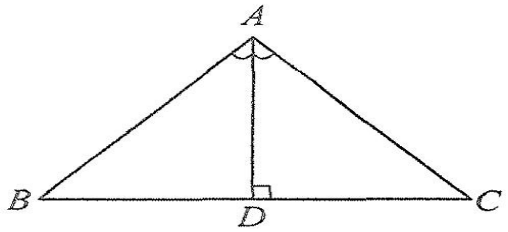
5. គេឱ្យ $AB \parallel CD$ និង $TR = TS$ ។

   បង្ហាញថា $\Delta ABT \cong \Delta DCT$ ។

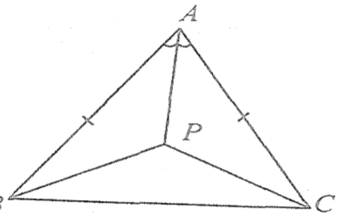


6. គេឱ្យ $\angle BAD = \angle CAD$ និង $AD \perp BC$ ។

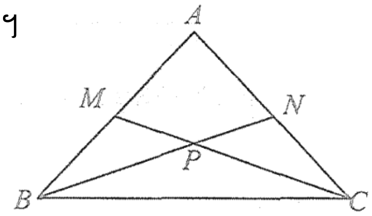
   បង្ហាញថា $\Delta ABD \cong \Delta ACD$ និង $AB = AC$ ។



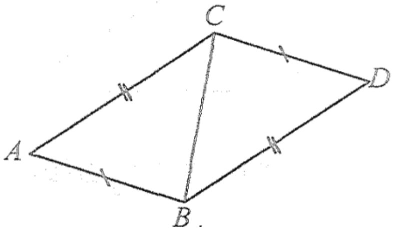
7. គេឱ្យ P ជាចំណុចមួយឋិតនៅលើកន្លះបន្ទាត់ពុះនៃរបស់ត្រីកោណសមបាត ABC ។ ស្រាយបំភ្លឺថា $PB = PC$ ។



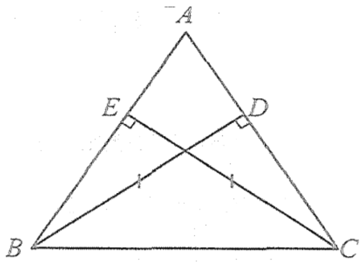
8. ΔABC ជាត្រីកោណសមបាតកំពូល A ។ M និង N ជាចំណុចកណ្ដាលនៃជ្រុង AB និង AC រៀងគ្នា។ ហើយ P ជាចំណុចប្រសព្វនៃ BN និង CM ។
បង្ហាញថា ΔPBC ជាត្រីកោណសមបាត ។



9. គេឱ្យ $AB = CD$ និង $AC = BD$ ដូចរូបខាងស្ដាំ ។ ប្រៀបធៀបត្រីកោណ ΔABC និង ΔBDC ។



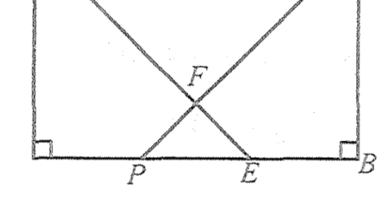
10. ΔABC ជាត្រីកោណមួយ ។ កម្ពស់គូសចេញពីកំពូល B និង C កាត់ជ្រុងឈមត្រង់ D និង E រៀងគ្នា។ បង្ហាញថា បើ $BD = CE$ នោះ $\angle ABC = \angle ACB$ ។



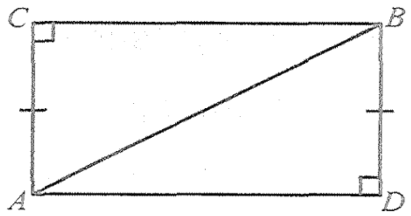
11. គេឱ្យ $OH \perp OB$, $DB \perp OB$ $OP = BE$, $HO = DB$ ។ បង្ហាញថា

ក. $\Delta HOE \cong \Delta DBP$

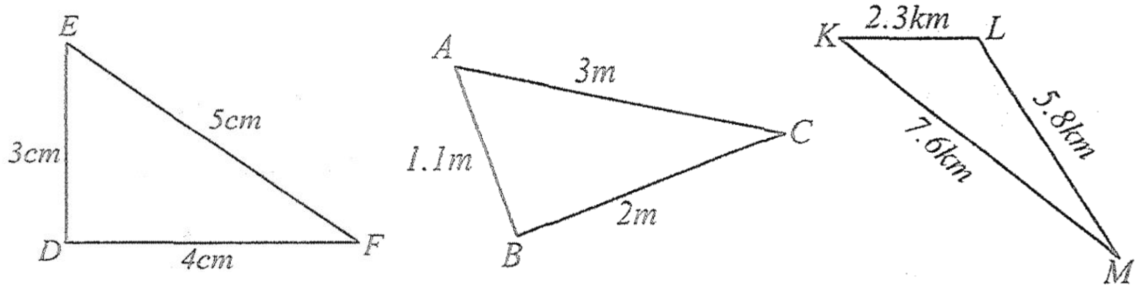
ខ. ΔFPE ជាត្រីកោណសមបាត ។



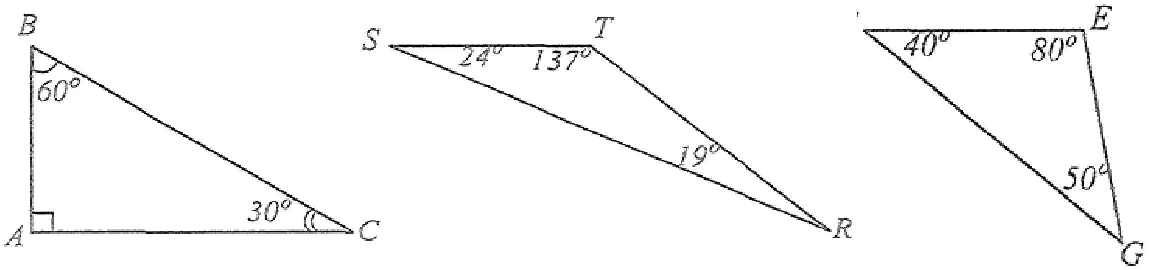
12. ក្នុងរូបខាងស្តាំនេះ គេឱ្យ $AC = BD$ និង $\angle C = \angle D = 90^\circ$ ។ បង្ហាញថា $BC = AD$ និង $BC \parallel AB$ ។



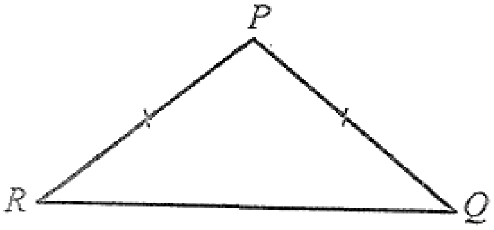
13. ចំពោះត្រីកោណនីមួយៗ ខាងក្រោមសរសេរមុំតាមលំដាប់ពីធំទៅតូច



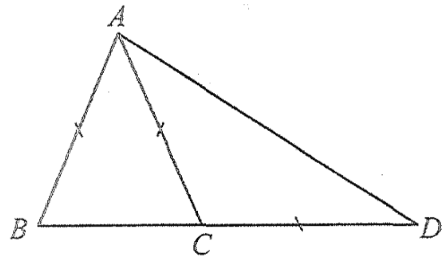
14. ចំពោះត្រីកោណនីមួយៗខាងក្រោម សរសេរជ្រុងតាមលំដាប់ពីវែងទៅខ្លី



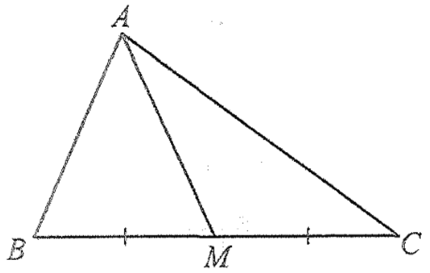
15. ΔPQR ជាត្រីកោណមួយដែល $QR > QP$ និង $PR = PQ$ ។ បង្ហាញថា $\angle P > \angle Q$ ។



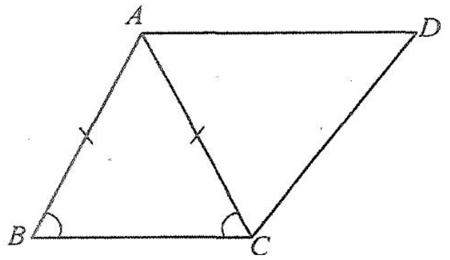
16. ΔABC ជាត្រីកោណសមបាតកំពូល A ។
គេបន្លាយជ្រុង BC ឱ្យបាន $CD = AC$ ។
បង្ហាញថា $\angle ACD > \angle CAD$ ។



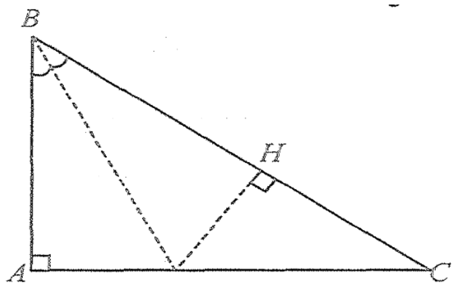
17. ΔABC ជាត្រីកោណមួយនិង AM ជាមេដ្យាន ដែល $\angle AMB > \angle AMC$ ។ បង្ហាញថា $\angle B > \angle C$ ។



18. ΔABC ជាត្រីកោណសមបាតកំពូល A ។ បន្ទាត់គូសចេញពីចំណុច A ស្របនឹងជ្រុង BC កាត់បន្ទាត់គូសចេញពី C ត្រង់ A ដូចរូបខាងស្តាំ ។ បង្ហាញថា $AD + AB > CD$ ។



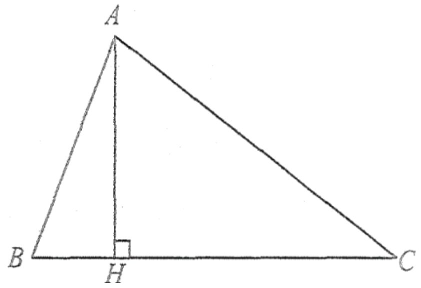
19. ΔABC ជាត្រីកោណកែងត្រង់ A កន្លះបន្ទាត់ពុះនៃ $\angle B$ កាត់ជ្រុង AC ត្រង់ D ។ H ជាចំណោលកែងនៃ D លើបន្ទាត់ BC ។ បង្ហាញថា $AD < CD$ ។



20. ΔABC ជាត្រីកោណមួយមានកម្ពស់ AH ។

ក. ស្រាយបំភ្លឺថា $AH < \dfrac{AB + AC}{2}$

ខ. ស្រាយបំភ្លឺថាផលបូកកម្ពស់ទាំងបីនៃ ΔABC ខ្លីជាងប្រវែងបរិមាត្ររបស់វា ។



21. ΔABC ជាត្រីកោណមួយដែល $AB = 3$ និង $AC = 4$ ។
ប្រើវិសមភាពត្រីកោណ បង្ហាញថា $1 < BC < 7$ ។

22. ΔABC ជាត្រីកោណមួយនិង M ជាចំណុចកណ្តាលនៃជ្រុង BC ។
M ជាចំណុចឆ្លុះនៃ M ធៀបទៅនឹងចំណុច M ។

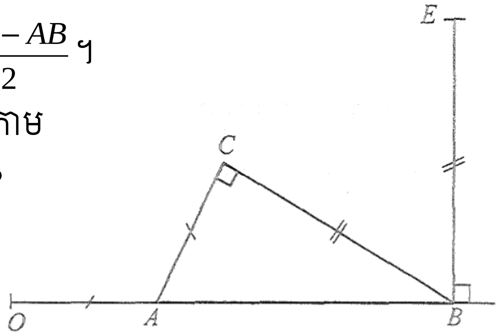
ក. ប្រៀបធៀប ΔABM និង ΔACM

ខ. ស្រាយបំភ្លឺថា $\dfrac{AC - AB}{2} < AM < \dfrac{AC - AB}{2}$ ។

23. ក. ប្រើបន្ទាត់និងដែកឈានសង់រូបខាងក្រោម

ខ. តើចំណុច D, C, E រត់ត្រង់ជួរគ្នាឬទេ ?

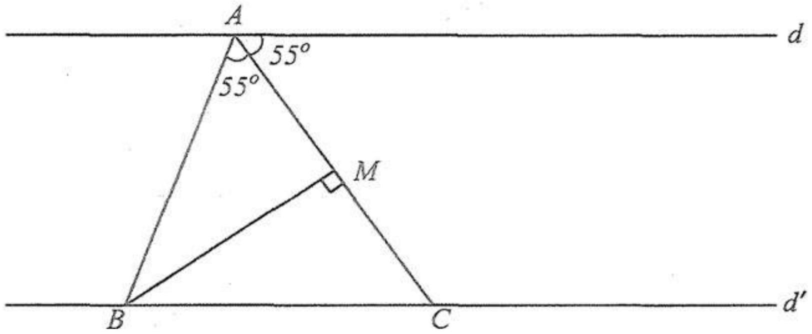
(បញ្ជាក់: គណនា $\angle DCE$)



24. ក្នុងត្រីកោណ ΔABC កន្លះបន្ទាត់ពុះនៃ $\angle B$ និង $\angle C$ ប្រសព្វគ្នាត្រង់ I ។ តាម I គូសបន្ទាត់មួយស្របនឹងបន្ទាត់ BC ហើយកាត់បន្ទាត់ AB ត្រង់ D និង AC ត្រង់ E ។ ស្រាយបំភ្លឺថា $AE = BD + CE$ ។

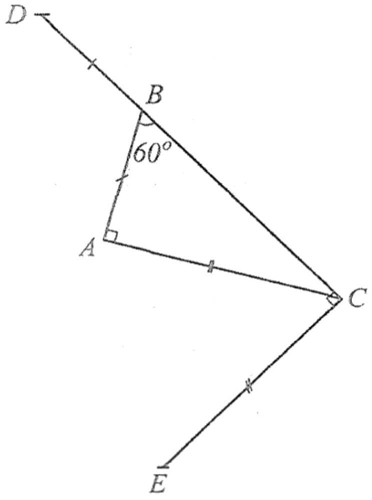
25. ក្នុងត្រីកោណ ΔABC កន្លះបន្ទាត់ពុះនៃ $\angle A$ ប្រសព្វ BC ត្រង់ចំណុច D បន្ទាត់មួយដែលគូស ចេញពី C ហើយស្របនឹងបន្ទាត់ AD កាត់បន្ទាត់ BA ត្រង់ E ។ បង្ហាញថា $AE = AC$ ។

26. ក្នុងរូបខាងក្រោមបន្ទាត់ d និង d' ជាបន្ទាត់ស្របគ្នា ។



ក. គណនារង្វាស់ន $\angle ABM$ និង $\angle MBC$

ខ. បង្ហាញថា M ឋិតនៅស្មើចម្ងាយពីបន្ទាត់ d, d' និង AB ។



27. គេដឹងថា $\angle BAC = 90^{\circ}, \angle ABC = 60^{\circ}$ និង $\angle BCE = 90^{\circ}$ ។ ម្យ៉ាងទៀត $\angle BAD = \angle DAB$ និង $\angle CAE = ACE$ ។

ក. គណនា $\angle BCA, \angle ACE, \angle CAE, \angle DBA$ និង $\angle BAD$

ខ. ស្រាយបំភ្លឺថាចំណុច D, A, E រត់ត្រង់ជួរគ្នា។

28. ΔABC ជាត្រីកោណមួយ ។ កន្លះបន្ទាត់ពុះនៃ $\angle B$ និង $\angle C$ កាត់បន្ទាត់ដែលគូសចេញពី A ស្របនឹងបន្ទាត់ BC ត្រង់ D និង E រៀងគ្នា ។ ស្រាយបំភ្លឺថា

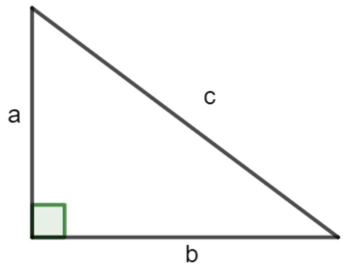
ក. ΔAEC និង ΔABD ជាត្រីកោណសមបាត

ខ. $DE = AB + AC$ ។

មេរៀនទី៧ ទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រ

៧.១. ទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រ

គេឲ្យត្រីកោណកែងមួយដែលមានរង្វាស់ a,b,c



a និង b ជារង្វាស់នៃជ្រុងមុំកែង
c ជាអ៊ីប៉ូតេនុស

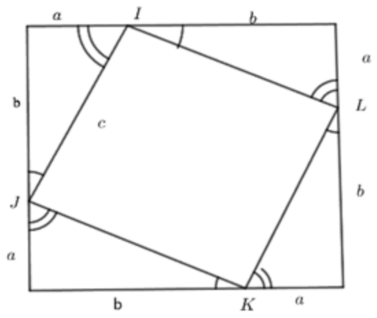
គេនឹងស្រាយបញ្ជាក់ថា $c^2 = a^2 + b^2$

សម្រាយបញ្ជាក់

គេយកត្រីកោណកែងបួនដូចគ្នាខាងលើមកផ្គុំជាការេធំមួយដែលមានរង្វាស់ជ្រុង $a+b$ ដូចរូបខាងស្តាំ

ចតុកោណ $IJKL$ ជាការេ

ព្រោះមុំ $\hat{I} = 90^\circ$



ផ្ទៃក្រឡានៃការេធំ ស្មើ $(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$

ផ្ទៃក្រឡានៃ $IJKL$ ស្មើ c^2

ផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណកែងទាំងបួនស្មើ $4 \times \frac{1}{2}ab = 2ab$

តាមរូបខាងលើគេបាន

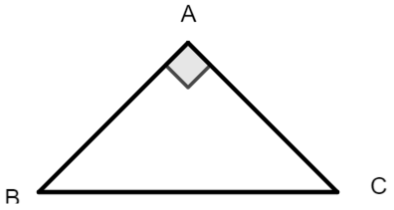
ផ្ទៃក្រឡានៃ $IJKL$ =ផ្ទៃក្រឡានៃការេធំ - ផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណកែងទាំងបួន

$$c^2 = a^2 + b^2 + 2ab - 2ab$$

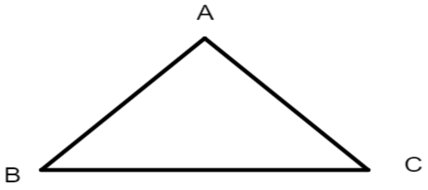
$$c^2 = a^2 + b^2$$

គេបានទំនាក់ទំនាងរវាងរង្វាស់ជ្រុងនៃត្រីកោណកែងហៅថាទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រ ។

ទ្រឹស្តីបទ ក្នុងត្រីកោណកែង ការេនៃអ៊ីប៉ូតេនុសស្មើនឹងផលបូកការេនៃជ្រុងមុំកែង។

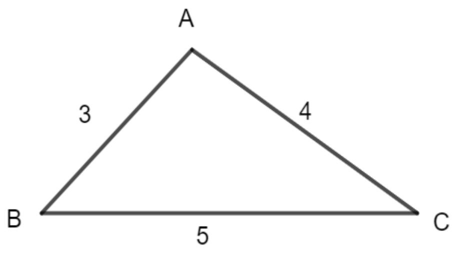


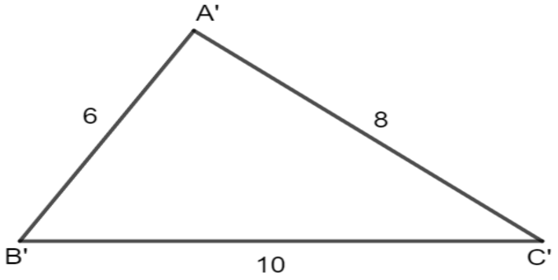
បើ $\angle BAC = 90^\circ$ នោះ $BC^2 = AB^2 + AC^2$
ច្រាសមកវិញ



បើ $BC^2 = AB^2 + AC^2$ នោះ $\angle BAC = 90^\circ$

ឧទាហរណ៍ សង់ត្រីកោណដែលមានរង្វាស់ជ្រុង 3 4 5 ជា cm និងត្រីកោណដែលមានរង្វាស់ជ្រុង6 7 10ជា cm ។





ចំពោះត្រីកោណទាំងពីរដែលបានសង់ខាងលើគេសង្កេតឃើញថា

$3^2+4^2=9+16=25$ $\quad$ $6^2+8^2=36+64=100$

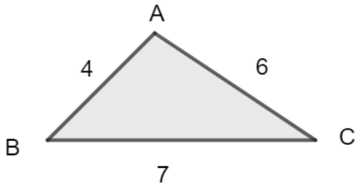
$5^2=25$ $\quad$ $10^2=100$

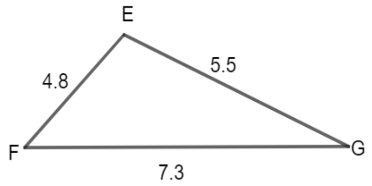
$5^2=3^2+4^2$ $\quad$ $10^2=6^2+8^2$

ABC ជាត្រីកោណកែងត្រង់ A

$A'B'C'$ ជាត្រីកោណកែងត្រង់ A'

លំហាត់គំរូ1: តើរូបមួយណាជាត្រីកោណកែង ?





ចម្លើយ

$BC^2=7^2=49$ $\quad$ $,AB^2+AC^2=4^2+6^2=16+36=52$

$BC^2\neq AB^2+AC^2$ នាំឲ្យ ABC ពុំមែនជាត្រីកោណកែង

$FG^2=7.3^2=53.29$

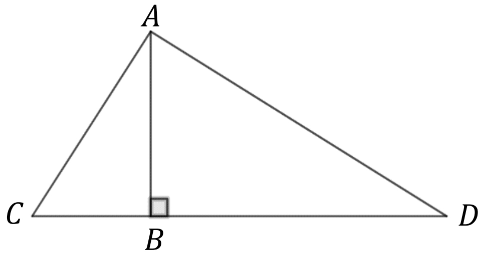
$EF^2+EG^2=4.8^2+5.5=23.04+30.25=53.29$

$FG^2=EF^2+EG^2=53.29$

ដូចនេះ EFG ជាត្រីកោណកែងត្រង់ E ។

លំហាត់គំរូ២ គេឲ្យត្រីកោណ ABC និងត្រីកោណ ABD កែងត្រង់ B ។ ដោយស្គាល់ $AB=15cm, BC=8cm$ និង $AC=20cm$ ។ ចូរគណនា AC និង BD ។

ចម្លើយ



- គណនា AC

  ក្នុងត្រីកោណកែង ABC តាមទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រ

  $AC^2 = AB^2 + BC^2$

  $= 15^2 + 8^2$

  $= 225 + 64 = 289 \qquad AC = \sqrt{289} = 17cm$

- គណនា BD

  ក្នុងត្រីកោណកែង ABD តាមទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រ

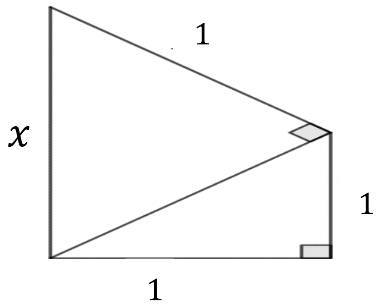
  $AD^2 = AB^2 + BD^2$ នាំឲ្យ $BD^2 = AB^2 - AB^2$

  $= 20^2 - 15^2$

  $= 400 - 225 = 175$

  $BD = \sqrt{175} \approx 13.23cm$

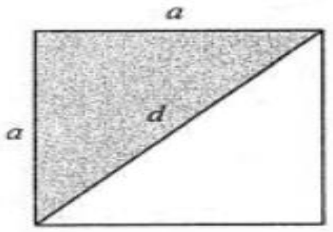
ប្រតិបត្តិ ចូរគណនារង្វាស់ x គិតជា cm នៃរូបខាងក្រោម ។



៧.២. អនុវត្តន៍ទ្រឹស្តីបទ

៧.២.១. អនុវត្តន៍ដើម្បីគណនារង្វាស់ជ្រុង

ឧទាហរណ៍ ១ គណនាអង្កត់ទ្រូងនៃការេដែលមានជ្រុង a

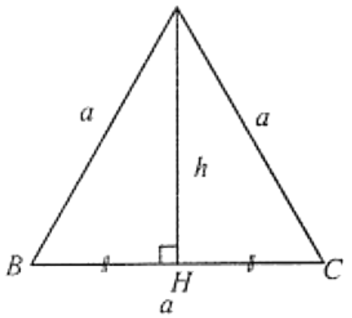


$d^2 = a^2 + a^2$

$= 2a^2$

$d^2 = a\sqrt{2}$ ។

ឧទាហរណ៍ ២ គណនាកម្ពស់នៃត្រីកោណសម័ង្ស



ABC ជាត្រីកោណសម័ង្សដែលមានរង្វាស់ជ្រុង a ។ កម្ពស់ $[AH]$ កាត់ BC ត្រង់ចំណុចកណ្តាល H ។ ដូចនេះ $BH = \dfrac{a}{2}$

ក្នុងត្រីកោណកែង ABH

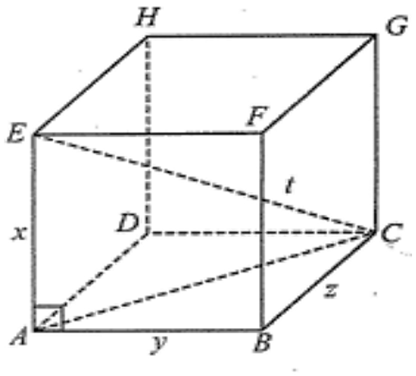
$BH^2 + AH^2 = AB^2$ នាំឲ្យ $AH^2 = AB^2 - BH^2$

$$= a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2$$

$$= a^2 - \frac{a^2}{4} = \frac{3a^2}{4}$$

$$AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

ឧទាហរណ៍ ៣ គណនាអង្កត់ទ្រូងនៃប្រលេពីប៉ែតកែង $ABCDEFGH$ ដែលមានរង្វាស់ជ្រុងរៀងគ្នា x, y, z ហើយ t ជារង្វាស់នៃអង្កត់ទ្រូង។



ក្នុងត្រីកោណកែង ABC កែងត្រង់ B

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$= y^2 + z^2$$

ក្នុងត្រីកោណកែង EAC កែងត្រង់ A

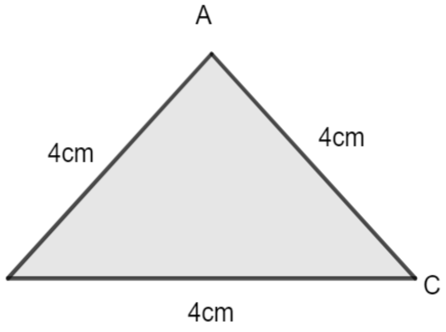
$$EC^2 = AE^2 + AC^2$$

$$t^2 = x^2 + y^2 + z^2$$

$t = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ ។

ឧទាហរណ៍ ៤ ចូរគណនាផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណសម័ង្សដែលមានរង្វាស់ជ្រុងស្មើនឹង $4cm$ ។

ចម្លើយ កម្ពស់នៃត្រីកោណសម័ង្សកំណត់



$$h = \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{4\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$$

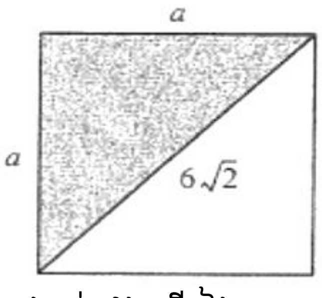
ផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណ ABC

$$S = \frac{1}{2}h \times a = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times 4 = 4\sqrt{3}$$

$S = 4 \times 1.73 \approx 6.92cm^2$ ។

ឧទាហរណ៍ ៥ អង្កត់ទ្រូង់នៃការេមួយមានរង្វាស់ស្មើនឹង $6\sqrt{2}dm$ ។ ចូរកំណត់រង្វាស់ជ្រុងនៃការេ។

ចម្លើយ បើ a ជារង្វាស់ជ្រុង ហើយ d ជាអង្កត់ទ្រូងនោះ



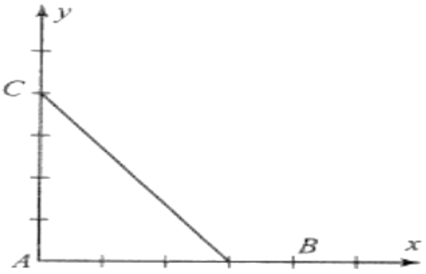
$d = a\sqrt{2}$

$6\sqrt{2}$ $, a = 6dm$ ។

ប្រតិបត្តិ: ចូរគណនាអង្កត់ទ្រូងនៃប្រលេពីប៉ែតកែងដែលមានរង្វាស់ជ្រុងស្មើរៀងគ្នា 2 2 1 គិតជា m ។

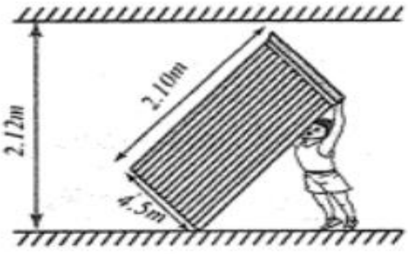
៧.៣. អនុវត្តក្នុងជីវភាពរស់នៅ

លំហាត់គំរូ១ នៅលើទីធ្លាមួយ A ជាចំណុចនឹង ហើយ Ax ជាបន្ទាត់នឹង។
តើគេត្រូវសង់បន្ទាត់ Ay យ៉ាងដូចម្តេចដើម្បីឲ្យ $Ax \perp Ay$ ។



ចម្លើយ ក្នុងការធ្វើឲ្យ Ay កែងនឹង Ax គេតែងតែប្រើទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រ។

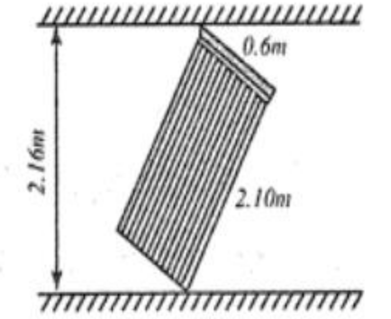
- នៅលើបន្ទាត់ Ax គេដៅចំណុច B ដែល $AB = 3dm$ ហើយនៅលើបន្ទាត់ Ay គេដៅចំណុច C ដែល $AC = 4dm$ ។
- គេរំកិលខ្សែ AC ដោយលៃយ៉ាងណាឲ្យ $BC = 5dm$ ធ្វើយ៉ាងនេះគេបាន $5^2 = 3^2 + 4^2$ មានន័យថា $BC^2 = AB^2 + AC^2$ នោះ ABC ជាត្រីកោណកែងត្រង់ A ។



លំហាត់គំរូទី២ តើគេអាចលើកទូដែលមានកម្ពស់ $2.10m$ និងទទឹង $0.16m$ ឲ្យបញ្ឈរនៅឡៅតឿមួយដែលមានកម្ពស់ត្រឹម $2.16m$ ឬទេ។

ចម្លើយ គេអាចលើកបញ្ឈរទូនោះបានលុះត្រាតែអង្កត់ទ្រូងនៃទូខ្លីជាងកម្ពស់នៃឡៅតឿក្នុងករណីនេះគេត្រូវគណនាអង្កត់ទ្រូងនៃទូសិន។

បើ d ជាអង្កត់ទ្រូងនៃទូ



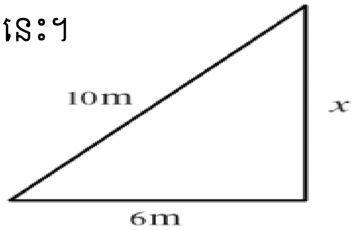
$$\begin{aligned} d^2 &= (2.10)^2 + (0.60)^2 \\ &= 4.41 + 0.36 \\ &= 4.77 \\ d &= \sqrt{4.77} \approx 2.18m \end{aligned}$$

ឡៅតឿមានកម្ពស់ត្រឹមតែ $2.16m$ ខ្លីជាងអង្កត់ទ្រូងនៃទូ
ដូចនេះគេមិនអាចលើកបញ្ឈរទូនោះបានឡើយ។

ប្រតិបត្តិ គេយកជណ្តើរមួយដែលមានប្រវែង $8m$ ទៅផ្អែកនឹងជញ្ជាំងមួយ។ បើជើងជណ្តើរឃ្លាតពីជញ្ជាំង $2m$ ។ ចូររកកម្ពស់នៃជញ្ជាំងនោះ។

លំហាត់អនុវត្ត

1. ចូរគណនា x ក្នុងរូបខាងស្ដាំនេះ។



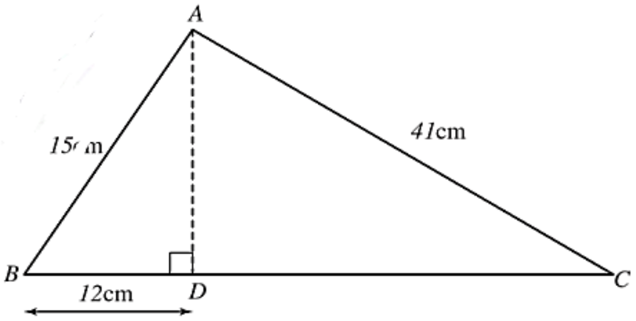
2. ចំពោះរង្វាស់ជ្រុងនីមួយៗខាងក្រោមនេះតើ ABC ជាត្រីកោណកែងឬទេ ?

   ក. $AB=7\ ,BC=9\ ,AC=12$

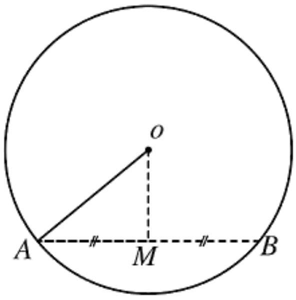
   ខ. $AB=52.8\ ,BC=45.5\ ,AC=69.7$

   គ. $AB=83\ ,BC=49\ ,AC=67$ ។

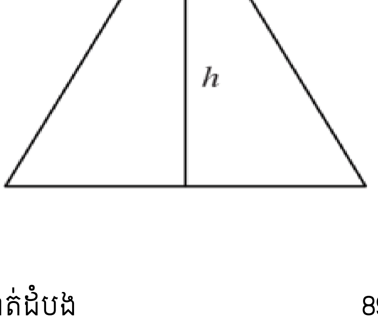
3. ចូរគណនាផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណ ABC ។



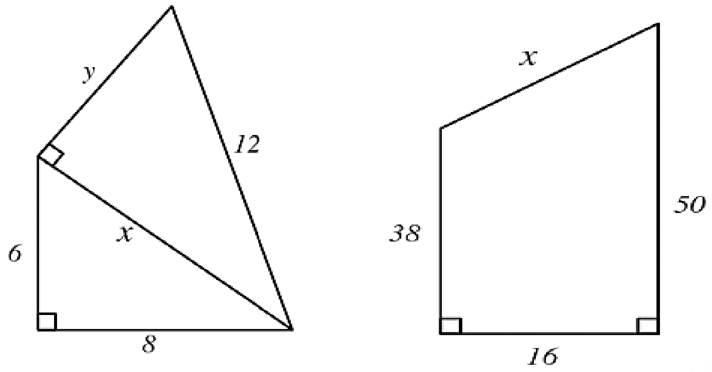
4. រង្វង់មួយដែលមានផ្ចិត O និងកាំស្មើនឹង $5cm$ ជាអង្កត់ធ្នូដែលមានរង្វាស់ស្មើ $8m$ ។ ចូរគណនាប្រវែង OM ។



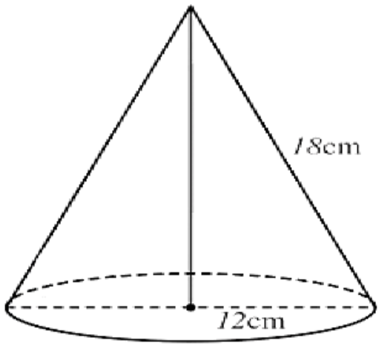
5. ត្រីកោណសម័ង្សមួយដែលមានកម្ពស់ស្មើនឹង $\sqrt{3}cm$ ។ ចូរគណនាផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណសម័ង្សនេះ។



6. ចូរកំណត់ x និង y នៃរូបខាងក្រោមគិតជា m ។



7. ចូរគណនាកម្ពស់នៃកោណនៃរូបខាងស្តាំ រួចគណនាមាឌនៃកោណនោះ។



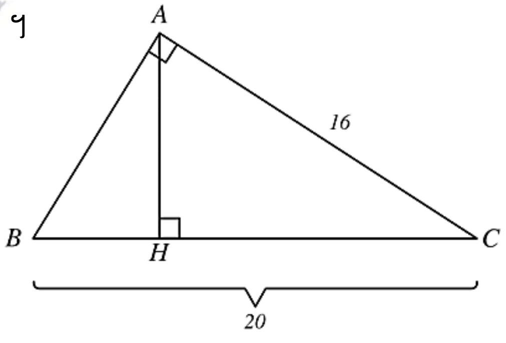
8. គូបមួយមានរង្វាស់ជ្រុងស្មើនឹង $1cm$ ។ ចូរគណនាអង្កត់ទ្រូងនៃគូបនោះ។

9. ចូរគណនារង្វាស់ជ្រុងនៃរូបខាងស្តាំគិតជា cm ។

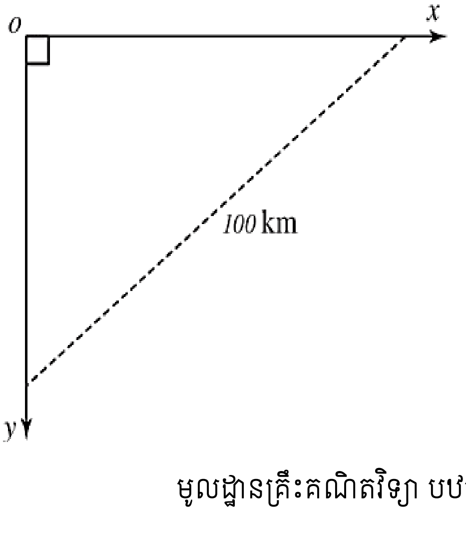
ក. ចូរគណនា AB

ខ. ចូរគណនា AH

គ. ចូរគណនា BH និង HC



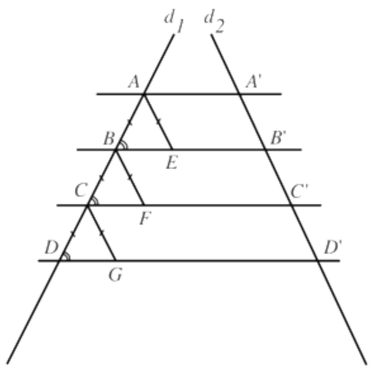
10. យន្តហោះពីរហោះចេញពីចំណុច O ដូចគ្នាតាមទិសដៅរៀងគ្នា Ox និង Oy ។ គេដឹងយន្តថាហោះទាំងពីរបើកបរដោយល្បឿនស្មើគ្នា ហើយហោះចេញពីចំណុច O នៅម៉ោងតែមួយ។ ចូរគណនាចម្ងាយចរនៃយន្តហោះនីមួយៗ នៅពេលដែលវាឃ្លាតពីគ្នាបាន $100km$ ។



មេរៀនទី៨ ទ្រឹស្តីបទតាលែស

៨.១. បន្ទាត់ស្រប និងខ្នាត់

ឧទាហរណ៍ គេមានបន្ទាត់ស្របបួន $(AA'),(BB'),(CC')$ និង (DD') កាត់បន្ទាត់ពីរ d_1 និង d_2 ហៅថា **ខ្នាត់** ។ នៅលើខ្នាត់ d_1 បើ $AB = BC = CD$ នោះគេក៏បាន $A'B' = B'C' = C'D'$ នៅលើ d_2 ដែរ។



បើគេគូសអង្កត់ AE, BF និង CD ឱ្យស្របនឹងបន្ទាត់ d_2

តាមលក្ខណៈជ្រុងឈមនៃប្រលេឡូក្រាម

គេបាន $AE = A'B',\ BF = B'C', CD = C'D'$ ។

ម្យ៉ាងវិញទៀតតាមករណីប៉ុនគ្នា (ម.ជ.ម)

ត្រីកោណ ABE, BCF, CDG

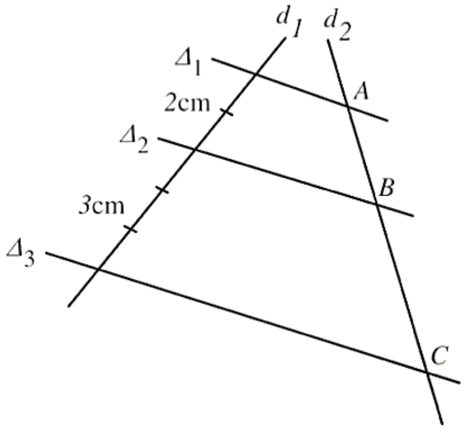
ជាត្រីកោណប៉ុនគ្នា។

វិបាក យើងបាន $AE = BF = CG$

ដូចនេះ $A'B' = B'C' = C'D'$

> **ជាទូទៅ** បើបន្ទាត់ស្របកំណត់នៅលើខ្នាត់មួយបានអង្កត់ប៉ុនគ្នានោះវាកំណត់នៅលើអង្កត់ផ្សេងទៀតក៏បានអង្កត់ប៉ុនគ្នាដែរ។

លំហាត់គំរូទី១ ក្នុងរូបគេមានបន្ទាត់ $\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3$ ជាបន្ទាត់ស្របគ្នា។ បើ $AC = 4cm$ ចូរគណនាប្រវែង AB និង BC ។

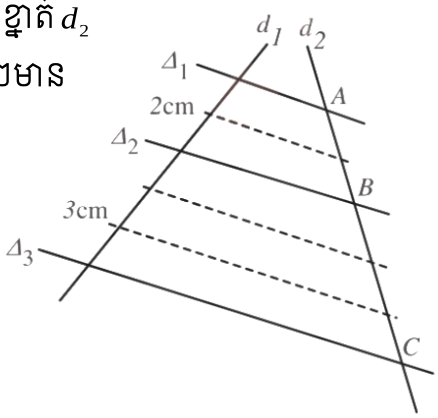


ចម្លើយ គណនាប្រវែង AB និង BC

ដោយ $\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3$ មិនកំណត់បានអង្កត់ប៉ុនគ្នានៅលើខ្នាត់ d_1

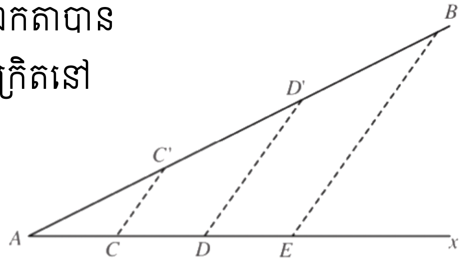
ក្នុងករណីនេះគេត្រូវគូសបន្ទាត់ស្របចំនួន 3 បន្ថែមទៀតដើម្បី

បង្គ្រប់ឱ្យបានបន្ទាត់ស្របស្មើចម្ងាយ ហើយនៅលើខ្នាត់ d_2
គេក៏បានអង្គត់ចំនួន 5 ប៉ុនគ្នាដែរដែលអង្គត់នីមួយៗមាន
ប្រវែងស្មើនឹង $\frac{4}{5}=0.8cm$
នាំឱ្យ $AB=2\times0.8=1.6cm$
និង $BC=3\times0.8=2.4cm$



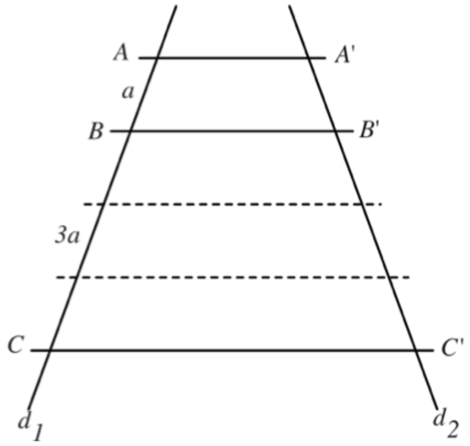
លំហាត់គំរូទី២ គេមានអង្គត់ AB មួយ។ ចូរក្រិតអង្គត់ AB ជាបីផ្នែកប៉ុនគ្នា ។

ចម្លើយ ដោយគេពុំអាចប្រើម៉ែត្រដើម្បីក្រិត AB ជាបីឯកតាបាន
នោះគេត្រូវសង់កន្លះបន្ទាត់ Ax ដោយប្រើម៉ែត្រដើម្បីក្រិតនៅ
លើកន្លះបន្ទាត់ Ax ឱ្យបានជាបី ចំណែលប៉ុនគ្នា
កំណត់ដោយចំណុច C,D និង E ។
ភ្ជាប់រួចគូបន្ទាត់ចេញពីចំណុច D និង C
ឱ្យស្របនឹង (EB) កាត់អង្គត់ AB ត្រង់ D' និង C' ។
យើងបាន $AC'=C'D'=D'B$ ។
ធ្វើយ៉ាងនេះមានន័យថា គេបានក្រិត AB ជាបីផ្នែកប៉ុនគ្នា។



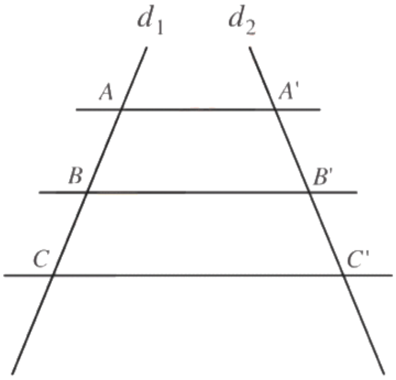
៨.២. ទ្រឹស្តីបទតាលែស

ឧទាហរណ៍ទី១ គេមានបន្ទាត់ AA',BB',CC' ជាបន្ទាត់
ស្របគ្នានៅលើខ្នាត់ d_1 ។
បើ $AB=a$ និង $BC=3a$
នោះផលធៀប $\frac{AB}{BC}=\frac{a}{3a}=\frac{1}{3}$
នោះយើងបាននឹងបកស្រាយបញ្ជាក់ថានៅ
លើខ្នាត់ d_2 ក៏មានផលធៀប $\frac{A'B'}{B'C'}=\frac{1}{3}$ ដែរ។
ឧបមាថា $A'B'=b$ នោះគេគូសបន្ទាត់ស្របស្មើចម្ងាយពីរ
បន្ថែមទៀតយើងបាន $B'C'=3b$ ហើយមានផលធៀប $\frac{A'B'}{B'C'}=\frac{a}{3a}=\frac{1}{3}$
ដូចនេះ $\frac{AB}{BC}=\frac{A'B'}{B'C'}=\frac{1}{3}$



ឧទាហរណ៍ទី២ គេមានបន្ទាត់ស្រប AA', BB', CC' កាត់ខ្នាត់ d_1 និង d_2 បានអង្កត់សមាមាត្រ

$$\frac{AB}{BC}=\frac{A'B'}{B'C'}$$



បើគេប្តូរតួមធ្យមនៃសមាមាត្រ $\frac{AB}{BC}=\frac{A'B'}{B'C'}$

គេបាន $\frac{AB}{A'B'}=\frac{BC}{B'C'}$ (1)

តាម (1) គេអាចសរសេរ

$$\frac{AB}{A'B'}=\frac{BC}{B'C'}=\frac{AB+BC}{A'B'+B'C'}=\frac{AC}{A'C'} \quad (2)$$

តាមទំនាក់ទំនង (1) និង (2) យើងបាន $\frac{AB}{A'B'}=\frac{BC}{B'C'}=\frac{AC}{A'C'}$

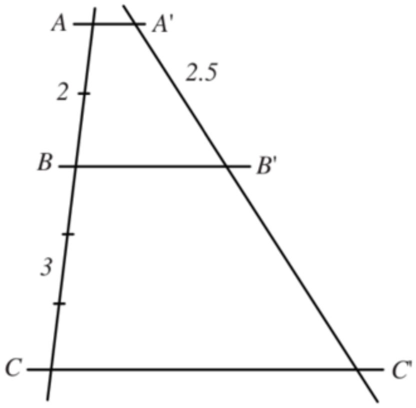
ជាទូទៅ: បើបន្ទាត់ $AA' // BB' // CC'$ គេបាន $\frac{AB}{A'B'}=\frac{BC}{B'C'}=\frac{AC}{A'C'}$

ទ្រឹស្តីបទតាលែស បើបន្ទាត់ច្រើនស្របគ្នានៅលើខ្នាត់ពីរកំណត់បានអង្កត់សមាមាត្រគ្នា។

លំហាត់គំរូទី១ គេឱ្យបន្ទាត់ $AA' // BB' // CC'$ ដែលមាន $AB = 2cm$, $BC = 3cm, A'B' = 2.5cm$

ចូរគណនា $B'C'$ ។

ចម្លើយ



តាមទ្រឹស្តីបទតាលែស :

$$\frac{AB}{BC}=\frac{A'B'}{B'C'}$$

$$\frac{2}{3}=\frac{2.5}{B'C'}$$

$$B'C'=\frac{2.5\times 3}{2}=3.75$$

ដូចនេះ $B'C'=3.75cm$

លំហាត់គំរូទី២ គេមាន Δ_1, Δ_2 ជាបន្ទាត់ស្របគ្នា។ ចូរគណនាតម្លៃ x គិតជា cm

ចម្លើយ គណនាតម្លៃ x គិតជា cm

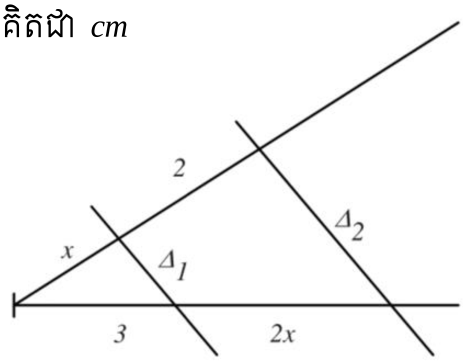
$$\frac{x}{2}=\frac{3}{2x}$$

$$2x^2=6$$

$$x^2=3$$

$$\Rightarrow x=\sqrt{3}$$

$$\approx 1.7cm$$



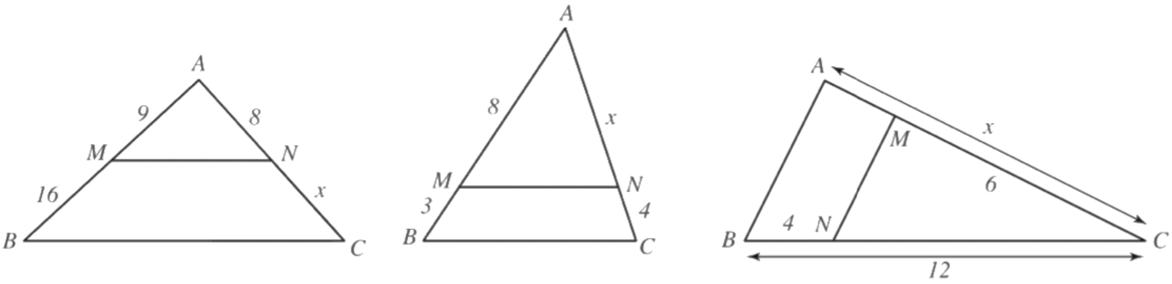
ដូចនេះ $x \approx 1.7cm$

លំហាត់អនុវត្ត

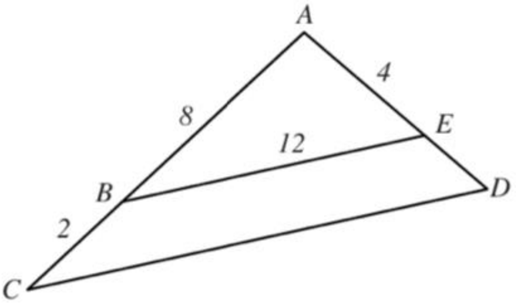
1. ចូរចែកអង្កត់ AB ដែល $AB=6cm$ ជា 5 ចំណែកស្មើគ្នា។

2. ចូរចែកអង្កត់ AB ដែល $AB=11cm$ ជាអង្កត់សមាមាត្រនឹង 3 4 5 ។

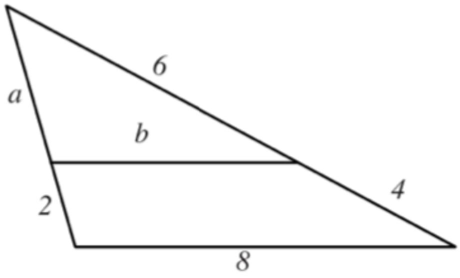
3. គេឱ្យ (AB) // (MN) ចូរគណនាប្រវែងជ្រុង x ក្នុងរូបខាងក្រោម



4. តាមរូបខាងក្រោមគេមាន $BE//CD$ ។ ចូរគណនាប្រវែង ED និង CD។
រង្វាស់គិតជា cm ។



5. ចូរគណនា a និងb តាមរូបខាងក្រោមនេះ។ រង្វាស់ជាcm។



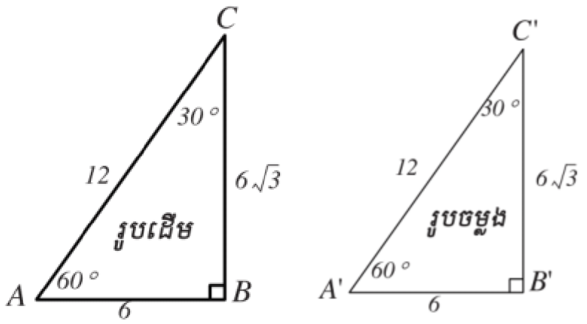
6. គេឱ្យ $AB=9mm$ ចូរកំណត់ចំណុច C និង D ដែលចែកអង្កត់ AB តាមផលធៀប $5:2$

មេរៀនទី៩ ត្រីកោណដូចគ្នា

៩.១. ត្រីកោណដូចគ្នា និង ករណីដំណូច

៩.១.១. សញ្ញាណ

ឧទាហរណ៍១ កាលណាគេយករូបត្រីកោណ ABC ទៅចម្លង ដោយមិនពង្រីកនិងមិនបង្រួម នោះគេបានត្រីកោណ $A'B'C'$ ប៉ុននិង ត្រីកោណដើម ABC ។ មានន័យថាវាបានមុំបីប៉ុនរៀងគ្នានិងជ្រុងបីប៉ុនរៀងគ្នា ។

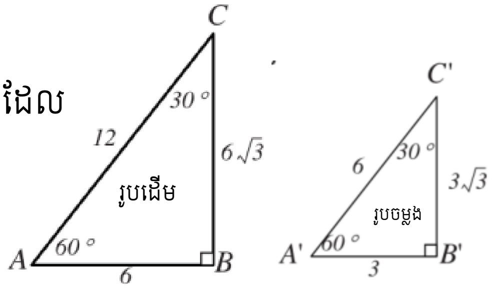


$\angle A = \angle A'$ $\quad AC = A'C'$

$\angle B = \angle B'$ $\quad AB = A'B'$

$\angle C = \angle C'$ $\quad BC = B'C'$

ឧទាហរណ៍ទី២ បើគេយករូបត្រីកោណ ABC ទៅចម្លង ដោយបង្រួម 50% នោះគេសង្កេតឃើញថា មុំនៅរក្សារង្វាស់ដដែល គឺ $\angle A = \angle A' = 60^\circ$, $\angle B = \angle B' = 30^\circ$, $\angle C = \angle C' = 90^\circ$ ហើយរង្វាស់ជ្រុងថយអស់ពាក់កណ្ដាលគឺ $A'C' = 6$, $A'B' = 3$ និង $B'C' = 3\sqrt{3}$ ។ គេថាត្រីកោណចម្លង $A'B'C'$ ដូចគ្នានិងត្រីកោណដើម ABC ។



ឧទាហរណ៍ទី៣ គេមាន $A'B'C'$ ជាត្រីកោណដែលបានបង្រួម 50% ពីត្រីកោណដើម ABC នោះគេបាន $\angle A = \angle A'$, $\angle B = \angle B', \angle C = \angle C'$ $AC = 2A'C'$, $AB = 2A'B'$ និង $BC = 2B'C'$ ។

គេអាចសរសេរផលធៀបបាន $\frac{A'B'}{AB} = \frac{A'C'}{AC} = \frac{B'C'}{BC} = \frac{1}{2}$

គេថាត្រីកោណ $A'B'C'$ និង ABC ជាត្រីកោណដូចគ្នាដែលមាផលធៀបដំណូចស្មើនឹង $\frac{1}{2}$ ។

និយមន័យ ត្រីកោណពីរជាត្រីកោណដូចគ្នាកាលណាវាមានៈ ➢ មុំទាំងបីប៉ុនរៀងគ្នា ➢ ជ្រុងទាំងបីសមាមាត្ររៀងគ្នា ➢ ផលធៀបសមាមាត្រហៅថា ផលធៀបដំណូច ។

ចំណាំៈ

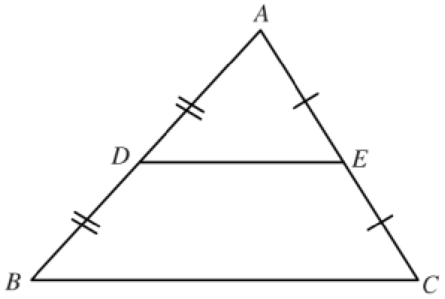
❖ គេកំណត់ត្រីកោណដូចគ្នាដោយសញ្ញា $A'B'C' \sim ABC$ ។

❖ បើ $A'B'C' \sim ABC$ ជាត្រីកោណដូចគ្នាតាមផលធៀបដំណូច គេសរសេរផលធៀបសមាមាត្រនៃជ្រុងទាំងបីដោយរៀបកំពូលទៅតាមលំដាប់នៃមុំប៉ុនគ្នា ។

$$\left.\begin{array}{l}\Delta A'B'C' \\ \Delta ABC\end{array}\right| \Rightarrow \frac{A'B'}{AB} = \frac{A'C'}{AC} = \frac{B'C'}{BC} = K$$

លំហាត់គំរូ ក្នុងត្រីកោណ ABC មានចំណុច D និង E ជាចំណុចកណ្តាលរៀងគ្នានៃជ្រុង AB និង AC ដែល $DE // BC$ ។ ចូរបង្ហាញថា ADE និង ABC ជាត្រីកោណដូចគ្នា ។

ចម្លើយ បង្ហាញថា ADE និង ABC ជាត្រីកោណដូចគ្នា



ដោយ $DE // BC$ (សម្មតិកម្ម)

$\angle D = \angle B$ (មុំត្រូវគ្នា)

$\angle E = \angle C$ (មុំត្រូវគ្នា)

$\angle A$ (មុំរួមនៃត្រីកោណទាំងពីរ) ។

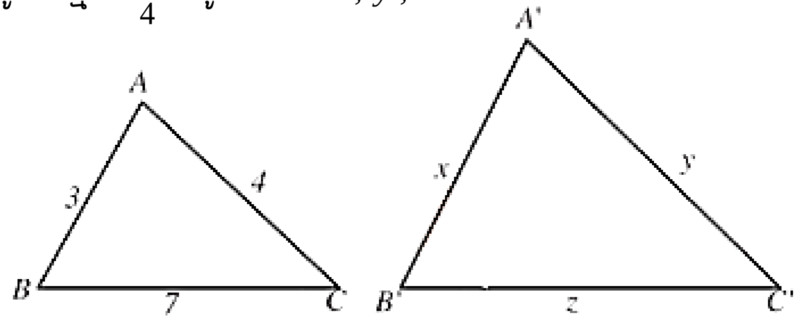
តាមទ្រឹស្តីបទតាលែសគេបានៈ

$DE // BC$ នាំឲ្យ $\dfrac{AD}{AB} = \dfrac{AE}{AC} = \dfrac{DE}{BC} = \dfrac{1}{2}$

ត្រីកោណ ADE និង ABC មានមុំបីប៉ុនរៀងគ្នា ហើយជ្រុងទាំងបីសមមាត្ររៀងគ្នាជាត្រីកោណដូចគ្នា។

ដូចនេះ $ADE \sim ABC$ ។

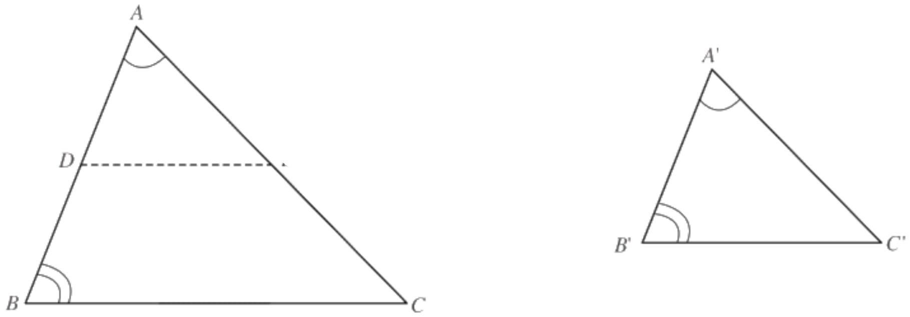
ប្រតិបត្តិ ត្រីកោណ $A'B'C'$ និង ABC ជាត្រីកោណដូចគ្នាដែលមានផលធៀបដំណូចស្មើនឹង $\frac{1}{4}$ ។ ចូរគណនា x , y , z ។



៩.១.២. ករណីដំណូចទី១

ដើម្បីឲ្យត្រីកោណពីរដូចគ្នា គេគ្រាន់តែរកឲ្យឃើញមុំខ្លះប៉ុនគ្នា ឬ ជ្រុងទាំងបីសមមាត្ររៀងគ្នាតាមករណីដូចខាងក្រោម ។

ក. ករណីដំណូចទី១



គេឲ្យត្រីកោណ $A'B'C'$ និង ABC ដែល $\angle A=\angle A'$ និង $\angle B=\angle B'$ ។

បង្ហាញថា $\Delta ABC\sim\Delta A'B'C'$ ។

នៅលើ $[AB]$ ដៅចំណុច D ដែល $AD=A'B'$ រួចគូស $(DE)//(BC)$

គេបាន $\Delta ABC\sim\Delta ADE$

តែ $\Delta ADE\cong\Delta A'B'C'$ (តាមករណីប៉ុនគ្នា ម.ជ.ម)

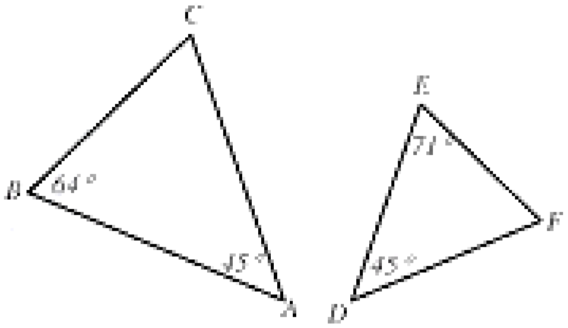
ដូចនេះ $\Delta ABC\sim\Delta A'B'C'$ ករណីដំណូច ម.ម

ជាទូទៅ	ត្រីកោណពីរជាត្រីកោណដូចគ្នា កាលណាវាមានមុំពីរប៉ុនរៀងគ្នា ។

ចំណាំ បើ $\Delta ABC\sim\Delta A'B'C'$ គេអាចទាញបាន **វិបាក** គឺ

សម្មតិកម្ម	សន្និដ្ឋាន	វិបាក
$\angle A=\angle A'$ $\angle B=\angle B'$	$\Delta ABC\sim\Delta A'B'C'$	$\angle C=\angle C'$ $\frac{AB}{A'B'}=\frac{AC}{A'C'}=\frac{BC}{B'C'}$

លំហាត់គំរូទី១ គេមាន ΔABC និង ΔDEF ដែល $\angle A=45^\circ$, $\angle B=64^\circ,\angle D=45^\circ,\angle E=71^\circ$ ។ ចូរបង្ហាញថា ΔABC និង ΔDEF ជាត្រីកោណដូចគ្នា ។



ចម្លើយ

បង្ហាញថា ΔABC និង ΔDEF ជាត្រីកោណដូចគ្នា

ត្រីកោណ ΔABC មាន $\angle C=180^\circ-(64^\circ+45^\circ)$

$=180^\circ-109^\circ=71^\circ$

ត្រីកោណ ΔABC និងត្រីកោណ ΔDEF មានៈ

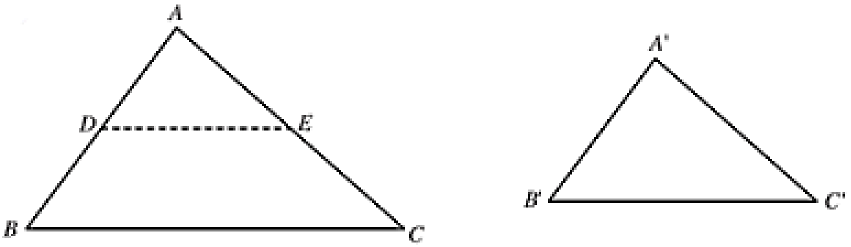
$\angle A = \angle D = 45^\circ$

$\angle C = \angle E = 71^\circ$

នាំឲ្យ $\Delta ABC \sim \Delta DFE$ តាមករណីដំណូច (ម.ម)

ដូចនេះ $\Delta ABC \sim \Delta DFE$ ។

ខ. ករណីដំណូចទី២



គេឲ្យត្រីកោណ ABC និង $A'B'C'$ ដែល $\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{CA}{C'A'}$

បង្ហាញ $\Delta ABC \sim \Delta A'B'C'$

ដៅចំណុច $D \in [AB]$ ដែល $AB = A'B'$ រួចគូស $(DE)//(BC)$

គេបាន $\Delta ABC \sim ADE$ (1)

វិបាក $\frac{AB}{AD} = \frac{BC}{DE} = \frac{CA}{EA}$ ឬ $\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{DE} = \frac{CA}{EA}$ (2)

តែ $\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{CA}{C'A'}$ (3)

តាម (1) និង(2) គេទាញបាន

$\frac{BC}{DE} = \frac{BC}{B'C'}$ នាំឲ្យ $B'C' = DE$

ហើយ $\frac{CA}{EA} = \frac{CA}{C'A'}$ នោះនាំឲ្យ $C'A' = EA$ ។

ដូចនេះ $\Delta ABC \sim ADE$ (ករណី ជ.ជ.ជ) ។

វិបាក $\Delta ABC \sim \Delta A'B'C'$

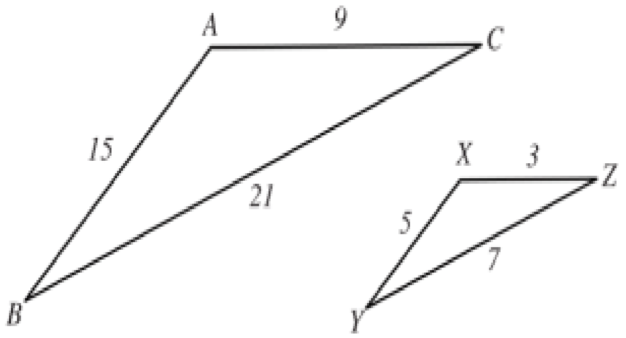
ករណីដំណូច ជ.ជ.ជ ។

ជាទូទៅ	ត្រីកោណពីរជាត្រីកោណដូចគ្នា កាលណាវាមានជ្រុងទាំងបីសមាមាត្ររៀងគ្នា ។

ចំណាំ គេអាចទាញបានវិបាកគឺ

សម្មតិកម្ម	សន្និដ្ឋាន	វិបាក
$\frac{AB}{A'B'}=\frac{BC}{B'C'}=\frac{CA}{C'A'}$	$\Delta ABC \sim \Delta A'B'C'$	$\angle A=\angle A'$, $\angle B=\angle B'$, $\angle C=\angle C'$

លំហាត់គំរូទី១ តាមរូបបង្ហាញថា ΔABC និង ΔXYZ ដូចគ្នា ។ រួចទាញវិបាក ។



បង្ហាញថា $\Delta ABC \sim \Delta XYZ$

គេមាន $\frac{XY}{AB}=\frac{5}{15}=\frac{1}{3}$

$\frac{YZ}{BC}=\frac{7}{21}=\frac{1}{3}$

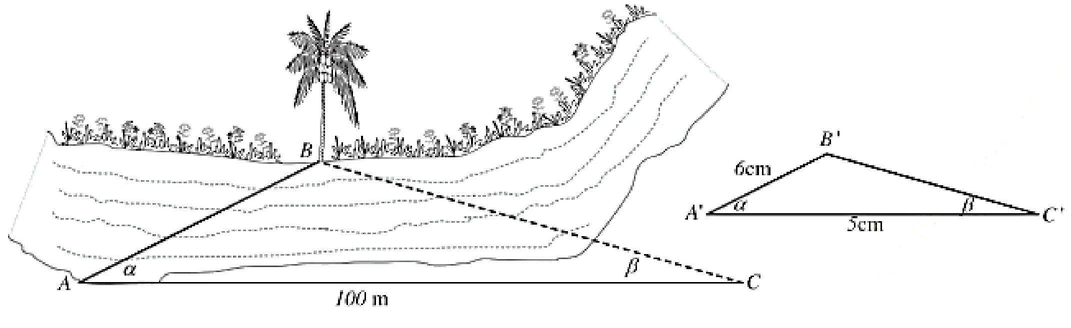
$\frac{ZX}{CA}=\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$

ដូចនេះ $\frac{XY}{AB}=\frac{YZ}{BC}=\frac{ZX}{CA}=\frac{1}{3}$ ។

នាំឲ្យ $\Delta ABC \sim \Delta XYZ$ (ករណីដំណូច ជ.ជ.ជ)

វិបាក $\angle A=\angle X$, $\angle B=\angle Y$ និង $\angle C=\angle Z$ ។

លំហាត់គំរូទី២ ចូររកចម្ងាយពីចំណុច A នៅមាត់ច្រាំងអូរទៅចំណុច B នៅច្រាំអូរម្ខាងទៀតតាមរូបខាងក្រោម ។



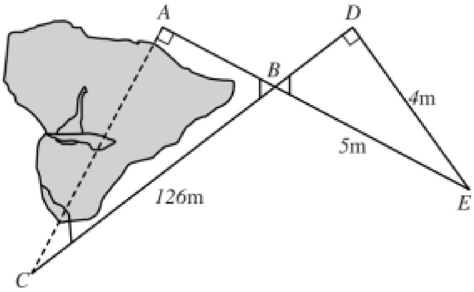
ចម្លើយ ដើម្បីរកប្រវែង AB គេត្រូវជ្រើសរើសយកចំណុច C មួយនៅលើច្រាំងអូរដោយយក $AC=100m$ និង $\angle ABC=\alpha$, $\angle BCA=\beta$ ។ បន្ទាប់មកយកក្រដាសមួយសន្លឹកមកគូសត្រីកោណ $A'B'C'$ ដែលមានប្រវែង $AC=5cm$, $\angle A=\alpha$, $\angle B=\beta$ បន្ទាប់មកគេវាស់ប្រវែង $A'B'=6cm$ ។ ត្រីកោណ ABC និងត្រីកោណ $A'B'C'$ មានមុំពីរប៉ុនរៀងគ្នាជាត្រីកោណដូចគ្នា (ករណីដំណូច ម.ម)

$$\left.\begin{matrix}ABC\\A'B'C'\end{matrix}\right| \Rightarrow \frac{AB}{A'B'}=\frac{AC}{A'C'}$$

$$AB = \frac{AC \times A'B'}{A'C'}$$
$$= \frac{100 \times 0.06}{0.05}$$
$$= 120$$

ដូចនេះ ប្រវែង $AB = 120cm$ ។

លំហាត់គំរូទី៣ ចូរគណនាប្រវែងជ្រុង AC នៃត្រីកោណ ABC ។



ចម្លើយ

ត្រីកោណ ABC និងត្រីកោណ DBE

មាន $\angle ABC = \angle DBE$ (មុំទល់កំពូល)

$\angle C = \angle E$ (មុំមានជ្រុងត្រូវគ្នាកែងរៀងគ្នា)

នាំឲ្យ $\Delta ABC \sim \Delta DBE$ វិបាក $\frac{AC}{DE} = \frac{BC}{BE}$ ឬ $AC = \frac{BC \times DE}{BE}$

ដោយ $BC = 126m$, $BE = 5m$, $DE = 4m$

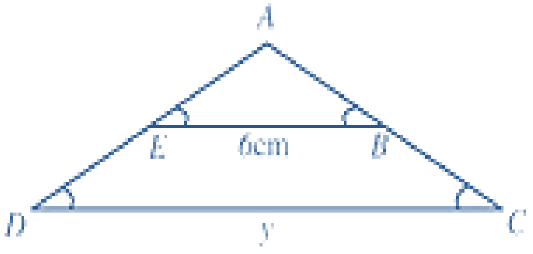
គេបាន $AC = \frac{126 \times 4}{5} = \frac{504}{5} = 100,8$

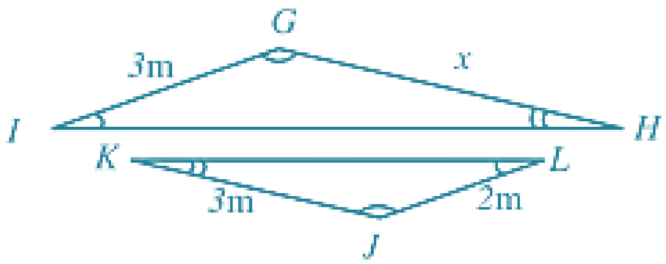
ដូចនេះ ប្រវែងជ្រុង $AC = 100.8m$ ។

ប្រតិបត្តិ: ចូររកតម្លៃ x និង y

$AE = 4cm$

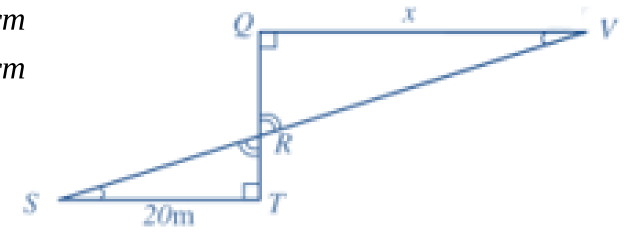
$AD = 10cm$

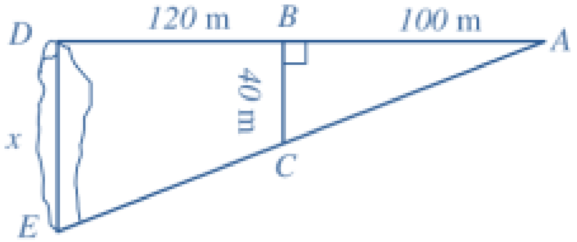




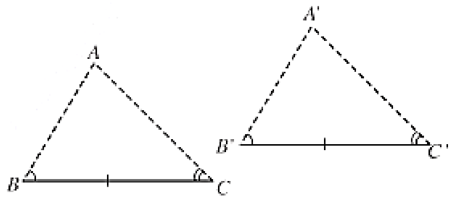
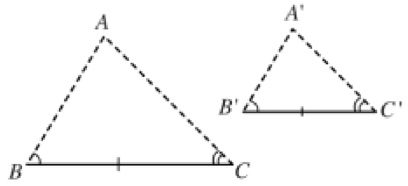
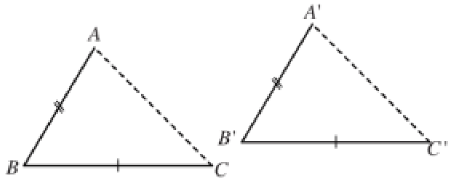
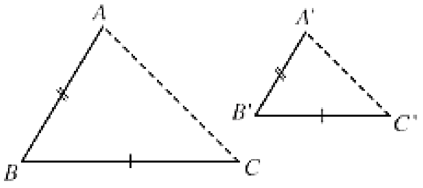
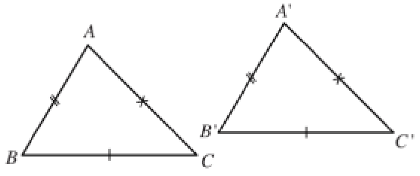
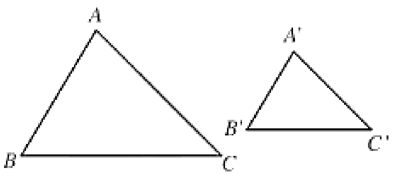
$QR = 16cm$

$RT = 10cm$



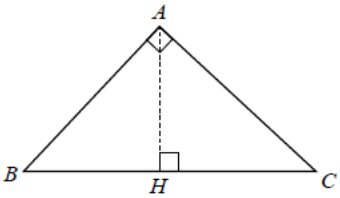


ចំណាំ តារាងប្រៀបធៀបត្រីកោណប៉ុនគ្នា នៃត្រីកោណនិងករណីដំណូចនៃត្រីកោណ

លក្ខខណ្ឌនៃត្រីកោណពីរប៉ុនគ្នា		លក្ខខណ្ឌនៃត្រីកោណពីរដូចគ្នា	
លក្ខណៈ	ករណី	ករណី	លក្ខណៈ
 $\angle B = \angle B', \angle C = \angle C', BC = B'C'$	ទី1 ម.ជ.ម	ទី1 ម.ម	 $\angle B = \angle B', \angle C = \angle C'$
 $\angle B = \angle B', AB = A'B', BC = B'C'$	ទី2 ជ.ម.ជ	ទី2 ជ.ម.ជ	 $\angle B = \angle B', \frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'}$
 $AB = A'B', BC = B'C', AC = A'C'$	ទី3 ជ.ជ.ជ	ទី3 ជ.ជ.ជ	 $\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{CA}{C'A'} = K$

៩.២. ទំនាក់ទំនងមាឌក្នុងត្រីកោណកែង

ឧទាហរណ៍ ABC ជាត្រីកោណកែងត្រង់ A ដែល AH ជាកម្ពស់ AB និង AC ជាជ្រុងនៃមុំកែង BC ជាអ៊ីប៉ូតេនុស BH ជាចំណោលកែងនៃ AB មកលើអ៊ីប៉ូតេនុស CH ជាចំណោកែងនៃ AC មកលើអ៊ីប៉ូតេនុស



- **ទំនាក់ទំនងទី១**

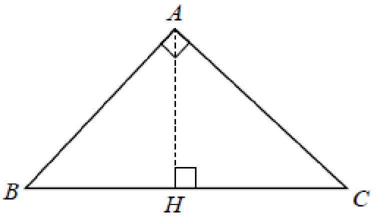
$$AB^2 = BH \times BC$$

សម្រាយបញ្ជាក់

ត្រីកោណកែង ABC និង ABH មានមុំរួម $\angle B$ ដូចគ្នា

ហេតុនេះវាជាត្រីកោណដូចគ្នា

$\left.\begin{matrix} ABC \\ HBA \end{matrix}\right| \Rightarrow \frac{AB}{BH} = \frac{BC}{AB}$ យើងបាន $AB^2 = BH \times BC$



ដូចគ្នានេះដែរ

$\left.\begin{matrix} ABC \\ HAC \end{matrix}\right| \Rightarrow \frac{AC}{BH} = \frac{BC}{AC}$ យើងបាន $AC^2 = CH \times BC$

ជាទូទៅ	ក្នុងត្រីកោណកែងរង្វាស់ជ្រុងមួយនៃមុំកែងជាមធ្យមសមាមាត្ររវាងអ៊ីប៉ូតេនុសនឹងចំណោលកែងរបស់វាលើអ៊ីប៉ូតេនុស។

- **ទំនាក់ទំនងទី២**

$$AH^2 = BH \times CH$$

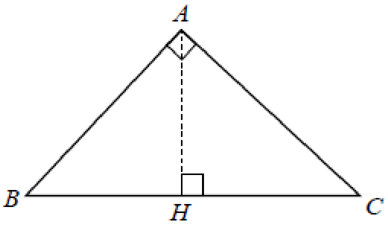
សម្រាយបញ្ជាក់

$\angle ABH = \angle CAH$ (មុំដែលមានជ្រុងពីរកែងរៀងគ្នា)

ត្រីកោណកែង ABH និង AHC មានមុំស្រួចមួយប៉ុនគ្នា

ជាត្រីកោណដូចគ្នា

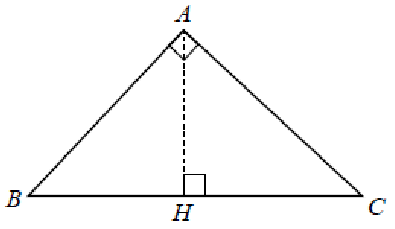
$\left.\begin{matrix} ABH \\ CAH \end{matrix}\right| \Rightarrow \frac{AH}{CH} = \frac{BH}{AH}$ យើងបាន $AH^2 = CH \times BC$



ជាទូទៅ	ក្នុងត្រីកោណកែងរង្វាស់កម្ពស់ត្រូវនឹងអ៊ីប៉េតេនុសជាមធ្យមរវាងអង្កត់ដែលវាកំណត់បានលើអ៊ីប៉ូតេនុស។

- **ទំនាក់ទំនងទី៣**

$AB\times AC=BC\times AH$



សម្រាយបញ្ជាក់

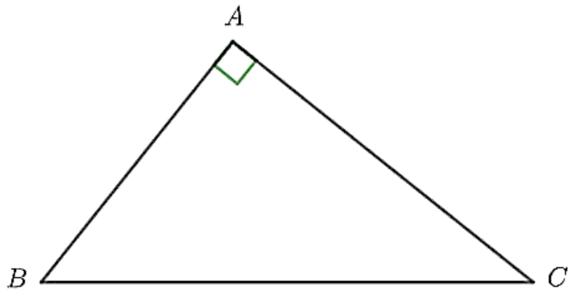
$\left.\begin{array}{l}ABC\\HBA\end{array}\right|\Rightarrow \dfrac{AC}{AH}=\dfrac{BC}{AB}$

យើងបាន $AB\times AC=BC\times AH$

ជាទូទៅ	ក្នុងត្រីកោណកែងផលគុណរវាងជ្រុងមុំកែងទាំងពីរស្មើនឹងផលគុណរវាងអ៊ីប៉ូតេនុស និងកម្ពស់ដែលត្រូវនឹងអ៊ីប៉ូតេនុស។

- **ទំនាក់ទំនងទី៤**

$AB^2+AC^2=BC^2$



តាមទំនាក់ទំនង១

$+\begin{cases}AB^2=BH\times BC\\AC^2=CH\times BC\end{cases}$

$\Rightarrow AB^2+AC^2=BH\times BC+CH\times BC$

$=BC\left(BH+CH\right)$

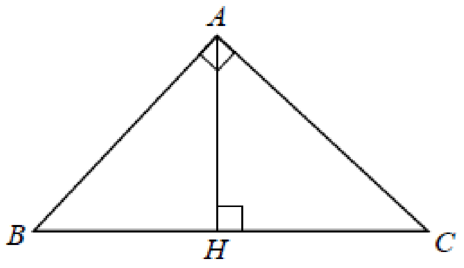
$=BC\times BC=BC^2$

ជាទូទៅ	ក្នុងត្រីកោណកែង ការេនៃអ៊ីប៉ូតេនុសស្មើនឹងផលបូកការេនៃជ្រុងមុំកែង។

- **ទំនាក់ទំនងទី៥**

$\dfrac{1}{AB^2}+\dfrac{1}{AC^2}=\dfrac{1}{AH^2}$

សម្រាយបញ្ជាក់



តាមទំនាក់ទំនងទី៣

$AB\times AC=BC\times AH$ លើកជាការេ

យើងបានទំនាក់ទំនង(១)

$AB^2\times AC^2=BC^2\times AH^2\,(1)$

ម្យ៉ាងទៀត $AB^2+AC^2=BC^2\,(2)$

(2) ចែកនឹង (1)

$\dfrac{AB^2+AC^2}{AB^2\times AC^2}=\dfrac{BC^2}{BC^2\times AH^2}$

ដោយ $\frac{AB^2+AC^2}{AB^2\times AC^2}=\frac{1}{AB^2}+\frac{1}{AC^2}$

$\frac{BC^2}{BC^2\times AH^2}=\frac{1}{AH^2}$

យើងបាន $\frac{1}{AB^2}+\frac{1}{AC^2}=\frac{1}{AH^2}$

ជាទូទៅ ក្នុងត្រីកោណកែង ផលបូកចម្រាសការនៃជ្រុងមុំកែងស្មើនឹងចម្រាស់ការនៃកម្ពស់ចំពោះអ៊ីប៉ូតេនុស ។

ទ្រឹស្តីបទ៖

- ក្នុងត្រីកោណកែង រង្វាស់ជ្រុងមួយនៃមុំកែងជាមធ្យមសមាមាត្ររវាងអ៊ីប៉ូតេនុស និងចំណោលកែងរបស់វាលើអ៊ីប៉ូតេនុស $AC^2=BC\times HC$ ឬ $AB^2=BC\times HB$ ។
- ក្នុងត្រីកោណកែង រង្វាស់កម្ពស់ត្រូវនឹងអ៊ីប៉ូតេនុសជាមធ្យមសមាមាត្ររវាងអង្កត់ដែលវាកំណត់បានលើអ៊ីប៉ូតេនុស $HA^2=HB\times HC$ ។
- ក្នុងត្រីកោណកែង ផលគុណរវាងជ្រុងមុំកែងទាំងពីរស្មើនឹងផលគុណរវាងអ៊ីប៉ូតេនុស និងកម្ពស់ត្រូវនឹងអ៊ីប៉ូតេនុស $AB\times AC=BC\times AH$ ។
- ក្នុងត្រីកោណកែង ការេអ៊ីប៉ូតេនុសស្មើនឹងផលបូកការេនៃជ្រុងមុំកែង $BC^2=AB^2+AC^2$
- ក្នុងត្រីកោណកែង ផលបូកចម្រាស់ការេនៃជ្រុងមុំកែងស្មើនឹងចម្រាស់ការេនៃកម្ពស់ចំពោះអ៊ីប៉ូតេនុស $\frac{1}{AC^2}+\frac{1}{BA^2}=\frac{1}{HA^2}$ ។

តាមតារាងសង្ខេបរូបមន្ត

1.$AC^2=BC\times HC$ ឬ $c^2=an$

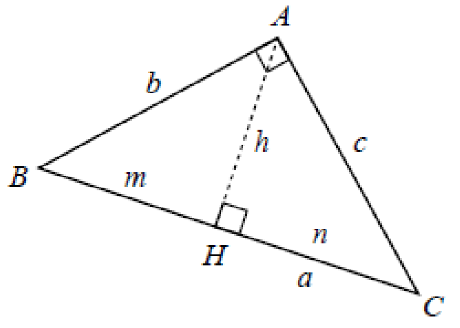
$AB^2=BC\times HB$ ឬ $b^2=am$

2.$HA^2=HC\times HB$ ឬ $h^2=nm$

3.$AB\times AC=BC\times AH$ ឬ $bc=ah$

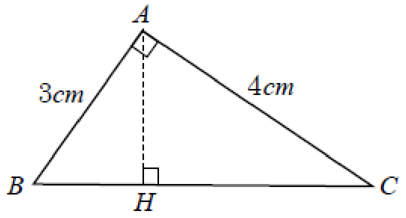
4.$BC^2=AB^2+AC^2$ ឬ $a^2=b^2+c^2$

5.$\frac{1}{AC^2}+\frac{1}{BA^2}+\frac{1}{HA^2}$ ឬ $\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}+\frac{1}{h^2}$



លំហាត់គំរូ គេអោយត្រីកោណ ABC កែងត្រង់ A ដែល $AB=3cm$ និង $AC=4cm$ ។
ចូលគណនាប្រវែង BC, AH , HB និង HC ។

ចម្លើយ គណនា BC, AH , HB និង HC ។



- គណនា BC

ក្នុង ΔABC តាមទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រយើងបាន

$BC^2=AB^2+AC^2$

ដោយ $AB=3cm$ និង $AC=4cm$

យើងបាន $BC^2=AB^2+AC^2$

$BC^2=3^2+4^2=25$

$BC^2=5^2$

$BC=5$

ដូចនេះ $\boxed{BC=5cm}$

- គណនា AH

ក្នុង ΔABC តាមទំនាក់ទំនងរវាងកម្ពស់និងជ្រុង

ដោយ $BC\times AH=AB\times AC$ ឬ $AH=\dfrac{AB\times AC}{BC}$

យើងបាន $AH=\dfrac{AB\times AC}{BC}$ (ដោយ $AB=3cm$, $BC=5cm$ និង $AC=4cm$)

$AH=\dfrac{3\times 4}{5}$

ដូចនេះ $\boxed{AH=2.4cm}$

- គណនា HB

ក្នុង ΔABC តាមទំនាក់ទំនងរវាងកម្ពស់និងជ្រុង

ដោយ $BC\times HB=AB^2$ ឬ $HB=\dfrac{AB^2}{BC^2}$

យើងបាន $HB=\dfrac{AB^2}{BC}$ (ដោយ $AB=3cm$,$BC=5cm$)

$HB=\dfrac{3^2}{5}$

$HB=\dfrac{9}{5}$

$HB=1.8$

ដូចនេះ $\boxed{HB=1.8cm}$

- គណនា HC

ក្នុងត្រីកោណ ΔABC តាមទំនាក់ទំនងរវាងកម្ពស់និងជ្រុង

យើងបាន $HC=\dfrac{AC^2}{BC}$ (ដោយ $AC=4cm$, $BC=5cm$)

$$HC = \frac{4^2}{5}$$

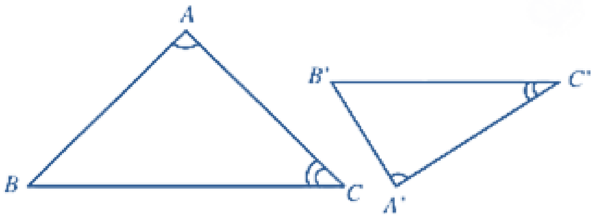
$$HC = \frac{16}{5}$$

$$HC = 3.2$$

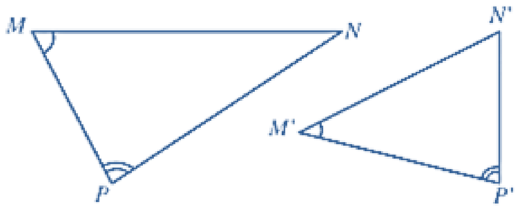
ដូចនេះ $\boxed{HC = 3.2cm}$

លំហាត់អនុវត្ត

១. ចូរប្រៀបធៀប ΔABC និង $\Delta A'B'C'$, ΔPMN និង $\Delta P'M'N'$ រួចសរសេរផលធៀបដំណូច (រូបខាងក្រោម) ។

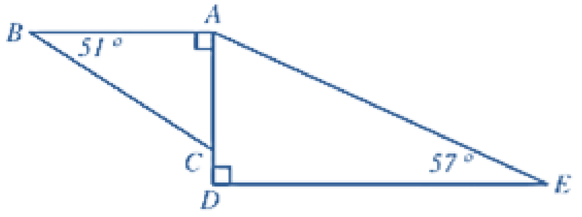


រូប (០A)

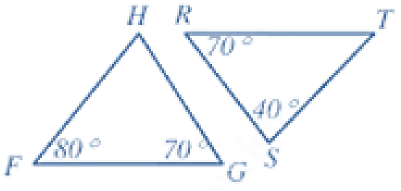


រូប (០B)

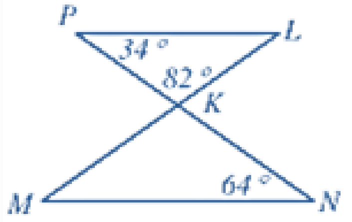
២. តើគូត្រីកោណនីមួយៗខាងក្រោមដូចគ្នាដែរឬទេ ? ហេតុអ្វី ?



រូប(ក)

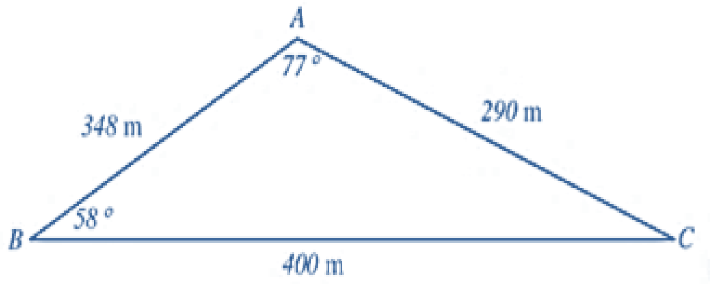


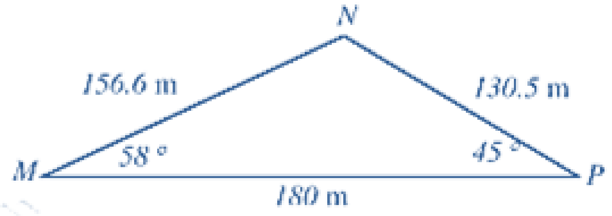
រូប(ខ)



រូប(គ)

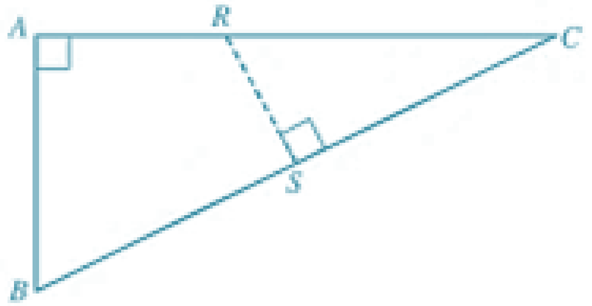
៣. ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាត្រីកោណខាងក្រោមជាត្រីកោណដូចគ្នា រួចទាញវិបាក ។





៤. គេឲ្យចតុកោណព្នាយ $ABCD$ បន្លាយជ្រុងទ្រេត AD និង BC កាត់គ្នាត្រង់ F ដោយស្គាល់ $FD:FA = 8:5$ និង $FB = 2.25m$ ។ គណនាប្រវែង BC ។

៥. ក្នុងត្រីកោណ ΔABC មាន $\angle BAC = 90^\circ$ ហើយ $RS \perp BC$ ។



ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $\Delta ABC \sim \Delta SRC$ ។

៦. គេឲ្យត្រីកោណ ABC ចារឹកក្នុងរង្វង់ដែល $AB = \alpha$, $AC = \beta$, $BC = \partial$ ។ កន្លះបន្ទាត់ពុះ $\angle BAC$ កាត់ជ្រុង BC ត្រង់ចំណុច I និងធ្នូ BC ត្រង់ J ។

ក. ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា ΔABI និង ΔAJC ជាត្រីកោណដូចគ្នា ។

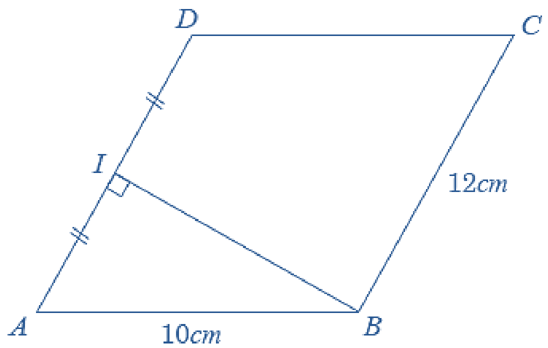
ខ. ចូរគណនាផលគុណ $AI.AJ$ ។

៧. $ABCD$ ជាប្រលេឡូក្រោមដូចរូបខាងស្តាំ។

I ជាចំណុចកណ្តាលនៃ AD ដែល $IB \perp AD$ ។

ក. ចូលគណនា IB ។

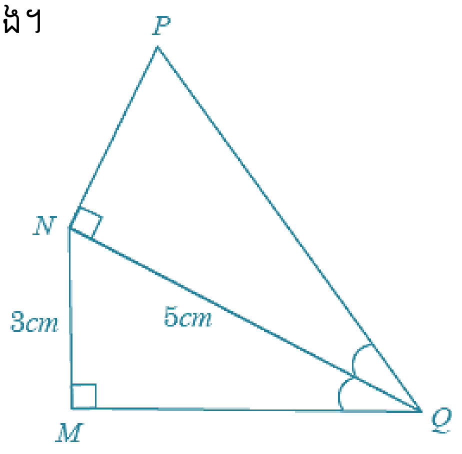
ខ. ចូលគណនាផ្ទៃក្រឡានៃប្រលេឡូក្រាម។



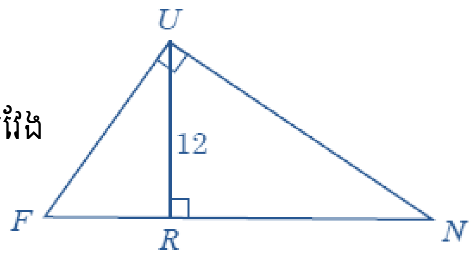
៨. ក្នុងរូបខាងស្តាំនេះ NMQ និង PNQ ជាត្រីកោណកែង។

ក. ចូរគណនារង្វាស់ MQ ។

ខ. ចូរគណនារង្វាស់ NP



៩. ក្នុងត្រីកោណកែង FUN ដូចរូបខាងស្តាំ។ UR គឺជាកម្ពស់គូសចេញពីកំពូល U ទៅបាត FN ។ $UR=12cm$ ហើយផលធៀបប្រវែងអង្កត់ FR និង FN គឺ $1:10$ ។ចូរកំណត់ប្រវែង FR ។

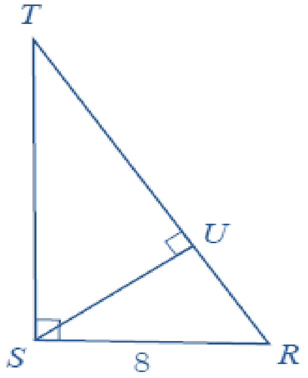


១០. ក្នុងត្រីកោណកែង ABC គេអោយ $\angle c=90^\circ$ និង CD ជាអង្កត់គូសចេញពី C ពីអ៊ីប៉ូតេនុស AB ។ បើ $AD=4$ និង $DB=5$ ចូរកំណត់ប្រវែង AC ។

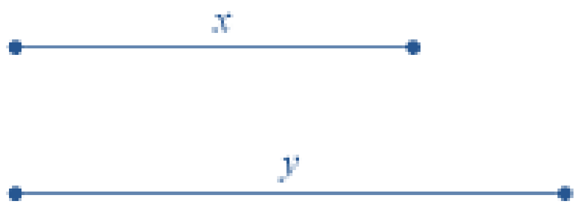
១១. ក្នុងត្រីកោណកែង STR ដូចរូបខាងស្តាំ។

គេអោយ $RT=16, RU=7$ ។

ចូរកំណត់ប្រវែង ST ។



១២. គេអោយឲ្យអង្កត់ពីរដែលមានប្រវែង x និង y ។ចូរគណនាប្រវែង z មួយដែល $z=\sqrt{x^2-y^2}$ និងសង់រូបនោះឡើង ដែល x , y និង z ជារង្វាស់ជ្រុងនៃត្រីកោណ។



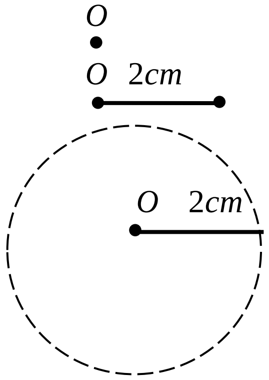
មេរៀនទី១០ រង្វង់

១០.១. សញ្ញាណរង្វង់

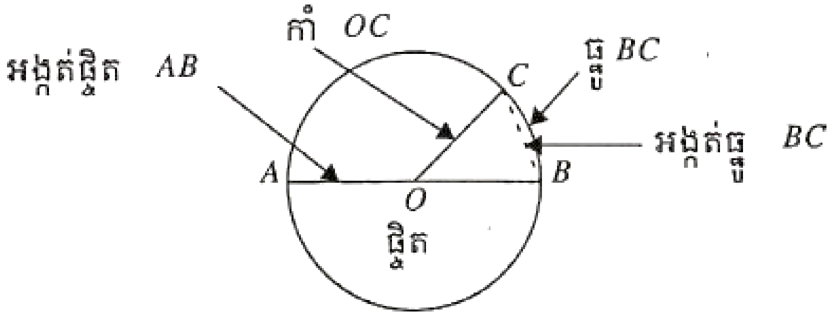
ឧទាហរណ៍១ រូបមុខនាឡិកាផ្តល់នៅសញ្ញាណរង្វង់។

ឧទាហរណ៍២ គេមានចំណុចនឹង O មួយ គេដៅចំណុចឲ្យបានយ៉ាងតិច 20 ដែលស្ថិតនៅចម្ងាយ $2cm$ ពីចំណុច O ។រួចភ្ជាប់ចំណុចទាំងនោះ។

គេសង្កេតឃើញថា គ្រប់ចំណុចដែលស្ថិតនៅចម្ងាយ $2cm$ ពី O ស្ថិតនៅលើខ្សែកោងបិទជិតហៅថា រង្វង់។



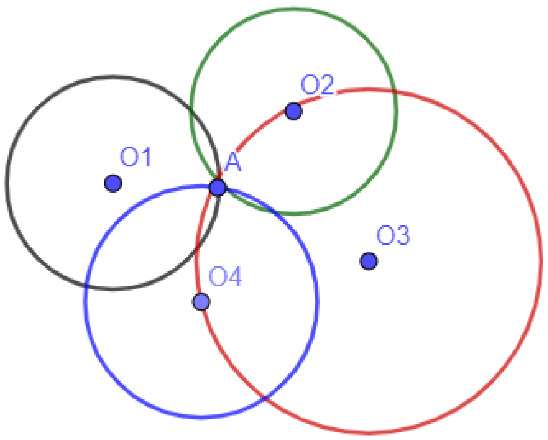
ជាទូទៅ	រង្វង់ជាខ្សែកោងបិទជិតដែលគ្រប់ចំណុចនៃខ្សែកោង ស្ថិតនៅស្មើចម្ងាយពីចំណុចនឹងមួយហៅថា ផ្ចិតនៃរង្វង់។



១០.២. ទីតាំងចំណុចឆៀបនិងរង្វង់

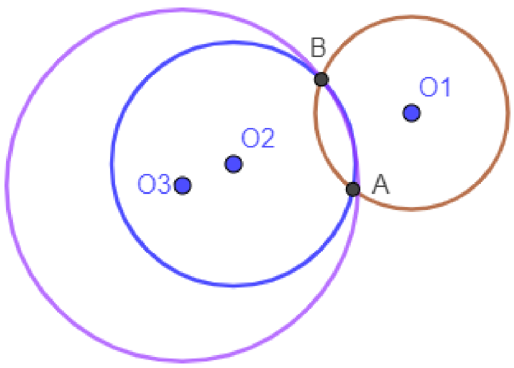
១០.២.១. ចំណុចមួយ

តាមចំណុច A មួយ គេអាចគូសបានរង្វង់បានច្រើនរាប់មិនអស់។ ផ្ចិតនៃរង្វង់ទាំងនោះស្ថិតនៅក្នុងប្លង់នៃរូបរបស់វា។



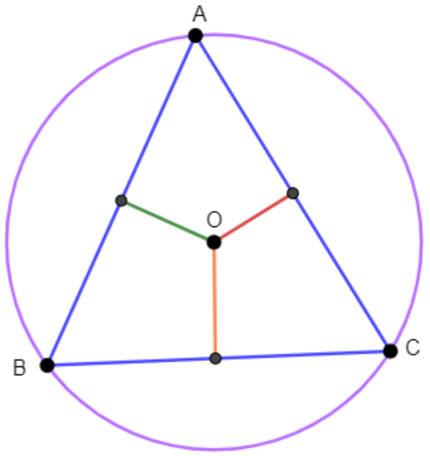
១០.២.២. ចំណុចពីរ

តាមចំណុចពីរ A និង B គេអាចគូសបានរង្វង់បានច្រើនរាប់មិនអស់។ ផ្ចិតនៃរង្វង់ទាំងនោះស្ថិតនៅលើមេដ្យាទ័រនៃអង្កត់ AB ។



១០.២.៣. ចំណុចបី

តាមចំណុចបី A B និង C រត់មិនត្រង់គ្នា គេគូសរង្វង់បាបានតែមួយគត់។ ផ្ចិតនៃរង្វង់ទាំងនោះស្ថិតនៅលើប្រសព្វនៃមេដ្យាទ័ររបស់ជ្រុងត្រីកោណ ABC ។



ទ្រឹស្តីបទ តាមបីចំណុចដែលមិនស្ថិតនៅលើបន្ទាត់តែមួយ គេអាចគូសបានរង្វង់តែមួយគត់ ដែលកាត់តាមចំណុចទាំងនោះ។

សំម្គាល់ បើចំណុច A, B , C រត់ត្រង់គ្នា គេមិនអាចគូសរង្វង់បានទេ ដែលកាត់តាមចំណុចតាំងបីនេះ។

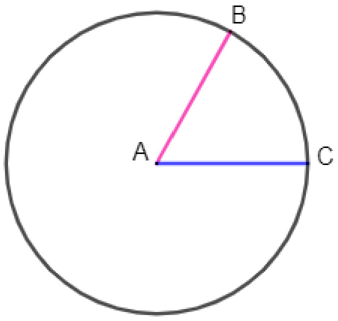
ប្រតិបត្តិ គេឲ្យរង្វង់ផ្ចិត A មួយដែលគ្រប់ចំណុច នៃរង្វង់នេះមានចម្ងាយ $2cm$ ពីចំណុច A ។

ក. គូសកាំពីរនៃរង្វង់នោះ

ខ. រកប្រវែងកាំនៃរង្វង់នេះ

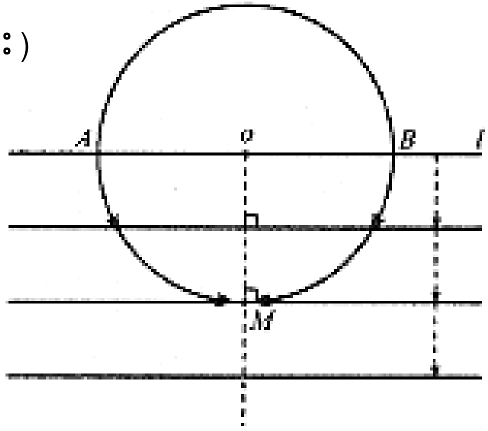
គ. ហេតុអ្វីបានជា $AC = AB$

ឃ. រកកប្រវែងអង្កត់ផ្ចិតនៃរង្វង់នេះ



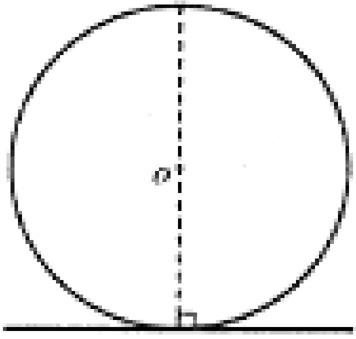
១០.៣. ទីតាំងបន្ទាត់ធៀបនិងរង្វង់

ឧទាហរណ៍ នៅក្នុងរង្វង់ផ្ចិត O (ដូចរូបខាងស្តាំ នេះ)
គេមានអង្កត់ផ្ចិត AB នៅលើបន្ទាត់ ។
កាលណាបន្ទាត់រំកិលចុះពីផ្ចិត O ដោយរក្សាទីតាំងស្របនឹងបន្ទាត់ AB នោះចម្ងាយរវាងចំណុច A និង B កាន់តែតូចទៅៗ រហូតមកត្រួតស៊ីគ្នានឹងចំណុច M ក្នុងករណីនេះបន្ទាត់ l ប្រសព្វនឹងរង្វង់ត្រង់មួយ ចំណុច M ។



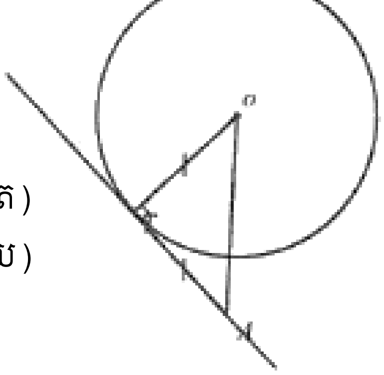
បន្ទាត់នេះហៅថា បន្ទាត់ប៉ះទៅនឹងរង្វងឬ បន្ទាត់ប៉ះ ។
ម្យ៉ាងទៀតចំណុច នៃបន្ទាត់ប៉ះប្រសព្វនឹងរង្វង់ ហៅថា ចំណុចប៉ះ ។

ជាទូទៅ បន្ទាត់ប៉ះនៃរង្វង់ត្រូវកែងទៅនឹងកាំឬ អង្កត់ផ្ចិតនៃរង្វង់ត្រង់ចំណុចប៉ះ ។



លំហាត់គំរូ នៅក្នុងរូបខាងស្តាំ O ជាផ្ចិតនៃរង្វង់ ។ TA ជាបន្ទាត់ប៉ះទៅនឹងរង្វង់ត្រង់ T ដែល $OT = TA$ ។ ចូរគណនារង្វាស់មុំនៃត្រីកោណ OTA ។

ចម្លើយ TA ជាបន្ទាត់ប៉ះនឹងរង្វង់ត្រង់ T និង OT ជាកាំនៃរង្វង់



គេបាន $\angle OTA = 90^0$

ក្នុង ΔOTA មាន

$OT = TA$ នាំឱ្យ $\angle TOA = \angle TAO$ (មុំបាតនៃត្រីកោណសមបាត)

$\angle TOA + \angle TAO + \angle OTA = 180°$ (ផលបូកមុំក្នុងត្រីកោណមួយ)

ដោយ $\angle TOA = \angle TAO$

គេបាន $2\angle TOA + 90° = 180°$

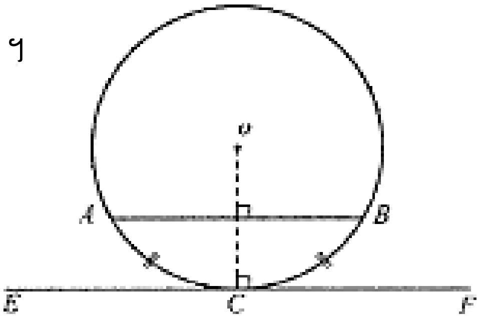
$2\angle TOA = 180° - 90° = 90°$

$2\angle TOA = 90°$

នាំឲ្យ $\angle TOA = 45°$

ដូចនេះ $\angle OTA = 90°$, $\angle TOA = 45°$, $\angle TAO = 45°$ ។

ឧទាហរណ៍ទី១ គេឱ្យបន្ទាត់ EF ប៉ះរង្វង់ផ្ចិត O ត្រង់ C ដែលមាន $AB \parallel EF$ ។ ស្រាយបំភ្លឺថា $\cup AC = \cup BC$ ។



សម្រាយបញ្ជាក់ ៖ បន្ទាត់ EF ប៉ះនឹងរង្វង់ត្រង់ចំណុច C

នាំឱ្យ $OC \perp EF$ តែ $AB \parallel EF$

$AB \perp OC$ នាំឱ្យ C ជាចំណុចកណ្តាលនៃធ្នូ AB ។

ដូចនេះ $\cup AC = \cup BC$ ។

ជាទូទៅ	បើបន្ទាត់ប៉ះរង្វង់ស្របទៅនឹងអង្កត់ធ្នូមួយនោះ ចំណុចប៉ះចែកធ្នូសន្ទឹងជាពីរផ្នែកប៉ុនគ្នា ។

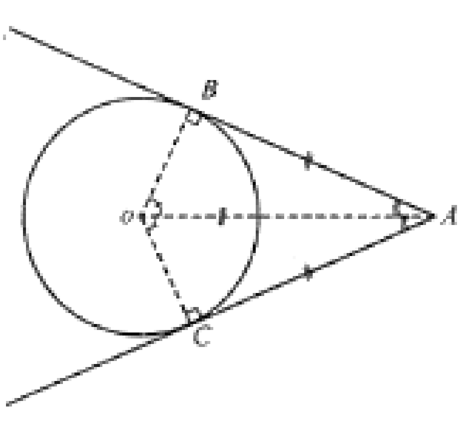
ឧទាហរណ៍២ គេឲ្យបន្ទាត់ AB និង CD ប៉ះរង្វង់ផ្ចិត O ត្រង់ចំណុចរៀង B និង C ។

ស្រាយបំភ្លឺថា ក. $AB = AC$

ខ. $\angle BAO = \angle OAC$

គ. $\angle BOA = \angle AOC$

ឃ. $\angle OBA = \angle OCA$



ស្រាយបញ្ជាក់ ក្នុងត្រីកោណកែង OAB និង OAC មាន

OA ជាអេប៉ូតេនុសរួម

$OB = OC$ (កាំនៃរង្វង់តែមួយ)

ដូចនេះ $\Delta AOB \cong \Delta OAC$ (អ. ជ)

វិបាក ៖ $AB = AC$

$\angle BAO = \angle OAC$

$\angle OBA = \angle OCA$ $\angle BOA = \angle COA$

ជាទូទៅ បើបន្ទាត់ពីរគូសចេញពីចំណុចរួមមួយនៅក្រៅរង្វង់ហើយប៉ះរង្វង់នេះត្រង់ចំណុច B និង C គេបាន

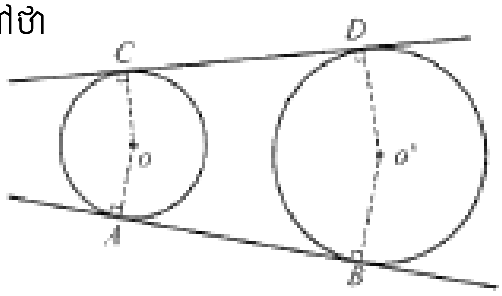
1. បន្ទាត់ប៉ះនៃរង្វង់កែងទៅនិងកាំត្រង់ចំណុចប៉ះ $\angle OBA = \angle OCA = 90^\circ$
2. បន្ទាត់ប៉ះពីរទៅនឹងរង្វង់ដែលគូសចេញពីចំណុចរួមមួយនៅក្រៅរង្វង់មានប្រវែងស្មើគ្នា $AB = AC$
3. បន្ទាត់ដែលគូសចេញពីចំណុចក្រៅរង្វង់មុំឈមទៅផ្ចិតនៃរង្វង់ ជាកន្លះបន្ទាត់ពុះនៃមុំឈមដែលផ្គុំដោយបន្ទាត់ប៉ះទាំងពីរនិងមុំដែលផ្គុំដោយកាំនៃរង្វង់ ។

❖ **បន្ទាត់ប៉ះរួម**

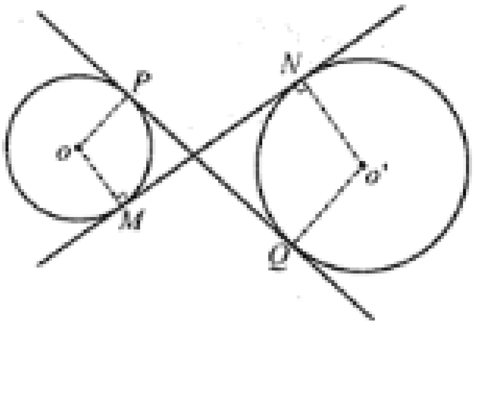
បន្ទាត់ប៉ះរួមនៃរង្វង់ពីរផ្សេងគ្នាអាស្រ័យលើទំនាក់ទំនងទីតាំងនៃរង្វង់ទាំងពីរ ។

ក. រង្វង់គ្មានចំណុចរួម

- រង្វង់ទាំងពីរគ្មានចំណុចរួម AB និង CD ហៅថាបន្ទាត់ប៉ះរួមខាងក្រៅ ។ រង្វង់ទាំងពីរស្ថិតនៅតែម្ខាងនៃបន្ទាត់ AB និង CD ។

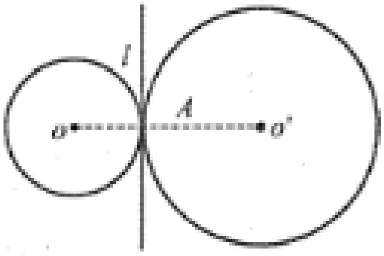


- រង្វង់ទាំងពីរគ្មានចំណុចរួម បន្ទាត់ MN និង PQ ហៅថាបន្ទាត់ប៉ះរួមខាងក្នុង ។ រង្វង់ទាំងពីរស្ថិតនៅសងខាងនៃបន្ទាត់ MN និង PQ ។

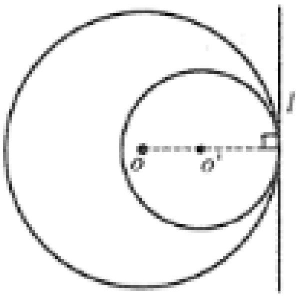


ខ. រង្វង់ប៉ះគ្នា

- រង្វង់ពីរមានចំណុចរួមមួយ ហៅថារង្វង់ប៉ះគ្នា ។ l ជាបន្ទាត់ប៉ះរួម ដែលរង្វង់ទាំងពីរ ស្ថិតនៅសងខាងនៃបន្ទាត់ l ។

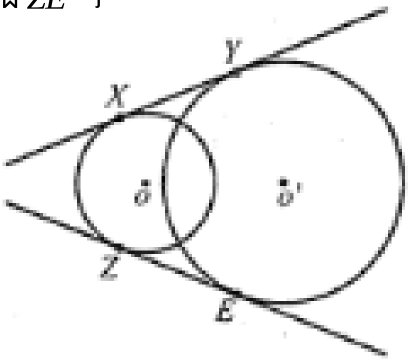


- រង្វង់ទាំងពិរមានចំណុចរួមមួយ ។ l ជាបន្ទាត់ប៉ះរួម ។ រង្វង់ទាំងពីរស្ថិតនៅតែម្ខាងនៃបន្ទាត់ l ។



គ. រង្វង់កាត់គ្នា

- រង្វង់ទាំងពីរកាត់គ្នាត្រង់ពីរចំណុច ។ បន្ទាត់ XY និង ZE ជាបន្ទាត់ប៉ះរួមខាងក្រៅ ។ រង្វង់ទាំងពីរស្ថិតនៅតែម្ខាងនៃ XY និង ZE ។

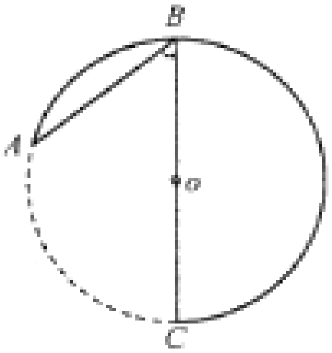


ឃ. រង្វង់តូចនៅក្នុងរង្វង់ធំ

- គ្មានចំណុចប៉ះរួម ។

១០.៤. លក្ខណៈមុំ និង ធ្នូ

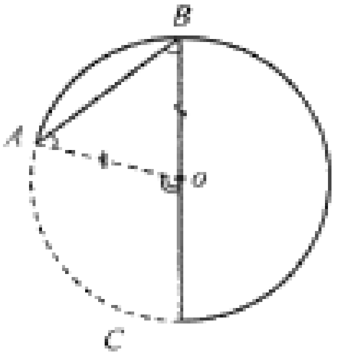
១០.៤.១. ចារឹកក្នុងរង្វង់និងធ្នូ



ឧទាហរណ៍ គេឲ្យ $\angle ABC$ ជាមុំចារឹកក្នុងរង្វង់មាន ផ្ចិត O ។ BC ជាអង្កត់ផ្ចិត ។ បង្ហាញថា $\angle ABC = \frac{1}{2}AC$ ។

ចម្លើយ បង្ហាញថា $\angle ABC = \frac{1}{2}AC$

គូសភ្ជាប់ OA គេបានត្រីកោណសមបាត AOB ($OA = OB = r$ កាំរង្វង់) ។ ដូចនេះ $\angle A = \angle B$ ។ តែមុំ $\angle AOC = \angle A + \angle B$ មុំក្រៅនៃ ΔAOB ។ $\angle AOC = 2\angle B$ ឬ $\angle B = \frac{1}{2}\angle AOC$ ។ ដោយមុំ $\angle AOC = AC$ (មុំផ្ចិតស្កាត់ដោយធ្នូ AC) នាំឲ្យ $\angle ABC = \frac{1}{2}AC$ ។



> **ជាទូទៅ** គ្រប់មុំចារឹកក្នុងរង្វង់មានរង្វាស់ស្មើនឹងកន្លះរង្វាស់ធ្នូដែលស្កាត់មុំនោះ ។

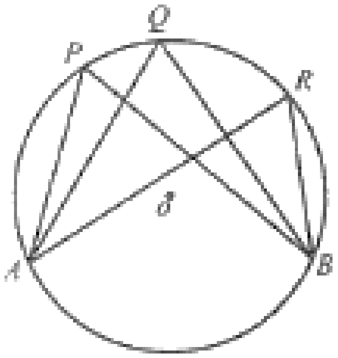
១០.៤.២. មុំចារឹកក្នុងរង្វង់ស្កាត់ធ្នូតែមួយ

ឧទាហរណ៍ គូសរង្វង់ផ្ចិត O និងកាំ $5cm$ ។

គេដៅចំណុចពីរ A និង B នៅលើរង្វង់ ។ ដៅចំណុច P និង Q លើធ្នូធំ AB ។ ភ្ជាប់ AP , AQ , BP និង BQ ។

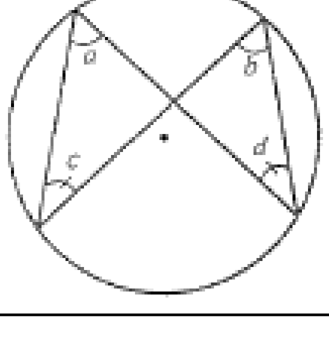
ក. វាស់មុំ $\angle APB$ និង $\angle AQB$ តើអ្នកសង្កេតឃើញដូចម្ដេច?

ខ. ដៅចំណុច R មួយទៀតនៅលើធ្នូធំ AB ។ ភ្ជាប់ AR និង BR ។ វាស់មុំ $\angle ARB$ តើអ្នកសង្កេតឃើញដូចម្ដេច?



តាមសកម្មភាពនេះយើងសង្កេតឃើញថារង្វាស់មុំ $\angle APB = \angle AQB = \angle ARB$ ។

> **ជាទូទៅ** គ្រប់មុំចារឹកក្នុងរង្វង់មានរង្វាស់ស្មើនិងកន្លះរង្វាស់ធ្នូដែលស្កាត់មុំនោះ។
>
> $a = b$
>
> $c = d$



១០.៤.៣ មុំផ្ចិតនិងមុំចារឹកក្នុងរង្វង់

នេះជាករណីពិសេសនៃទំនាក់ទំនងរវាងមុំផ្ចិតនិងមុំចារឹកក្នុងរង្វង់ដែលស្កាត់ធ្នូតែមួយ ។

ឧទាហរណ៍១ គេគូសរង្វង់ផ្ចិត O និងកាំ $5cm$ ។

ដៅចំណុច A , B និង C នៅលើរង្វង់។

វាស់មុំ $\angle ABC$ ជាមុំស្រួច។ ភ្ជាប់ OA, OC, AB និង BC ។

វាស់មុំ $\angle ABC$ និង $\angle AOC$ ។ តើយើងកត់សម្គាល់ឃើញដូចម្ដេច?

ចម្លើយ តើយើងកត់សម្គាល់ឃើញដូចម្ដេច?

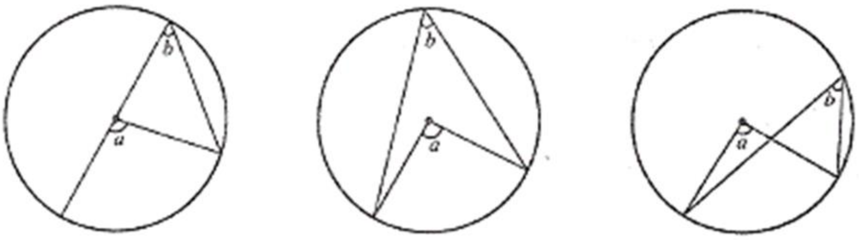
កាលណាគេវាស់មុំទាំងពីរនេះទៅយើងសង្កេតឃើញថាមុំ $\angle AOC = 2\angle ABC$ ។

តាមការពិត $\angle AOC = AC$ មុំផ្ចិតស្កាត់ធ្នូ AC

$\angle ABC = \frac{AC}{2}$ មុំចារឹកក្នុងស្កាត់ធ្នូ AC

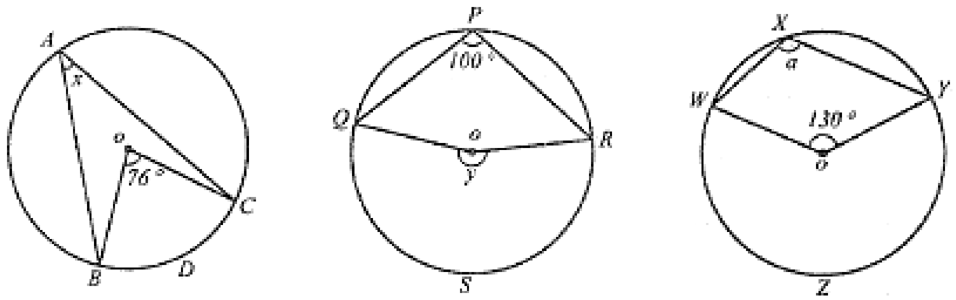
ហេតុនេះ $\angle AOC = 2\angle ABC$ ។

ជាទូទៅ មុំផ្ចិតនៃរង្វង់មួយមានរង្វាស់ស្មើនិងពីរដងមុំចារឹកក្នុងរង្វង់ដែលស្កាត់ធ្នូតែមួយ។



$a = 2b$

ឧទាហរណ៍២ ក្នុងរូបខាងក្រោមនេះ ចូររករង្វាស់មុំ x , y និង a



រូប(ក) រូប(ខ) រូប(គ)

ចម្លើយ ក. គេមាន $\angle BOC = 2\angle BAC$ (មុំផ្ចិតស្មើនឹងពីរដងមុំចារឹកក្នុងស្កាត់ធ្នូតតែមួយ)

$$70^0 = 2x$$

$$x = \frac{76^0}{2} = 38^0$$

ដូចនេះ $x = 38^0$ ។

ខ. គេមាន $y = 2\angle QPR$ (មុំផ្ចិតស្មើនឹងពីរដងមុំចារឹកក្នុងរង្វង់ស្កាត់ធ្នូតែមួយ)

$y = 2\times 100^0 = 200^0$

ដូចនេះ $y = 200^0$ ។

គ. $\angle WOY = 360^0 - 130^0 = 230^0$

$230^0 = 2a$ (មុំផ្ចិតស្មើនឹងពីរដងនៃមុំចារឹកក្នុងរស្កាត់ធ្នូតែមួយ)

$a = \frac{230}{2} = 115^0$

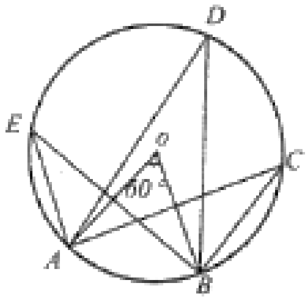
ដូចនេះ $a = 115^0$ ។

លំហាត់អនុវត្ត

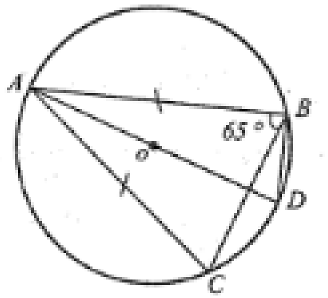
1. រង្វង់មួយមានផ្ចិត O ដែល $\angle OBC = 30^0$ ។ ចូរគណនា $\angle BCO$, $\angle BOC$, $\angle BAC$

2. រង្វង់មួយមានផ្ចិត O ដែល $\angle ABO = 30^0$ និង $\angle ACO = 20^0$ ។ ចូរគណនារង្វាស់មុំ $\angle BAC$ និង $\angle BOC$ ។

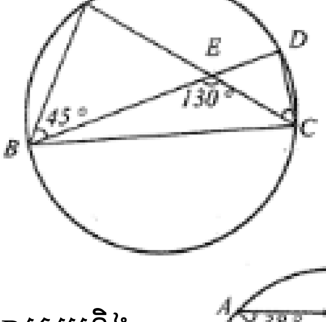
3. រង្វង់មួយមានផ្ចិត O ដែល $\angle AOB = 60^0$ ។ ចូរគណនារង្វាស់មុំ $\angle ACB$, $\angle ADB$ និង $\angle AEB$ ។ (រូបខាងស្តាំ)



4. គេឲ្យរង្វង់ដែលមានផ្ចិត O ប៉ាយអង្កត់ធ្នូ $AC = AB$ និង $\angle ABC = 65^0$ ។ ចូររករង្វាស់មុំ $\angle ACB$ និង $\angle ABO$ ។(រូបខាងស្តាំ)



5. តាមរូបខាងស្តាំនេះ ចូររករង្វាស់មុំ $\angle ACD$, $\angle BAE$, $\angle BDC$

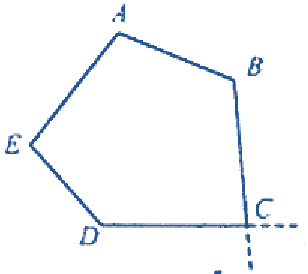


6. ក្នុងរង្វង់ដែលមានផ្ចិត O គេឲ្យអង្កត់ធ្នូ AB ស្របនិង CD ។ ចូរគណនារង្វាស់មុំ $\angle BCD$, $\angle ADC$, $\angle ABC$ ។ (រូបខាងស្តាំ)

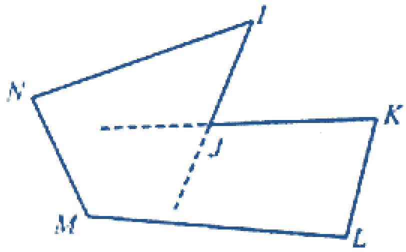
មេរៀនទី១១ ពហុកោណ

១១.១. និយមន័យ

ពហុកោណជាផ្នែកមួយនៃប្លង់ដែលខណ្ឌដោយខ្សែកាច់បិទជិត ។ ហើយពហុកោណមានពីរប្រភេទ គឺ ពហុកោណប៉ោង និងពហុកោណផត ។

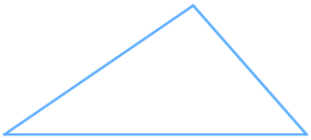
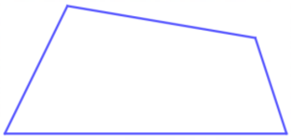
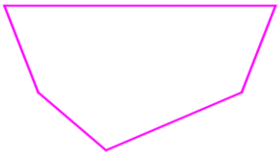
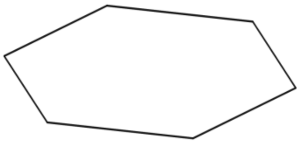


ពហុកោណប៉ោង

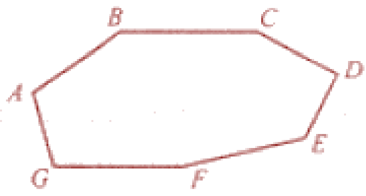


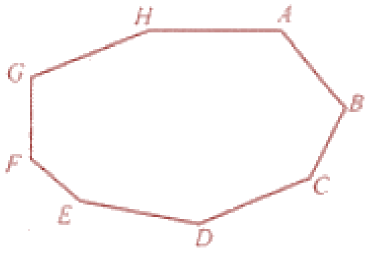
ពហុកោណផត

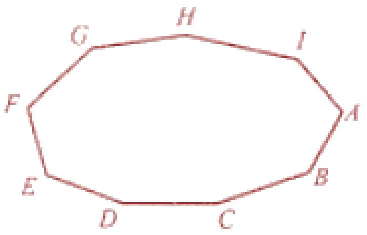
ចំពោះករណីនេះ យើងសិក្សាតែពហុកោណកែងប៉ោង ដែលគេឲ្យឈ្មោះពហុកោណទៅតាមចំនួនជ្រុងរបស់វាមានដូចខាងក្រោម ៖

ឈ្មោះ ពហុកោណ	រូប	ចំនួនជ្រុង
ត្រីកោណ		3
ចតុកោណ		4
បញ្ចកោណ		5
ឆកោណ		6

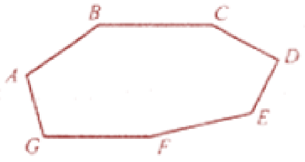
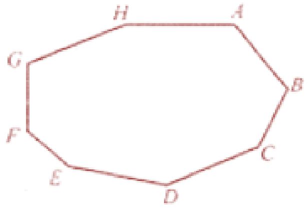
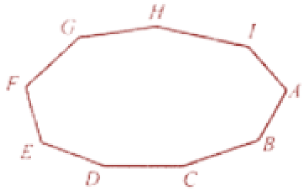
លំហាត់គំរូទី១ ចូររាប់ចំនួនមុំ និង ចំនួនជ្រុងនៃពហុកោណតាមរូបខាងក្រោម ៖



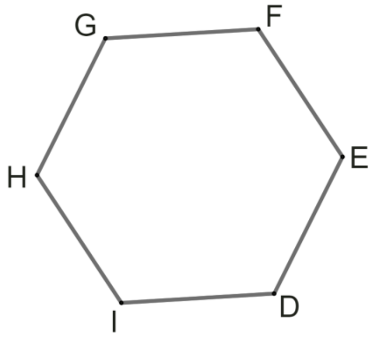




ចម្លើយ រកចំនួនមុំ និង ចំនួនជ្រុងនៃពហុកោណតាមរូបខាងលើ៖

រូប	ចំនួនជ្រុង	ចំនួនមុំ
	7	7
	8	8
	9	9

លំហាត់គំរូទី២ ចូរប្រាប់ចំនួនជ្រុងនិងអង្កត់ទ្រូងនៃពហុកោណរូបខាងក្រោម ។



ចម្លើយ រកចំនួនជ្រុង និង អង្កត់ទ្រូងនៃពហុកោណខាងស្តាំ

តាមរយៈរូបខាងស្តាំ

យើងបាន ពហុកោណមានជ្រុងទាំងអស់គឺ 6ជ្រុង ហើយមានអង្កត់ទ្រូងចំនួន 9អង្កត់ទ្រូង

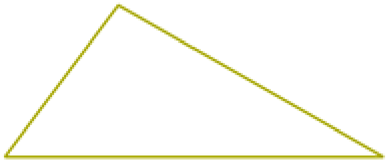
ដូចនេះ ពហុកោណខាងលើមានជ្រុង 6ជ្រុង និង មានអង្កត់ទ្រូង 9អង្កត់ទ្រូង

ចំណាំ អង្កត់ទ្រូងពហុកោណជាអង្កត់ភ្ជាប់កំពូលពីរមិនជាប់គ្នា ។

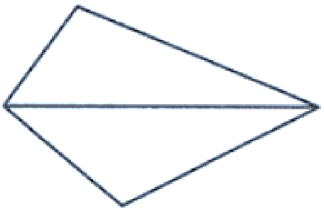
ប្រតិបត្តិទី១ គេមាន 8 ចំណុចដែលមិនស្ថិតនៅលើបន្ទាត់តែមួយនិងមិនត្រួតស៊ីគ្នា ។
ចូរភ្ជាប់ចំណុចទាំងនោះព្រមទាំងប្រាប់ចំនួនជ្រុង និង អង្កត់ទ្រូង ។

១១.២. ផលបូកមុំក្នុងនៃពហុកោណ

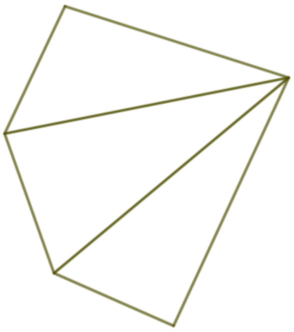
យើងដឹងថាផលបូកមុំក្នុងត្រីកោណស្មើនឹង 180° ។ ហេតុនេះ ដើម្បីគណនាផលបូកមុំក្នុងពហុកោណគេត្រូវភ្ជាប់អង្កត់ទ្រូងដើម្បីខណ្ឌចែកពហុកោណជាត្រីកោណ ។



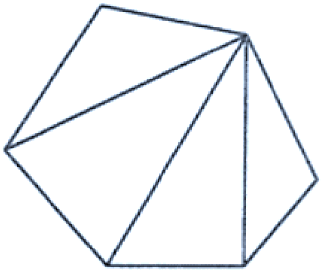
ខាងក្រោមនេះ ជារបៀបរាប់ចំនួនត្រីកោណក្នុងពហុកោណគឺ៖



ជ្រុង 4 កំណត់បានត្រីកោណ 2



ជ្រុង 5 កំណត់បានត្រីកោណ 3



ជ្រុង 6 កំណត់បានត្រីកោណ 4

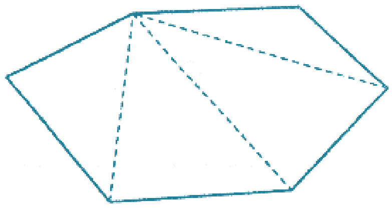
ដូចនេះ ពហុកោណមួយមានជ្រុង n ជ្រុង អាចមាន $(n-2)$ ត្រីកោណ ដោយក្នុងត្រីកោណមួយមានផលបូករង្វាស់មុំក្នុងស្មើនឹង 180° នាំឱ្យពហុកោណដែលមាន n ជ្រុង មានផលរង្វង់មុំក្នុងស្មើនឹង $(n-2)\times 180^\circ$ ។

ឧទាហរណ៍ ផលបូកមុំក្នុងនៃពហុកោណខាងក្រោម ៖

- ត្រីកោណ $(3-2)\times180^\circ = 180^\circ$
- ចតុកោណ $(4-2)\times180^\circ = 360^\circ$
- បញ្ចកោណ $(5-2)\times180^\circ = 540^\circ$
- អដ្ឋកោណ $(8-2)\times180^\circ = 1080^\circ$

និយមន័យ ផលបូករង្វាស់មុំក្នុងនៃពហុកោណមួយដែលមាន ជ្រុងស្មើនឹង

លំហាត់គំរូទី១ ចូរគណនាផលបូករង្វាស់មុំក្នុងនៃពហុកោណតាមរូបខាងក្រោម ។



ចម្លើយ គណនាផលបូករង្វាស់មុំក្នុងនៃពហុកោណ

យើងមាន ពហុកោណនេះជាឆកោណដែលមាន $n=6$

តាមរូបមន្តនៃរង្វាស់មុំក្នុង $(n-2)\times 180^\circ = (6-2)\times 180^\circ = 720^\circ$

ដូចនេះ ឆកោណមានផលបូករង្វាស់មុំក្នុងស្មើនឹង 720° ។

លំហាត់គំរូទី២ ចូរប្រាប់ឈ្មោះនិងគូសរូបពហុកោណមួយដែលមានផលបូករង្វាស់មុំក្នុងស្មើនឹង 1080° ។

ចម្លើយ ប្រាប់ឈ្មោះ និង គូសរូបពហុកោណមានផលបូកមុំក្នុងស្មើនឹង 1080°

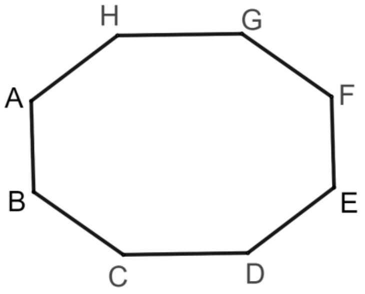
ដោយ ពហុកោណមានផលបូកមុំក្នុងស្មើនឹង 1080°

តាមរូបមន្ត ផលបូករង្វាស់មុំក្នុង $=(n-2)\times 180^\circ$

យើងបាន $(n-2)\times 180^\circ = 1080^\circ$

នោះ $n=\dfrac{1080^\circ}{180^\circ}+2=6+2=8$

ដូចនេះ ពហុកោណនេះមានជ្រុង 8 មានឈ្មោះអដ្ឋកោណ។



លំហាត់គំរូទី៣ ចូររកផលបូករង្វាស់មុំក្នុងនៃពហុកោណដែលមានជ្រុង៖ 7 10 12 ។

ចម្លើយ

- រកផលបូករង្វាស់មុំក្នុងនៃពហុកោណដែលមានជ្រុង 7

តាមរូបមន្ត ផលបូករង្វាស់មុំក្នុង $=(n-2)\times 180^\circ$

ដោយ ពហុកោណមានជ្រុង 7 ជ្រុង នោះ $n=7$

គេបាន ផលបូករង្វាស់មុំក្នុង $=(7-2)\times 180 = 900^\circ$

ដូចនេះ ផលបូករង្វាស់មុំក្នុងនៃពហុកោណដែលមានជ្រុង7 ស្មើនឹង 900° ។

- រកផលបូករង្វាស់មុំក្នុងនៃពហុកោណដែលមានជ្រុង 10

  តាមរូបមន្ត ផលបូករង្វាស់មុំក្នុង $=(n-2)\times 180^\circ$

  ដោយ ពហុកោណមានជ្រុង 10 ជ្រុង នោះ $n=10$

  គេបាន ផលបូករង្វាស់មុំក្នុង $=(10-2)\times 180 = 1440^\circ$

  ដូចនេះ ផលបូករង្វាស់មុំក្នុងនៃពហុកោណដែលមានជ្រុង10 ស្មើនឹង 1440° ។

- រកផលបូករង្វាស់មុំក្នុងនពហុកោណដែលមានជ្រុង 12

  តាមរូបមន្ត ផលបូករង្វាស់មុំក្នុង $=(n-2)\times 180^\circ$

  ដោយ ពហុកោណមានជ្រុង 12 ជ្រុង នោះ $n=12$

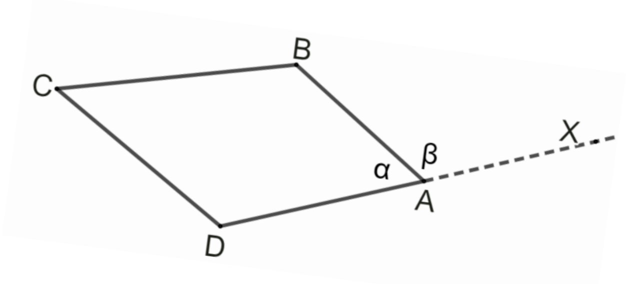
  គេបាន ផលបូករង្វាស់មុំក្នុង $=(12-2)\times 180=1800^\circ$

  ដូចនេះ ផលបូករង្វាស់មុំក្នុងនៃពហុកោណដែលមានជ្រុង 10 ស្មើនឹង 1800° ។

ប្រតិបត្តិ ចូររកចំនួនជ្រុងនៃពហុកោណដែលមានផលបូករង្វាស់មុំក្នុងស្មើនិង 2700° និង 3420° ។

១១.៣. ផលបូករង្វាស់មុំក្រៅនៃពហុកោណ

ឧទាហរណ៍ទី១ គេឱ្យចតុកោណ $ABCD$ មួយ (រូបខាងក្រោម)



បើគេបន្លាយអង្កត់ DA ខាង A នោះយើងសង្កេត ឃើញថាផលបូកមុំក្នុងនិងមុំក្រៅនៅត្រង់កំពូល A មានរង្វាស់ស្មើនឹង $\alpha+\beta=180^\circ$ (ព្រោះ DAx ជាបន្ទាត់)។

ជាទូទៅ	ផលបូករង្វាស់មុំក្រៅ និងមុំក្នុងត្រង់កំពូលមួយនៃគ្រប់ពហុកោណប៉ោងមានរង្វាស់ស្មើនឹង 180° ។

ឧទាហរណ៍ទី២ គេមានពហុកោណមួយដែលមាន n កំពូល ផលបូករង្វាស់មុំក្នុងនិងផលបូករង្វាស់មុំក្រៅស្មើនឹង $n\times 180^\circ$ ដោយផលបូករង្វាស់មុំក្នុងមានរង្វាស់ស្មើនឹង $(n-2)\times 180^\circ$ ផលបូករង្វាស់មុំក្រៅនៃពហុកោណដែលមាន n ជ្រុងគឺ

$$(n\times 180^\circ)-(n-2)\times 180^\circ = n.180^\circ - n.180^\circ + 360^\circ = 360^\circ$$

ជាទូទៅ	ផលបូករង្វាស់មុំក្រៅនៃគ្រប់ពហុកោណប៉ោងមានរង្វាស់ស្មើនឹង 360° ។

ឧទាហរណ៍ទី៣ គេមានពហុកោណមួយដែលមាន n កំពូល ផលបូករង្វាស់មុំក្នុងនិងផលបូករង្វាស់មុំក្រៅស្មើនឹង $n\times 180^\circ$ ដោយផលបូករង្វាស់មុំក្នុងមានរង្វាស់ស្មើនឹង $(n-2)\times 180^\circ$ ផលបូករង្វាស់មុំក្រៅនៃពហុកោណដែលមាន n ជ្រុងគឺ

$$\left(n\times 180^\circ\right)-\left(n-2\right)\times 180^\circ = n\cdot 180^\circ - n\cdot 180^\circ + 360^\circ = 360^\circ$$

សំគាល់ ផលបូករង្វាស់មុំក្រៅនេះ មិនអាស្រ័យនឹងចំនួនជ្រុងពហុកោណទេ។

លំហាត់គំរូទី១ បើផលបូកនៃរង្វាស់មុំក្នុងស្មើនឹងផលបូករង្វាស់មុំក្រៅ នៃពហុកោណមួយ ។ ចូរប្រាប់ប្រភេទពហុកោណនោះ ។

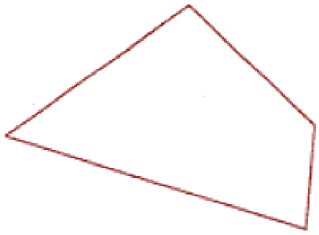
ចម្លើយ កំណត់ប្រភេទពហុកោណនោះ

ដោយផលបូកនៃរង្វាស់មុំក្នុងស្មើនឹងផលបូករង្វាស់មុំក្រៅនៃពហុកោណ

យើងបាន $(n-2)\times 180^\circ = 360^\circ$

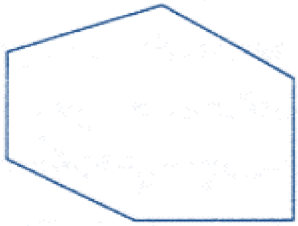
នោះ $n.180^\circ - 360^\circ = 360^\circ$

គេបាន $n = \dfrac{360^\circ + 360^\circ}{180^\circ} = \dfrac{720^\circ}{180^\circ} = 4$



ដូចនេះ ពហុកោណដែលមានផលបូករង្វាស់មុំក្នុងស្មើនឹងផលបូករង្វាស់មុំក្រៅជាចតុកោណ ។

លំហាត់គំរូ២ : បើផលបូកនៃរង្វាស់មុំក្នុងស្មើនឹងពីរដងផលបូករង្វាស់មុំកក្រៅនៃពហុកោណមួយ។ ចូរបញ្ជាក់ពីប្រភេទពហុកោណ ។



ចម្លើយ កំណត់ប្រភេទពហុកោណនោះ

ដោយផលបូកនៃរង្វាស់មុំក្នុងស្មើនឹងពីដងផលបូករង្វាស់មុំក្រៅនៃពហុកោណ

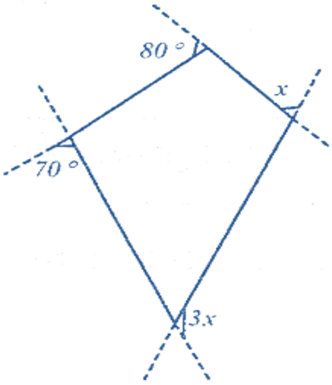
យើងបាន $(n-2)\times 180^\circ = 2\times 360^\circ$

នោះ $n.180^\circ - 360^\circ = 720^\circ$

គេបាន $n = \dfrac{720^\circ + 360^\circ}{180^\circ} = \dfrac{1080^\circ}{180^\circ} = 6$

ដូចនេះ ពហុកោណនោះមានជ្រុង 6 នោះពហុកោណជាឆកោណ។

លំហាត់គំរូទី៣ : ចូរគណនារង្វាស់មុំ x នៃពហុកោណខាងស្តាំ ។



ចម្លើយ : គណនារង្វាស់មុំ x នៃពហុកោណខាងស្តាំ

ដោយ ផលបូកមុំក្រៅនៃពហុកោណមួយមានរង្វាស់ស្មើនឹង 360°

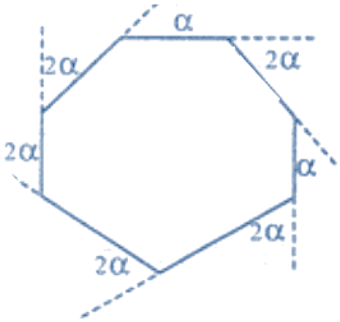
គេបាន $3x + x + 80^\circ + 70^\circ = 360^\circ$

នោះ $4x + 150^\circ = 360^\circ$

នាំឱ្យ $x = \dfrac{360^\circ - 150^\circ}{4} = \dfrac{210^\circ}{4} = 52.5^\circ$

ដូចនេះ រង្វាស់មុំ $x = 52.5^{\circ}$

លំហាត់គំរូទី៤ ចូរគណនាតម្លៃ α នៃពហុកោណខាងក្រោម ។



ចម្លើយ គណនាតម្លៃ α នៃពហុកោណ

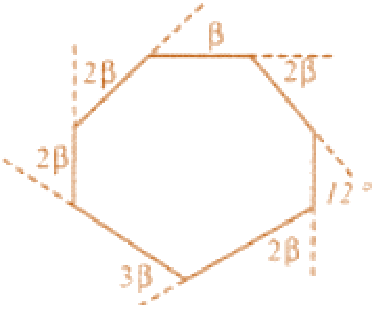
ដោយផលបូកមុំក្រៅនៃពហុកោណមួយមានរង្វាស់ស្មើនឹង 360°

គេបាន $\alpha + 2\alpha + \alpha + 2\alpha + 2\alpha + 2\alpha + 2\alpha = 360^{\circ}$

នោះ $12\alpha = 360^{\circ} \quad \Rightarrow \alpha = \dfrac{360^{\circ}}{12} = 30^{\circ}$

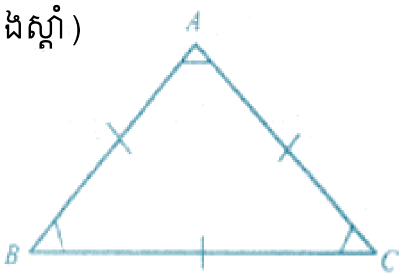
ដូចនេះ តម្លៃ α នៃពហុកោណខាងស្តាំគឺ $\alpha = 30^{\circ}$ ។

ប្រតិបត្តិ : ចូរគណនាតម្លៃ β ក្នុងពហុកោណខាងក្រោម ។



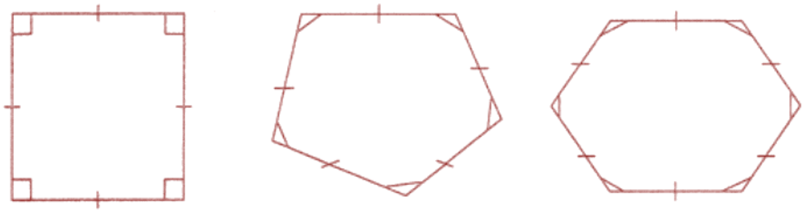
១១.៤. រង្វាស់មុំនៃពហុកោណនិយ័ត

ឧទាហរណ៍ទី១ គេមានត្រីកោណសម័ង្ស ABC (ដូចរូប ខាងស្តាំ)



ដោយត្រីកោណសម័ង្សមានរង្វាស់ជ្រុងទាំងបីប៉ុនគ្នា ហើយមានមុំទាំងបីក៏ប៉ុនគ្នាដែរ នោះគេថាត្រីកោណសម័ង្ស ABC ជា **ពហុកោណនិយ័ត** ។

ឧទាហរណ៍ទី២ គេមាន ការេបញ្ចកោណ និងឆកោណនិយ័តដូចរូបខាងក្រោម ។



យើងសង្កេតឃើញថា ពហុកោណនីមួយៗខាងលើមានមុំទាំងអស់ប៉ុនគ្នា និង ជ្រុងទាំងអស់ប៉ុនគ្នាហៅថា **ពហុកោណនិយ័ត** ។

ឧទាហរណ៍ទី៣ រង្វាស់មុំក្នុងនៃត្រីកោណសម័ង្សមួយស្មើនឹង $\frac{(3-2)\times 180^\circ}{3} = 60^\circ$

(ពីព្រោះផលបូកមុំក្នុងនៃពហុកោណស្មើនឹង $(n-2)\times 180^\circ$)

ជាទូទៅ	- ពហុកោណនិយ័តជាពហុកោណដែលមុំមានរង្វាស់ស្មើគ្នា ហើយជ្រុងទាំងអស់ប៉ុនគ្នា - មុំក្នុងមួយនៃពហុកោណនិយ័តដែលមាន ជ្រុងមានរង្វាស់មុំស្មើនឹង

លំហាត់គំរូទី១ ចូររករង្វាស់មុំក្នុងនីមួយៗនៃការេ។

ចម្លើយ គណនារង្វាស់មុំក្នុងនីមួយៗនៃការេ

យើងបាន រង្វាស់មុំនីមួយៗនៃការេគឺ $\frac{(n-2)\times 180^\circ}{n} = \frac{(4-2)\times 180^\circ}{4} = 90^\circ$

ដូចនេះ រង្វាស់មុំក្នុងនីមួយៗនៃការេគឺ 90° ។

លំហាត់គំរូទី២ ចូររករង្វាស់មុំក្នុងនីមួយៗនៃអដ្ឋកោណនិយ័ត ។

ចម្លើយ គណនារង្វាស់មុំក្នុងនីមួយៗនៃអដ្ឋកោណនិយ័ត

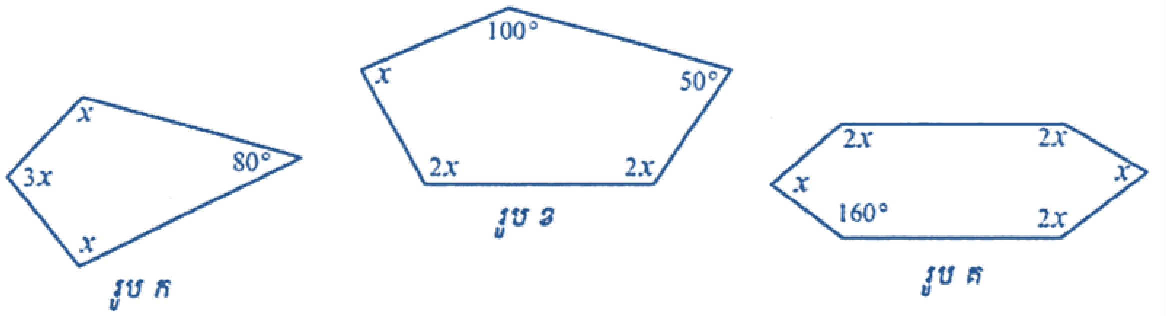
យើងបាន រង្វាស់មុំនីមួយៗនៃការេគឺ $\frac{(n-2)\times 180^\circ}{n} = \frac{(8-2)\times 180^\circ}{8} = 135^\circ$

ដូចនេះ រង្វាស់មុំនីមួយៗនៃអដ្ឋកោណនិយ័តគឺ 135° ។

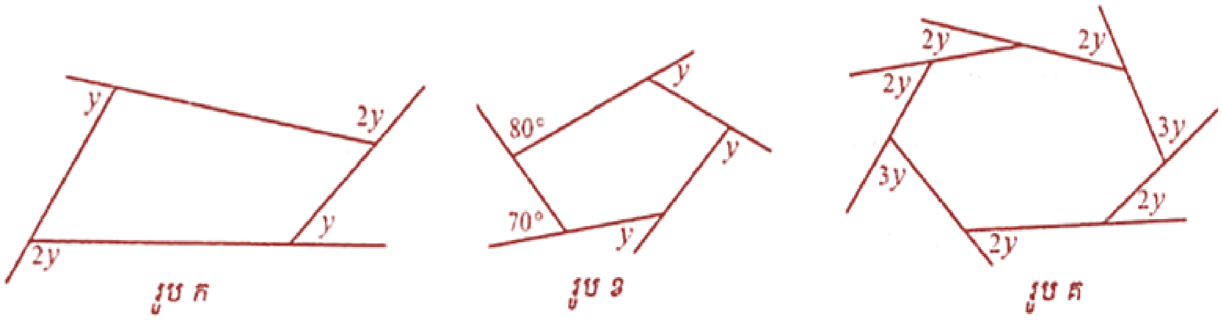
ប្រតិបត្តិ ហេតុអ្វីបានជាចតុកោណកែង និង ចតុកោណស្មើមិនមែនជាពហុកោណនិយ័ត?
ចូរបញ្ជាក់

លំហាត់អនុវត្ត

1. ចូររកចំនួនជ្រុងនៃពហុកោណដែលមានផលបូករង្វាស់មុំក្នុងស្មើនឹង $540^\circ, 1800^\circ, 2700^\circ, 4320^\circ$ និង 4860° ។
2. តើមានពហុកោណណាដែលមានផលបូករង្វាស់មុំក្នុងស្មើនឹង 5130° ដែរឬទេ?
3. នៅពេលគេធ្វើការគណនាផលបូករង្វាស់មុំក្នុងនៃពហុកោណប៉ោងមួយដែលមានរង្វាស់ស្មើនឹង 540° តើពហុកោណប៉ោងនោះមានជ្រុងប៉ុន្មាន?
4. ចូររកតម្លៃ x តាមរូបនីមួយៗ នៃពហុកោណខាងក្រោម។



5. ចូររកតម្លៃ y តាមរូបនីមួយៗ នៃពហុកោណខាងក្រោម។



6. ចូរគណនាចំនួនជ្រុងនៃពហុកោណនិយ័តដោយស្គាល់រង្វាស់មុំក្នុងស្មើនឹង $150^\circ, 160^\circ$ និង 175° ។
7. រករង្វាស់មុំក្នុងនីមួយៗ

ក. ពហុកោណនិយ័តដែលមាន 9ជ្រុង

ខ. ទសកោណនិយ័ត (10ជ្រុង)

8. ផលបូករង្វាស់មុំក្នុងនៃពហុកោណនិយ័តមួយមានរង្វាស់ស្មើនឹង 3240° ។ ចូរគណនារង្វាស់មុំក្រៅនីមួយៗ។
9. ផលបូករង្វាស់មុំក្នុងរួមនឹងផលបូករង្វាស់មុំក្រៅនៃពហុកោណនិយ័តមួយស្មើនឹង 900° ។ តើពហុកោណនោះមានជ្រុងប៉ុន្មាន?
10. មុំក្នុងមួយនៃពហុកោណនិយ័តដែលមាន n ជ្រុងមានរង្វាស់ស្មើនឹង 168° ។ ចូររកចំនួន n ។
11. ចូរគណនាផលបូករង្វាស់មុំក្នុងនៃពហុកោណដែលមានជ្រុង $6, 8, 10, 11, 15, 17, 19$ និង 23 ។

12. ចូររកចំនួនជ្រុងនៃពហុកោណ ដែលមានផលបូករង្វាស់មុំក្នុងស្មើនឹង $8100^\circ, 9360^\circ, 16380^\circ, 2160^\circ, 5580^\circ$ និង 1260° ។
13. ផលបូករង្វាស់មុំក្នុង និងរង្វាស់មុំក្រៅស្មើនឹង 900° ។ តើពហុកោណនោះមានជ្រុងប៉ុន្មាន ?
14. ផលបូករង្វាស់មុំក្នុងស្មើនឹងពីរដងផលបូករង្វាស់មុំក្រៅនៃពហុកោណមួយ។ ចូរប្រាប់ប្រភេទពហុកោណនោះ។
15. តើមានពហុកោណណាដែលមានផលបូករង្វាស់មុំក្នុងស្មើនឹង 5130° ដែរឬទេ ?
16. ហេតុអ្វីបានជាចតុកោណកែង និងចតុកោណស្មើមិនមែនជាពហុកោណនីយ័ត ?
17. ចូរគណនាចំនួនជ្រុងនៃពហុកោណនិយ័ត ដោយស្គាល់រង្វាស់មុំក្នុងស្មើនឹង $140^\circ, 156^\circ, 165^\circ, 160^\circ, 150^\circ$ និង 175° ។
18. ផលបូករង្វាស់មុំក្នុងនៃពហុកោណនិយ័តមួយដែលមានរង្វាស់ស្មើនឹង 15834° ។ គណនារង្វាស់មុំក្រៅនៃពហុកោណនីមួយៗ ។
19. មុំក្នុងមួយនៃពហុកោណនីយ័តដែលមាន n ជ្រុងមានរង្វាស់ស្មើនឹង 170° ។ ចូររក n ។
20. ចូរគណនាមុំក្នុង និងមុំក្រៅនៃសប្តកោណនិយ័ត។
21. មុំក្រៅមួយនៃអដ្ឋកោណនិយ័តមួយមានរង្វាស់ 27° តិចជាងរង្វាស់មុំក្រៅមួយនៃពហុកោណនិយ័តមួយដែលមាន n ជ្រុង ។ ចូរគណនា ។
22. មុំក្រៅមួយនៃពហុកោណនិយ័តដែលមាន 3 ជ្រុងមានរង្វាស់ 30° ច្រើនជាងរង្វាស់មុំក្រៅមួយនធកោណនិយ័ត។ ចូរគណនា n ។
23. ចូររករង្វាស់មុំក្រៅនីមួយៗ នៃពហុកោណនិយ័តដែលមានជ្រុង $5, 8, 10, 23, 32, 40, 57$ និង 64 ។
24. ចូររករង្វាស់មុំក្នុង និងមុំក្រៅនិមួយៗនៃពហុកោណនិយ័តដែលមានជ្រុង $7, 9, 13, 15, 21, 45$ និង 51 ។

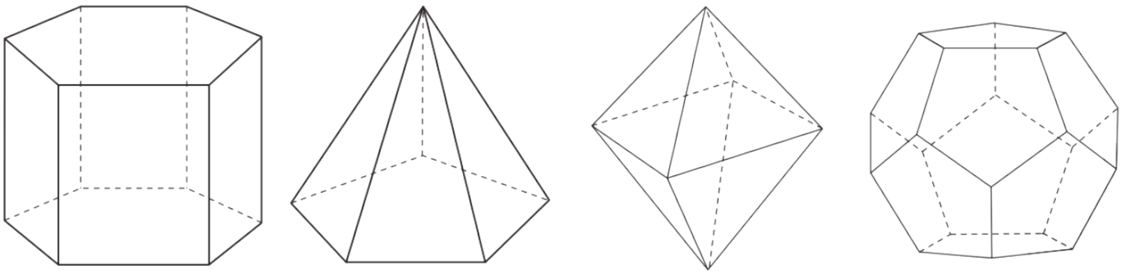
មេរៀនទី១២ ពហុមុខ

១២.១. សញ្ញាណរូបធរណីមាត្រដែលមានបីវិមាត្រ

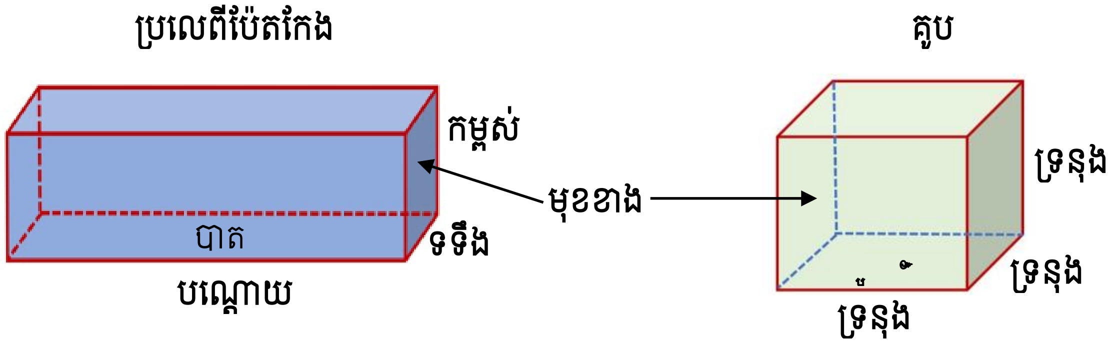
យើងបានសិក្សាផ្ទៃក្រឡានៃរូបធរណីមាត្រដែលមានវិមាត្រពីរ ដូចជាផ្ទៃក្រឡានៃ ចតុកោណកែង ការេ ត្រីកោណ។ ក្នុងជីវភាពរស់នៅសព្វថ្ងៃគេតែងតែជួបនូវរូបធរណីមាត្រមានវិមាត្របីដែលមានបណ្តោយ ទទឹង និងកម្ពស់ ។

ឧទាហរណ៍ទី១ ប្រអប់កាដូ មួកខួបកំណើត ការ៉េមកី កាក់ ប្រអប់ជីស ធុងសាំង គ្រាប់ឡុកឡាក់ ជាសញ្ញាណនៃសូលីត ។

សម្គាល់ សូលីតដែលមានមុខច្រើនហៅថា **ពហុមុខ** ។



ឧទាហរណ៍ទី២ រូបខ្លះៗខាងក្រោម នៃសូលីត ។

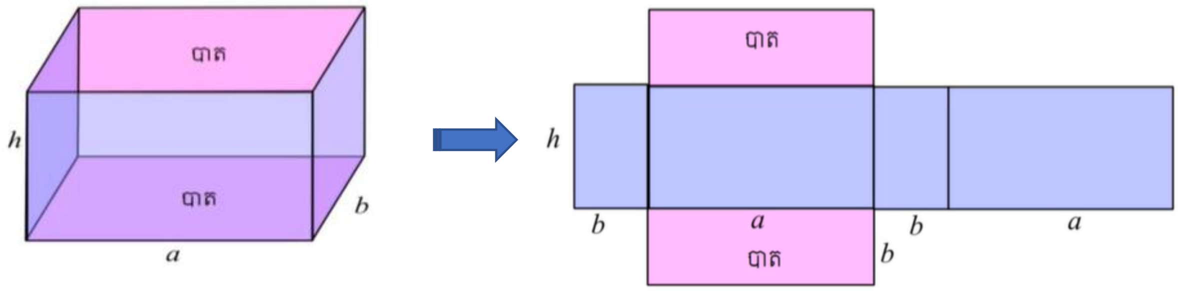


១២.២. ការគណនាផ្ទៃក្រឡានៃសូលីត

១២.២.១. ផ្ទៃក្រឡាប្រលេពីប៉ែតកែង និងផ្ទៃក្រឡាគូប

ឧទាហរណ៍ គេមានប្រលេពីប៉ែតកែងដែលមានទ្រនុង a , b , c ធ្វើពីក្រដាស ។
បើគេកាត់ប្រលេពីប៉ែតកែងតាមទ្រនុង និងតាមជុំវិញបាតទាំងពីរ រួចគេលាតសន្ធឹងវានៅលើប្លង់មួយ នោះគេបានផ្ទៃមួយផ្សំដោយបាត ទាំងពីរនៃប្រលេពីប៉ែតកែង និងផ្ទៃកមួយទៀតមានរាងចតុកោណកែងមួយដែលមាន ៖

- បណ្តោយស្មើនឹងបរិមាត្រនៃបាត $p=b+a+b+a=2(a+b)$
- ទទឹងស្មើនឹងកម្ពស់ h



គេតាង (S_L) ជាផ្ទៃក្រឡាមុខខាងប្រលេពីប៉ែតកែង ។
(S_T) ជាផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់ប្រលេពីប៉ែតកែង ។
(S_B) ជាផ្ទៃក្រឡាបាតប្រលេពីប៉ែតកែង ។

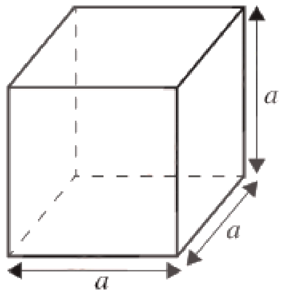
គេកំណត់បាន៖

ផ្ទៃក្រឡាមុខខាងប្រលេពីប៉ែតកែងគឺ $S_L = p\times h = 2(a+b)\times h$
ផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់ប្រលេពីប៉ែតកែងគឺ $S_T = 2S_B + S_L$

សម្គាល់៖

- បើព្រីសត្រង់មានបាតជាចតុកោណកែង នោះគេហៅថា **ប្រលេពីប៉ែតកែង ។**
- បើមុខទាំង 6 នៃប្រលេពីប៉ែតកែងជាការេប៉ុនៗគ្នា នោះគេហៅថា **គូប ។**

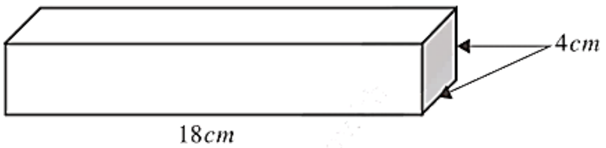
គេកំណត់បាន៖



ផ្ទៃក្រឡាមុខខាងការេគឺ $S_L = p\times h = 4a\times a = 4a^2$

ផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់នៃការេគឺ $S_T = 2S_B + S_L = 2a^2 + 4a^2 = 6a^2$

លំហាត់គំរូទី១ គណនាផ្ទៃក្រឡាខាងទាំងអស់នៃដុំឈើ (ដូចរូប) ។



ចម្លើយ គណនាផ្ទៃក្រឡាខាងទាំងអស់នៃដុំឈើ

ដោយដុំឈើមានរាងជាប្រលេពីប៉ែតកែងដែលមានបាតជាការេ

មានបណ្តោយ $a = 18cm$ ទទឹង $b = 4cm$ និងកម្ពស់ $h = 4cm$

គេបាន ផ្ទៃក្រឡាមុខខាងគឺ $S_L = p\times h = 2(18+4)\times 4 = 176cm^2$

និងផ្ទៃក្រឡាបាតគឺ $S_B = 4\times 4 = 16cm^2$

នាំឱ្យ ផ្ទៃក្រឡាមុខខាងអស់នៃដុំឈើគឺ $S_T = S_L + 2S_B = 176cm^2 + (2\times 16cm^2) = 208cm^2$

ដូចនេះ ផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់នៃដុំឈើគឺ $S_T = 208cm^2$ ។

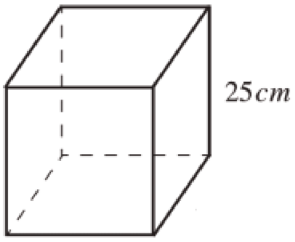
លំហាត់គំរូទី២ គណនាផ្ទៃក្រឡាខាងទាំងអស់នៃគូបដែលមានទ្រនុង $a = 25cm$ (ដូចរូប) ។

ចម្លើយ គណនាផ្ទៃក្រឡាខាងទាំងអស់នៃគូប

គេមាន $a = 25cm$

តាមរូបមន្ត $S_T = 6a^2 = 6(25)^2 = 3750cm^2$

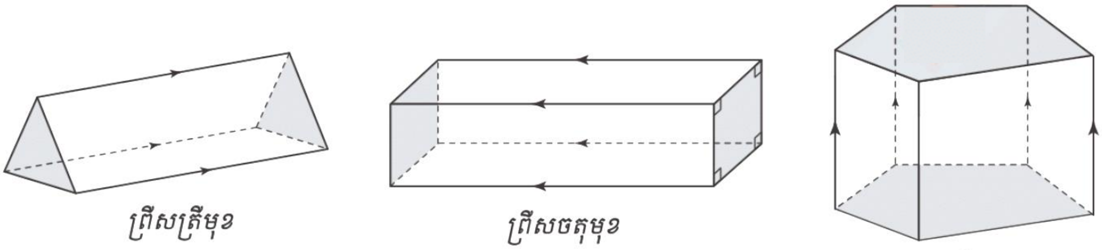
ដូចនេះ ផ្ទៃក្រឡាខាងទាំងអស់នៃគូបគឺ $S_T = 3750cm^2$ ។



ប្រតិបត្តិ គណនាផ្ទៃក្រឡាខាងទាំងអស់នៃគូបដែលមានទ្រនុង $a = 184mm$ ។

១២.៣. ផ្ទៃក្រឡាព្រីស

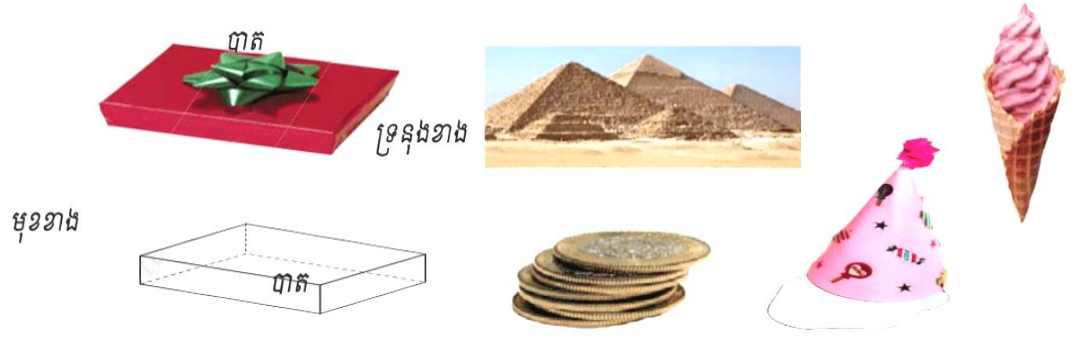
ឧទាហរណ៍ ពហុមុខខាងក្រោមហៅថា **ព្រីស** ។



ព្រីសត្រីមុខ ព្រីសចតុមុខ ព្រីសបញ្ចមុខ

លក្ខណៈ [ព្រីស]

- មានមុខពីរៗស្របគ្នា ហើយប៉ុនគ្នាហៅថា **បាតព្រីស** ។
- ជ្រុងស្របគ្នាដែលភ្ជាប់កំពូលទាំងពីរនៃបាតហៅថា **ទ្រនុង** ។ ចំណែកមុខនៃព្រីសដែលមិនមែនជាបាតហៅថា **មុខខាង** ។
- មុខខាងទាំងអស់នៃព្រីសជាប្រលេឡូក្រាម ។ គេហៅឈ្មោះព្រីសទៅតាមឈ្មោះនៃពហុកោណបាតរបស់វា។
- ព្រីសត្រង់ជាព្រីសដែលមានទ្រនុងខាងកែងនឹងបាត ។ មុខខាងទាំងអស់នៃព្រីសត្រង់ជាចតុកោណកែង ។



ព្រីសទ្រេត ព្រីសត្រង់ត្រីមុខ ព្រីសត្រង់បញ្ចមុខ

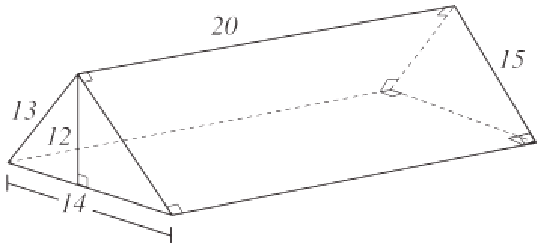
គេកំណត់ថា៖

> - ផ្ទៃក្រឡាខាងព្រីសជាផលបូកនៃផ្ទៃក្រឡាមុខខាងព្រីសទាំងអស់ ។
> - ផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់នៃព្រីសជាផលបូកនៃផ្ទៃក្រឡាមុខខាងព្រីសទាំងអស់និងផ្ទៃក្រឡាបាតទាំងពីរ ។

លំហាត់គំរូ គេមានព្រីសត្រង់ត្រីមុខ (ដូចរូប) ។

ក. គណនាផ្ទៃក្រឡាខាង ។

ខ. គណនាផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់ ។



ចម្លើយ ព្រីសត្រង់ត្រីមុខមានបាតពីរជាត្រីកោណ និងចតុកោណកែងបីជាមុខខាង ។

ក. គណនាផ្ទៃក្រឡាខាង

គេបាន $S_L=(13\times20)+(14\times20)+(15\times20)=260+280+300=840$ ឯកតាផ្ទៃ

ដូចនេះ ផ្ទៃក្រឡាមុខខាង $S_L=840$ ឯកតាផ្ទៃ ។

ខ. គណនាផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់

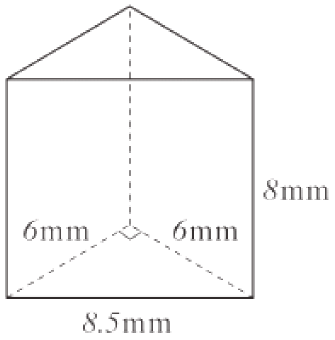
គេបាន $S_L=S_L+2S_B=840+2\left(\frac{12\times14}{2}\right)=1008$ ឯកតាផ្ទៃ

ដូចនេះ ផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់ $S_T=1008$ ឯកតាផ្ទៃ ។

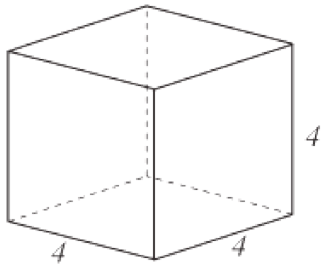
ប្រតិបត្តិ គណនាផ្ទៃក្រឡាមខាង និងផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់នៃរូបព្រីសខាងក្រោម ។

ក. ព្រីសត្រង់ត្រីមុខ ។

ខ. ព្រីសត្រង់ចតុមុខ ។



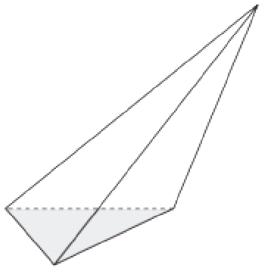
រូបក

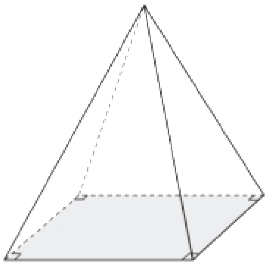


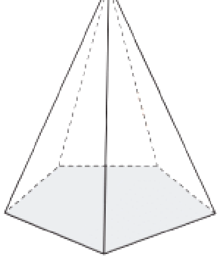
រូបខ

១២.៤ ផ្ទៃក្រឡាពីរ៉ាមីត

ពីរ៉ាមីតមានបាតតែមួយគត់ ។ ទ្រនុងខាងទាំងអស់មិនស្របគ្នា ហើយប្រសព្វគ្នាត្រង់ចំណុចមួយហៅថា **កំពូល** ។ មុខខាងទាំងអស់នៃពីរ៉ាមីតជាត្រីកោណ គេហៅឈ្មោះពីរ៉ាមីតទៅតាមឈ្មោះនៃ **ពហុកោណបាត** ។

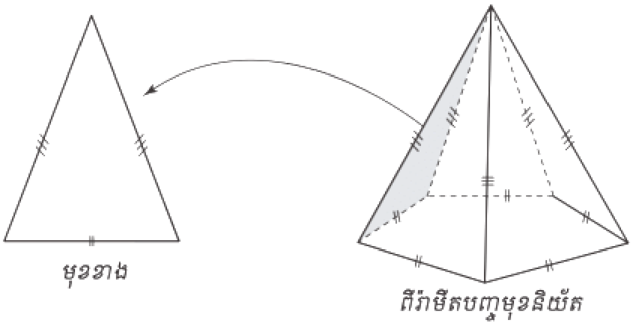

ពីរ៉ាមីតត្រីមុខ


ពីរ៉ាមីតចតុមុខ

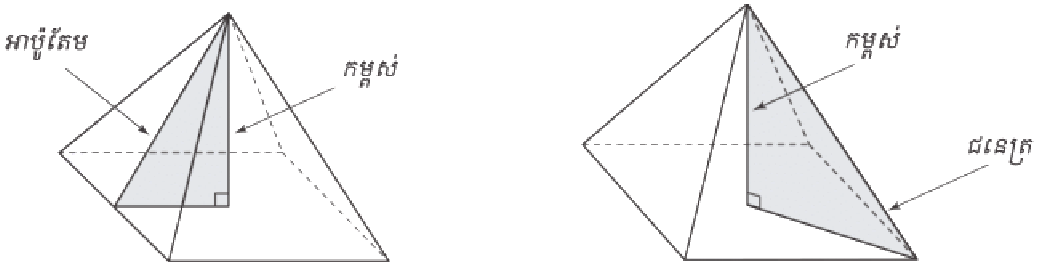

ពីរ៉ាមីតបញ្ចមុខ

ពីរ៉ាមីតនិយ័តជាពីរ៉ាមីតដែលមានបាតជាពហុកោណនិយ័តនិងទ្រនុងខាងទាំងអស់ប៉ុនគ្នា ។

ដូចនេះ មុខខាងទាំងអស់នៃពីរ៉ាមីតនិយ័តជា **ត្រីកោណសមបាតប៉ុនគ្នា** ។



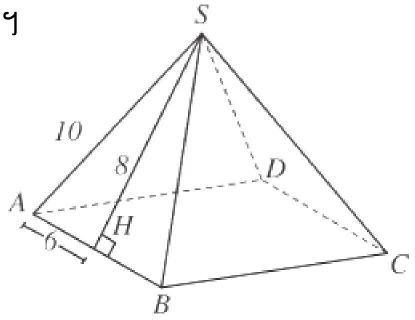
កម្ពស់នៃពីរ៉ាមីតនិយ័តជាអង្កត់កែងដែលគូសពីកំពូល **កែងនឹងផ្ចិតនៃពហុកោណបាត** ។



លំហាត់គំរូទី១ គេមានពីរ៉ាមីតចតុមុខ (ដូចរូបខាងស្តាំ) ។

ក. គណនាផ្ទៃក្រឡាមុខខាង ។

ខ. គណនាផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់ ។



ចម្លើយ គេមានពីរ៉ាមីតចតុមុខដែលមានមុខខាងជាត្រីកោណ និងមានបាតជាការេ

ក. គណនាផ្ទៃក្រឡាមុខខាង

ដោយ ពីរ៉ាមីតមានមុខខាងជាត្រីកោណចំនួនបួន

គេបាន៖ $S_L = 4\times\frac{1}{2}(12\times 8) = 192$ ឯកតាផ្ទៃ

ដូចនេះ ផ្ទៃក្រឡាមុខខាងគឺ $S_L = 192$ ឯកតាផ្ទៃ ។

ខ. គណនាផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់

តាមរូបមន្ត៖ $S_T = S_L + S_B$

- គណនា S_B

ដោយ ពីរ៉ាមីតមានបាតជាការេចំនួនមួយ

គេបាន៖ $S_B = 12\times 12 = 144$ ឯកតាផ្ទៃ

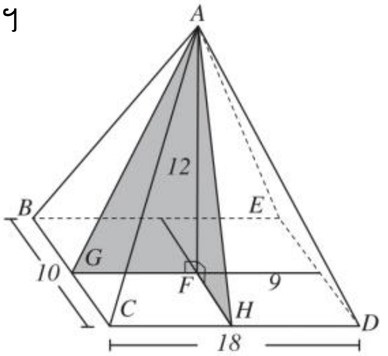
នាំឱ្យ $S_T = 192 + 144 = 336$ ឯកតាផ្ទៃ

ដូចនេះ ផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់គឺ $S_T = 336$ ឯកតាផ្ទៃ ។

លំហាត់គំរូទី២ បាតនៃពីរ៉ាមីតចតុមុខ $ABCDE$ មានរង្វាស់វិមាត្រ $10cm$ និង $18cm$ ដែលកម្ពស់វាមានរង្វាស់ $12cm$ ។ ទ្រនុងទាំងអស់ប៉ុនគ្នាដូចរូបខាងក្រោម ។ (គេឱ្យ $AG = 15$ និង $AH = 13$)

ក. តើពីរ៉ាមីតចតុមុខ $ABCDE$ ជាពីរ៉ាមីតចតុមុខនិយ័តឬទេ ?

ខ. គណនាផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់ ។



ចម្លើយ

ក. ពីរ៉ាមីតចតុមុខ $ABCDE$ មិនមែនជាពីរ៉ាមីតចតុមុខនិយ័តទេ ពីព្រោះបាត $BCDE$ មានទ្រនុងមិនប៉ុនគ្នា ។

ខ. គណនាផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់

តាមរូបមន្ត៖ $S_T = S_L + S_B$

-គណនា $S_L \& S_B$

គេបាន៖ $S_L = \frac{1}{2}(13\times18)+\frac{1}{2}(13\times18)+\frac{1}{2}(10\times15)+\frac{1}{2}(10\times15) = 384cm^2$

គេបាន៖ $S_B = 10\times18 = 180cm^2$

នាំឱ្យ $S_T = 384+180 = 564cm^2$

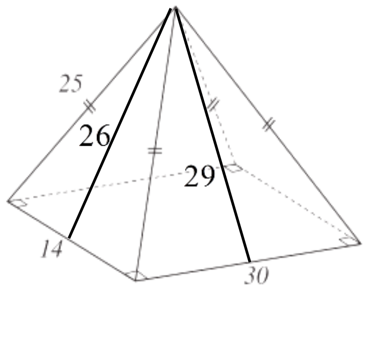
ដូចនេះ ផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់ $S_T = 564cm^2$ ។

ប្រតិបត្តិ បាតនៃពីរ៉ាមីតចតុមុខជាចតុកោណកែងមានវិមាត្ររង្វាស់ $14cm$ និង $30cm$ ។ ទ្រនុងខាងទាំងអស់ប៉ុនគ្នា (ដូចរូប) ។

ក. ហេតុអ្វីបានជាពីរ៉ាមីតនេះមិនមែនជាពីរ៉ាមីតចតុមុខនិយ័ត ។

ខ. គណនាផ្ទៃក្រឡាមុខខាង ។

គ. គណនាផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់ ។

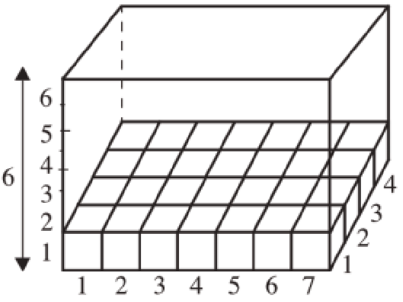


១២.៥. ការគណនាមាឌសូលីត

១២.៥.១. មាឌប្រលេពីប៉ែតកែង

ឧទាហរណ៍ទី១ គេមានប្រលេពីប៉ែតកែងមួយដែលមានបណ្ដោយ $7cm$ ទទឹង $4cm$ និងកម្ពស់ $6cm$ ។ ចូរគណនាមាឌប្រលេពីប៉ែតកែង ។

ចម្លើយ គណនាមាឌប្រលេពីប៉ែតកែង



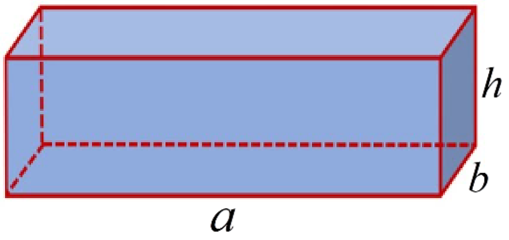
គេមាន៖ បណ្តោយ $7cm$ ទទឹង $4cm$ និងកម្ពស់ $6cm$

គេបានផ្ទៃក្រឡាបាត $7cm\times4cm=28cm^2$

គេអាចបែងចែកបាតនៃប្រលេពីប៉ែតកែងជា 28 ការេ ដែលមានជ្រុងប្រវែង $1cm$ ។ ដោយដាក់គូបដែលមានទ្រនុង $1cm$ លើការេនីមួយៗ នោះគេបានស្រទាប់មួយដែលមានកម្ពស់ $1cm$ ដែលមានចំនួនគូបសរុប 28 ។ នោះគេបានមាឌប្រលេពីប៉ែតកែងមាន $28\times6=168$ គូបដែលមានទ្រនុង $1cm$ ។

ដូចនេះ មាឌប្រលេពីប៉ែតកែងគឺ $28cm^2\times6cm=168cm^3$ ដែលជាផលគុណនៃរង្វាស់វិមាត្រទាំងបី ។

ឧទាហរណ៍ទី២ គេមានប្រលេពីប៉ែតកែងមួយដែលមានវិមាត្របី បណ្តោយ a ទទឹង b និងកម្ពស់ h ។ រកមាឌនៃប្រលេពីប៉ែតកែង (ដូចរូបខាងក្រោម) ។



ចម្លើយ រកមាឌប្រលេពីប៉ែតកែង

គេមាន បណ្តោយ h ទទឹង b និងកម្ពស់ h

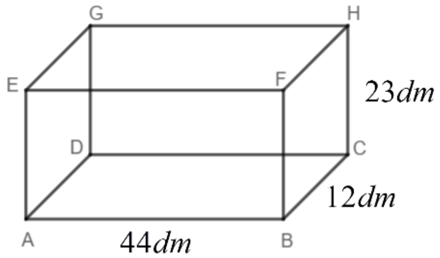
គេបានផ្ទៃក្រឡាបាតគឺ $a\times b=ab$

គេបានមាឌប្រលេពីប៉ែតកែងគឺ $a\times b\times h$

ដូចនេះ មាឌប្រលេពីប៉ែតកែងគឺ $a\times b\times h$ ។

សន្និដ្ឋាន ដើម្បីកំណត់មាឌរបស់ប្រលេពីប៉ែតកែងស្មើនឹង ផ្ទៃក្រឡាបាត (B) គុណនឹងកម្ពស់ (h) **រូបមន្ត** $V=a\times b\times h$ ឬ $V=B\times h$ ដែល $(B=a\times b)$ ។

លំហាត់គំរូទី១ គេមានហិបឈើមួយមានរាងជាប្រលេពីប៉ែតកែងដែលមានវិមាត្រ បណ្តោយ $44dm$ ទទឹង $23dm$ និងកម្ពស់ $12dm$ ។ តើហិបឈើនោះមានមាឌស្មើប៉ុន្មាន ?



ចម្លើយ រកមាឌហិបឈើនោះរាងប្រលេពីប៉ែតកែង

គេមាន បណ្ដោយ $44dm$ ទទឹង $23dm$ និងកម្ពស់ $12dm$

តាមរូបមន្ត មាឌប្រលេពីប៉ែតកែង $(V)=$ បណ្ដោយ $\times$ ទទឹង $\times$ កម្ពស់

គេបាន៖ $(V)=44dm\times 12dm\times 23dm=12144dm^3$

ដូចនេះ ហិបឈើនោះមានមាឌស្មើ $V=12144dm^3$ ។

លំហាត់គំរូទី២ ប្រលេពីប៉ែតកែងមួយមានមាឌ $12144dm^3$ និងកម្ពស់ $12dm$ ។ ចូរទាញរកផ្ទៃក្រឡាបាតរបស់ប្រលេពីប៉ែតកែង ។

ចម្លើយ ទាញរកផ្ទៃក្រឡាបាតរបស់ប្រលេពីប៉ែតកែង

គេមាន ប្រលេពីប៉ែតកែងមួយមានមាឌ $12144dm^3$ និងកម្ពស់ $12dm$

តាមរូបមន្ត មាឌប្រលេពីប៉ែតកែង $V=B\times h$

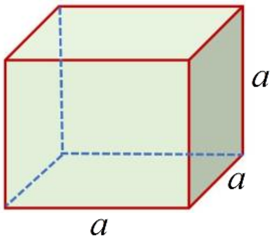
គេទាញបាន៖ ផ្ទៃក្រឡាបាត $B=\dfrac{V}{h}=\dfrac{12144dm^3}{23dm}=528dm^2$

ដូចនេះ ផ្ទៃក្រឡាបាតរបស់ប្រលេពីប៉ែតកែងស្មើ $B=528dm^2$ ។

ប្រតិបត្តិ ប្រលេពីប៉ែតកែងមួយមានមាឌ $100352dm^3$ និងផ្ទៃក្រឡាបាត $35840dm^2$ ។ រកកម្ពស់របស់ប្រលេពីប៉ែតកែងគិតជាម៉ែត្រ ។

១២.៥.២. មាឌគូប

ឧទាហរណ៍ គូបគឺជាប្រលេពីប៉ែតកែងមួយដែលមានវិមាត្រទាំងបីមានប្រវែងទ្រនុង a ស្មើគ្នា។



សម្គាល់ ឯកតានៃមាឌគឺ (m^3) ។ ម៉ែត្រគូបជាគូបមួយដែលមានទ្រនុងប្រវែងស្មើនឹង $1m$ ។

ឧទាហរណ៍ ក. $1dm^3=0.001m^3$ ខ. $1m^3=1000dm^3=1000\ 000cm^3$

លំហាត់គំរូទី១ គូបមួយមានវិមាត្រ $3.5dam$ ។ រកមាឌនៃគូបនេះ ។

ចម្លើយ រកមាឌនៃគូប

គេមាន គូបមានវិមាត្រ $3.5dam$

តាមរូបមន្ត $V=a^3$

គេបាន៖ $V=3.5\times 3.5\times 3.5=42.875dam^3$

ដូចនេះ មាឌរបស់គូបគឺ $V=42.875dam^3$ ។

លំហាត់គំរូទី២ គេមានគូបមួយដែលមានមាឌ $125cm^3$ ។ ចូររកប្រវែងទ្រនុងរបស់គូបនេះ ។

ចម្លើយ រកប្រវែងទ្រនុងរបស់គូប

គេមានគូបមាឌ $125cm^3$

តាមរូបមន្ត $a = \sqrt[3]{V}$

នាំឱ្យ $a = \sqrt[3]{125cm^3} = 5cm$

ដូចនេះ ប្រវែងទ្រនុងរបស់គូបគឺ $a = 5cm$ ។

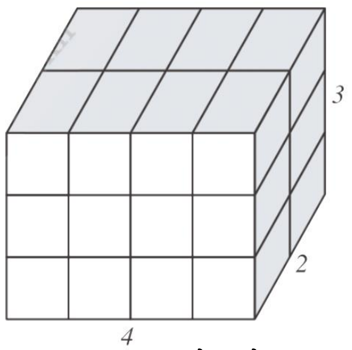
ប្រតិបត្តិ បូណា និងចន្ធូបានយកសាប៊ូដែលមានរាងគូបមកបំពេញក្នុងឡាំងឈើមួយ ទៅតាមវិមាត្រនីមួយៗនៃឡាំងឈើអាចដាក់បានសាប៊ូ 6 ដុំ ។

ក. តើឡាំងឈើនោះមានរាងអ្វី ?

ខ. រកមាឌឡាំងឈើដោយយកដុំសាប៊ូជាឯកតាមាឌ ។

១២.៦. មាឌព្រីស

ដើម្បីកំណត់មាឌនៃរូបធរណីមាត្រដែលដែលមានវិមាត្របី គេបំពេញវាដោយឯកតាគូបតូចៗដែលមានជ្រុងមានរង្វាស់ $1mm$ ឬ $1cm$ ឬ $1dm$ ឬ $1m$ ។ ព្រីសត្រង់ដែលមានបាតជាចតុកោណកែងដែលមានវិមាត្រ $2cm$, $3cm$ និង $4cm$ ។



គេអាចរាប់ចំនួនគូបតូចៗដូចខាងក្រោម៖

ស្រទាប់បាតមាន $2 \times 4 = 8$ គូប

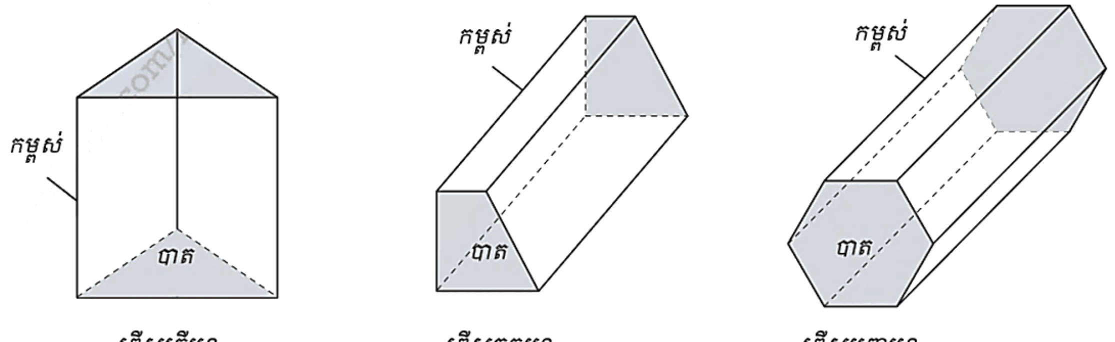
ស្រទាប់កណ្តាលមាន $2 \times 4 = 8$ គូប

ស្រទាប់លើមាន $2 \times 4 = 8$ គូប

ចំនួនគូបដែលផ្គុំគ្នាបង្កើតបានជាព្រីសត្រង់មានចំនួន 24 គូបនោះគេអាចគណនាមាឌព្រីសត្រង់ដែលមានបាតជាចតុកោណកែងដែលមានវិមាត្រ $2cm$, $3cm$ និង $4cm$ ។

គេបាន $V = 2cm \times 3cm \times 4cm = 24cmm^3$ ។

សម្គាល់ ព្រីសទាំងអស់មិនមែនសុទ្ធតែមានបាតជាចតុកោណកែងទេ ។



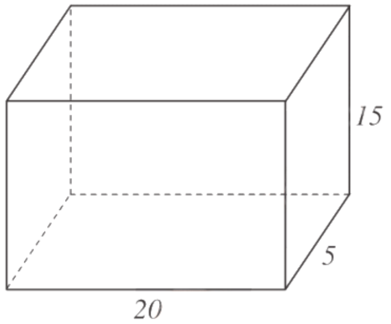
ព្រីសត្រីមុខ ព្រីសចតុមុខ ព្រីសបញ្ចមុខ

ម្យ៉ាងទៀត

ជាទូទៅ	ព្រីសដែលមានផ្ទៃក្រឡាបាត B ឯកតាផ្ទៃ និងកម្ពស់ h ឯកតាផ្ទៃ ។ នោះមាឌព្រីសកំណត់ដោយ $V=Bh$ ឯកតាផ្ទៃ ។

លំហាត់គំរូទី១ គណនាមាឌព្រីសត្រង់ដែលមានបាតជាចតុកោណកែងដូចរូបខាងក្រោម ។

ចម្លើយ គណនាមាឌព្រីសត្រង់



ដោយ $a=20$, $b=5$, $h=15$

មាឌព្រីសកំណត់ដោយ $V=a\times b\times h$

គេបាន $V=20\times5\times15=1500$ ឯកតាមាឌ

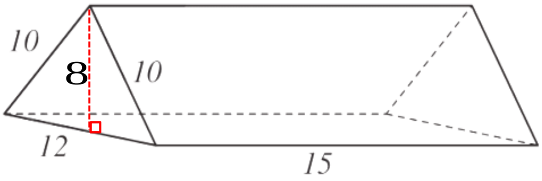
ម្យ៉ាងទៀត

គេបាន $V=Bh=(20\times5)\times15=1500$ ឯកតាមាឌ

ដូចនេះ មាឌព្រីសត្រង់គឺ $V=1500$ ឯកតាមាឌ។

លំហាតគំរូទី២ គណនាមាឌព្រីសត្រីមុខ (ដូចរូប) ។

ចម្លើយ គណនាមាឌព្រីសត្រីមុខ



ដោយបាតនៃព្រីសជាត្រីកោណនោះ

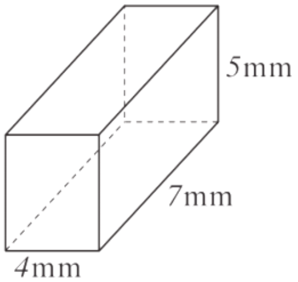
គេកំណត់ផ្ទៃក្រឡាបាត $B=\frac{1}{2}\times12\times8=48$ ឯកតាផ្ទៃ

មាឌព្រីសគឺ $V=Bh=48\times15=720$ ឯកតាមាឌ

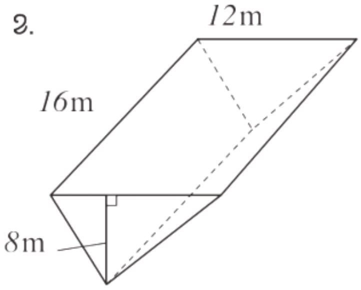
ដូចនេះ មាឌព្រីសត្រីមុខគឺ $V=720$ ឯកតាមាឌ ។

ប្រតិបត្តិ គណនាមាឌនៃព្រីសដូចរូបខាងក្រោម ។

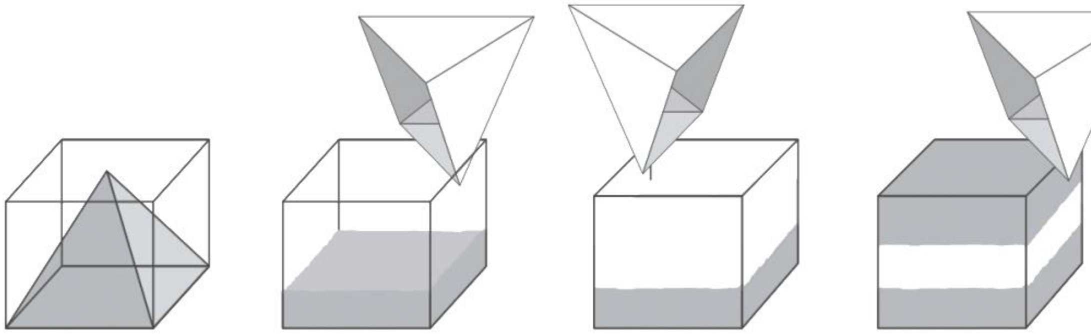
ក.



ខ.



១២.៧. មាឌពីរ៉ាមីត



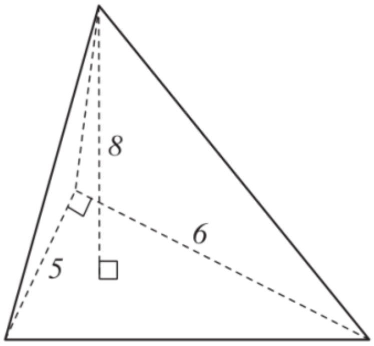
ដោយគេធ្វើពិសោធន៍មួយដើម្បីរកឱ្យឃើញនូវទំនាក់ទំនងរវាងមាឌពីរ៉ាមីត និងមាឌព្រីសដែលមាន លក្ខណ្ឌដូចខាងក្រោមៈ

1. គេយកបាតពីរ៉ាមីត និងបាតព្រីសប៉ុនគ្នា ។
2. កម្ពស់ពីរ៉ាមីត និងកម្ពស់ព្រីសប៉ុនគ្នាដែរ ។

គេសង្កេតឃើញថា មាឌពីរ៉ាមីតតូចជាមាឌព្រីស ។ ឱ្យសិស្សប្រើគំរូនេះនិងខ្សាច់ពណ៌ ដើម្បីធ្វើការប្រៀបធៀបមាឌរបស់ពីរ៉ាមីតនិងមាឌព្រីស ។ គេឃើញថា មាឌព្រីសត្រូវបានបំពេញដោយមាឌពីរ៉ាមីត **បីដង** ។ គេអាចសន្និដ្ឋានបានថា **មាឌពីរ៉ាមីតស្មើមួយភាគបីនៃមាឌព្រីស** ។

ជាទូទៅ ពីរ៉ាមីតដែលមានផ្ទៃក្រឡាបាត B ឯកតាផ្ទៃ និងកម្ពស់ h ឯកតាផ្ទៃ ។
នោះមាឌពីរ៉ាមីតកំណត់ដោយ $V=\frac{1}{3}B\times h$ ឯកតាផ្ទៃ ។

លំហាត់គំរូទី១ គណនាមាឌពីរ៉ាមីតត្រីមុខ (ដូចរូប) ។



ចម្លើយ គណនាមាឌពីរ៉ាមីតត្រីមុខ

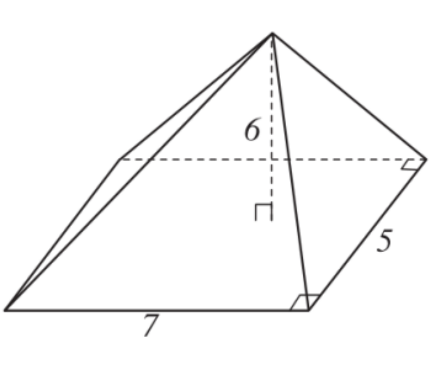
ដោយបាតនៃពីរ៉ាមីតជាត្រីកោណនោះ

គេកំណត់ផ្ទៃក្រឡាបាត $B=\frac{1}{2}\times5\times6=15$ ឯកតាផ្ទៃ

មាឌពីរ៉ាមីតកំណត់ដោយ $V=\frac{1}{3}B\times h=\frac{1}{3}15\times8=40$ ឯកតាមាឌ

ដូចនេះ មាឌពីរ៉ាមីតត្រីមុខគឺ $V=40$ ឯកតាមាឌ ។

លំហាត់គំរូទី២ គណនាមាឌពីរ៉ាមីតចតុមុខ (ដូចរូប) ។



ចម្លើយ គណនាមាឌពីរ៉ាមីតចតុមុខ

ដោយបាតនៃពីរ៉ាមីតជាចតុកោណកែងនោះ

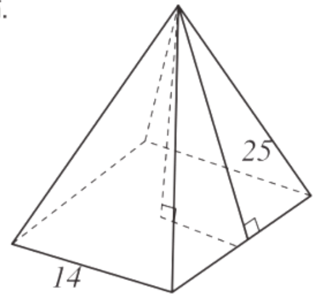
គេកំណត់ផ្ទៃក្រឡាបាត $B=7\times5=35$ ឯកតាផ្ទៃ

មាឌពីរ៉ាមីតកំណត់ដោយ $V=\frac{1}{3}B\times h=\frac{1}{3}35\times 6=70$ ឯកតាមាឌ

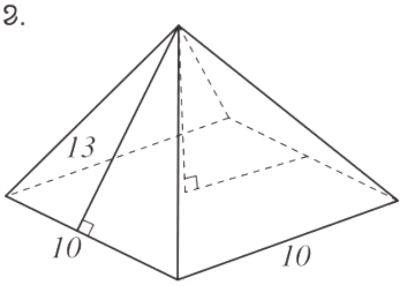
ដូចនេះ មាឌពីរ៉ាមីតចតុមុខគឺ $V=70$ ឯកតាមាឌ ។

ប្រតិបត្តិ គណនាមាឌនៃពីរ៉ាមីតដែលមានបាតជាការេដូចរូបខាងក្រោមនេះ ។

ក.



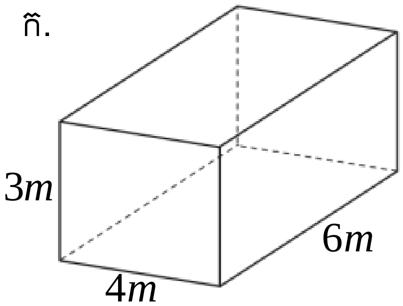
ខ.



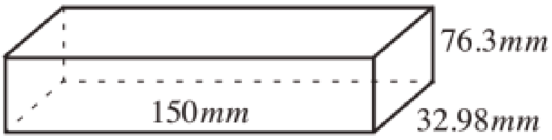
លំហាត់អនុវត្ត

1. រកផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់នៃប្រលេពីប៉ែតកែងនិង គូបខាងក្រោម ។

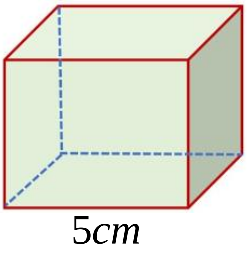
ក.



.ខ



គ.

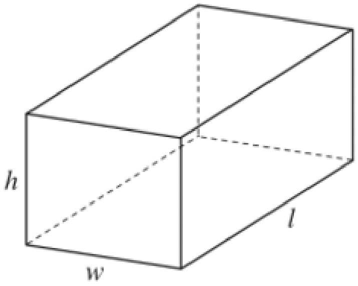


2. គណនាផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់នៃប្រលេពីប៉ែតកែងដែលមានវិមាត្រដូចខាងក្រោម ។

ក. $l = 13cm$, $w = 6cm$, $h = 10cm$

ខ. $l = 12mm$, $w = 8mm$, $h = 13mm$

គ. $l = 8dm$, $w = 11dm$, $h = 19mm$

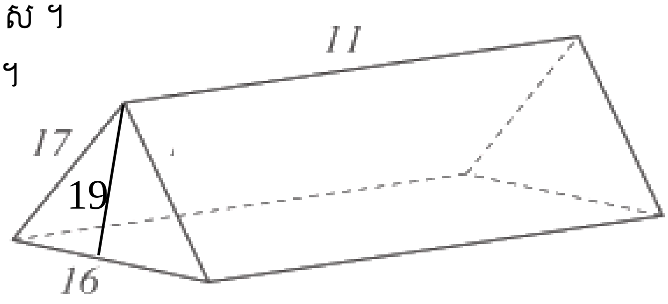


3. គេមានព្រីសត្រីមុខដែលមានបាតជាចតុកោណសមបាត ។ ចូរគណនា

ក. ផ្ទៃក្រឡាមុខខាងនៃព្រីស ។

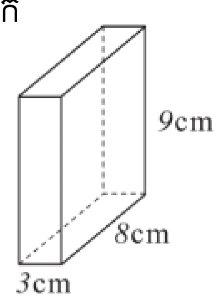
ខ. ផ្ទៃក្រឡាបាតមួយនៃព្រីស ។

គ. ផ្ទៃក្រឡាសរុបនៃព្រីស ។

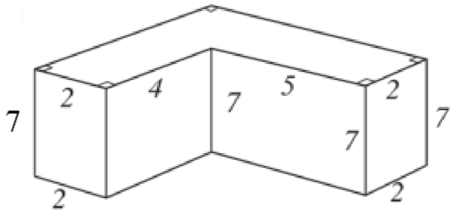


4. គណនាផ្ទៃក្រឡាខាង និងផ្ទៃក្រឡាសរុបនៃព្រីសត្រង់ដូចរូបខាងក្រោម ។

ក



ខ



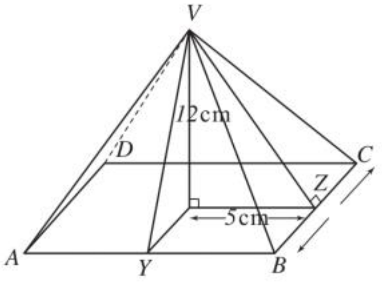
5. គេមានពីរ៉ាមីតចតុមុខដែលមានបាតជាចតុកោណកែងហើយចំណុច Y, Z ជាចំណុចកណ្តាលរៀង នៃជ្រុង AB, BC រៀងគ្នា ។ O ជាផ្ចិតនៃបាតពីរ៉ាមីត ។

គណនា

ក. មាឌពីរ៉ាមីតចតុមុខ ។

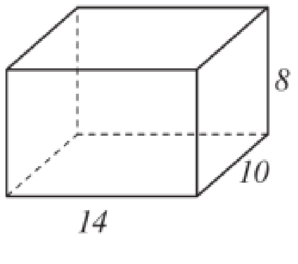
ខ. ផ្ទៃក្រឡាខាងនៃពីរ៉ាមីតចតុមុខ ។

គ. ផ្ទៃក្រឡាសរុបនៃពីរ៉ាមីតចតុមុខ ។

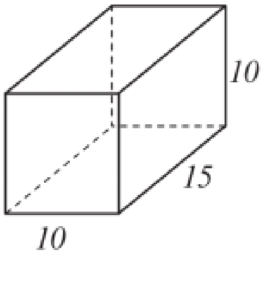


6. គណនាមាឌខាងក្រោម ។

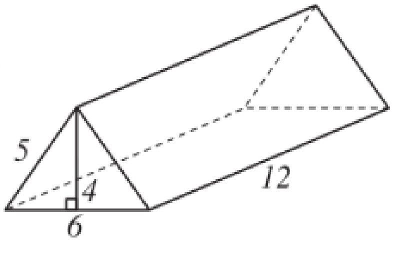
ក.



ខ.



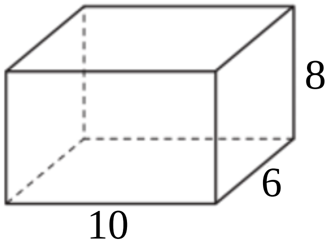
គ.



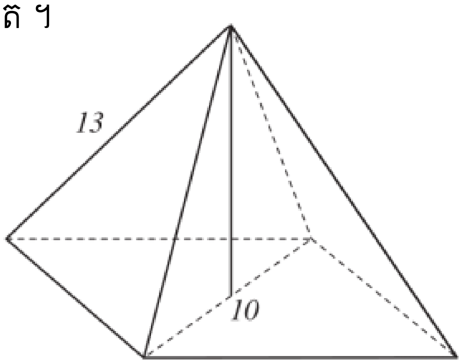
7. គេផលិតកេសដែកមួយដែលមានរាងជាប្រលេពីប៉ែតកែងដែលមានវិមាត្រដូចក្នុងរូប ។

ក. គណនាមាឌនៃកេសដែកនោះ ។

ខ. គណនាផ្ទៃក្រឡាសរុបនៃកេសដែកនោះ ។



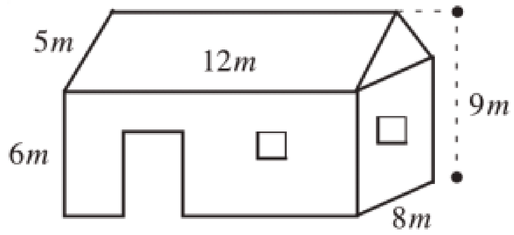
8. បាតនៃពីរ៉ាមីតមានរាងជាការេដែលមានអង្កត់ទ្រូងរង្វាស់ $10dm$ ។ ទ្រនុងខាងនីមួយៗមានរង្វាស់ $13dm$ ។ គណនាមាឌនៃពីរ៉ាមីត ។



9. ផ្ទះមួយមានរាងប្រលេពីប៉ែតកែង ហើយមានដំបូលជារាងព្រីសត្រង់បន្ទុបពីលើ (ដូចរូបស្តាំ) ។

ក. គណនាមាឌនៃផ្ទះនេះ ។

ខ. បើផ្ទះនេះ គេប្រក់ក្បឿង 25 សន្លឹកក្នុង $1m^2$ ហើយបែកអស់ 5% នៅពេលប្រក់ ។ តើគេត្រូវការប្រើក្បឿងប៉ុន្មានសន្លឹក ?

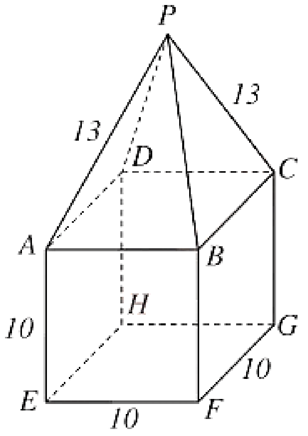


10. គេមានសូលីតមួយផ្គុំឡើងដោយព្រីស និងពីរ៉ាមីតនិយ័ត ។

ក. តើ $ABCD$ ជាពហុកោណនិយ័តដែរឬទេ ?

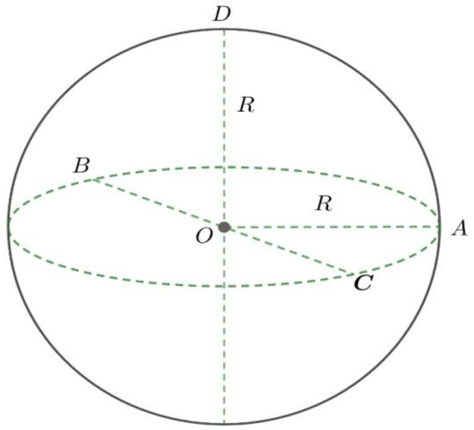
ខ. តើសូលីតនេះមានមុខខាងប៉ុន្មាន ?

គ. គណនាផ្ទៃក្រឡាសរុបនៃសូលីតនេះ ។



មេរៀនទី១៣ សូលីត

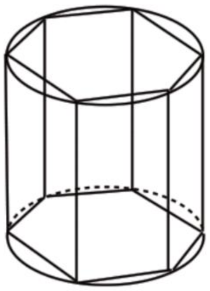
១៣.១. ស្វ៊ែរ



- O ហៅថា ផ្ចិតនៃប៉ូល ឬ ស្វ៊ែរ
- $[OA],[OD]$ ហៅថាកាំ, $OA = OB = OC = OD = R$
- $[BC]$ ហៅថាផ្ចិត , $BC = 2R$

១៣.២. ស៊ីឡាំង

១៣.២.១. មាឌស៊ីឡាំង



ឧទាហរណ៍ គេមានព្រីសត្រង់ដែលមានបាតជាឆកោណនិយ័តចារឹកក្នុងរង្វង់បាតនៃស៊ីឡាំង។ ទ្រនុងនៃព្រីសជាជនេត្រនៃស៊ីឡាំងហើយកម្ពស់ព្រីសជាកម្ពស់នៃស៊ីឡាំង។ បើគេបង្កើនចំនួនជ្រុងនៃបាតព្រីសឱ្យកាន់តែច្រើននោះផ្ទៃបាតនៃព្រីសខិតទៅរកផ្ទៃបាតនៃស៊ីឡាំងហើយព្រីសខិតទៅរកស៊ីឡាំងដែរ ។

គេសន្មតថា : មាឌរបស់ស៊ីឡាំងស្មើនឹងផ្ទៃក្រឡាបាតគុណនឹងកម្ពស់ ។

បើ h ជារង្វាស់កម្ពស់ ហើយ S ជាផ្ទៃក្រឡាបាត និង V ជាមាឌនៃស៊ីឡាំង

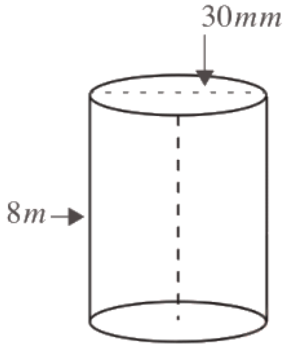
នោះគេបាន $V = Sh$ តែ $S = \pi R^2$

នាំឱ្យគេបាន

រូបមន្តមាឌស៊ីឡាំង $V = \pi R^2 h$

លំហាត់គំរូទី១ ដែកមួយកំណាត់មានរាងស៊ីឡាំងត្រង់ មានប្រវែង $8m$ ។ អង្កត់ផ្ចិតនៃមុខកាត់ស្មើនឹង $30mm$ ។ គណនាមាឌដែកគិតជា dm^3 ។ $(\pi = 3.14)$

ចម្លើយ ផ្ទៃក្រឡាបាត : $S_B = \pi R^2 = 3.14 \times \left(\frac{30}{2}\right)^2 = 706.5mm^2$



មាឌដែក $V = S \times h$

ដោយ $8m = 8000mm$

គេបាន $V = 706.5 \times 8000 = 5652000mm^3$

ហើយ $5652000mm^3 = 5.652dm^3$

ដូចនេះ មាឌរបស់ដែកគឺ $V = 5.652dm^3$

លំហាត់គំរូទី២ រកមាឌនៃប្រអប់ស្លាម្លូតាមរូបខាងក្រោម។ $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$

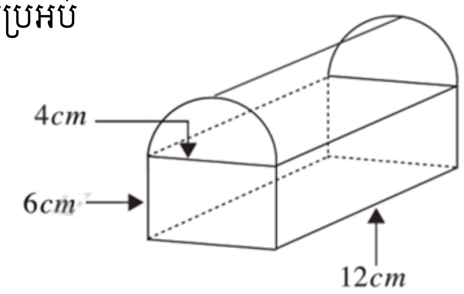
ចម្លើយ មាឌប្រអប់ស្លាម្លូ $V = V_1 + V_2$ ដែល V_1 ជាមាឌរបស់ក្តាមឈ្លូសគ្មានគម្រប

$V_1 = 4 \times 6 \times 12 = 288cm^3$ V_2 ជាគម្របប្រអប់

$V_2 = \frac{1}{2}\left[\frac{22}{7} \times \left(\frac{4}{2}\right)^2 \times 12\right] = 75.428cm^3$

$V_2 = 288cm^3 + 75.428cm^3 = 363.428cm^3$

ដូចនេះ មាឌប្រអប់ស្លាម្លូគឺ $V = 363.428cm^3$

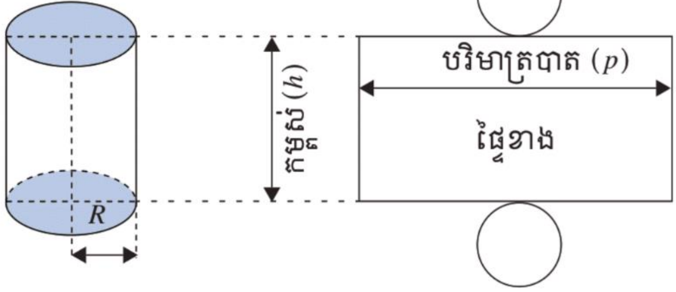


ប្រតិបត្តិ១ សុខាធ្វើបំពង់មួយដោយយកក្រដាសកាតុងមានរាងចតុកោណកែងដែលមានបណ្តោយ $96.2dm$ និងទទឹង $64.8dm$ ហើយបិទមុខវាភ្ជិតជាប់គ្នា $2dm$ ។ តើសុខាត្រូវមូរតាមបណ្តោយ ឬតាមទទឹងដើម្បីឱ្យបានមាឌធំបំផុត ?

១៣.២.២. ផ្ទៃក្រឡាខាងស៊ីឡាំង

ឧទាហរណ៍ បើគេរះពន្លាតធុងមួយមានរាងស៊ីឡាំង (ដូចរូបខាងក្រោម) មកដាក់នៅលើប្លង់មួយ នោះគេបានចតុកោណកែងមួយ និងរង្វង់ពីរដែលមាន :

- បណ្តោយជាបរិមាត្រនៃបាតសបាត
- ទទឹងរបស់វាជាកម្ពស់នៃស៊ីឡាំង

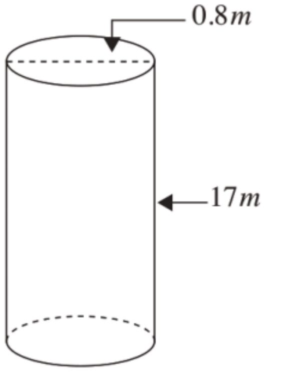


យើងបានរូបមន្ត

> ផ្ទៃក្រឡាខាងនៃស៊ីឡាំង = បរិមាត្ររង្វង់បាត $\times$ កម្ពស់ ឬ $S_L = p\times h = 2\pi Rh$
>
> ផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់ = ផ្ទៃក្រឡាខាង + 2 ផ្ទៃក្រឡាបាត ឬ $S_T = 2\pi Rh + 2\pi R^2$

លំហាត់គំរូទី១ គណនាផ្ទៃក្រឡាខាងបំពង់ទឹកដែល

$D = 0.8m, h = 17m$ ។ $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$



ចម្លើយ គណនាផ្ទៃក្រឡាខាងបំពង់ទឹក

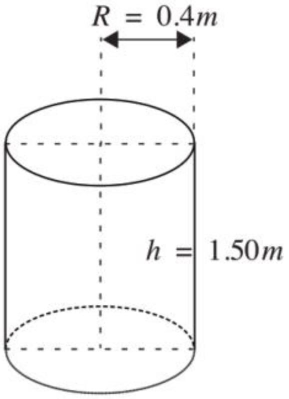
ដោយ $R = \frac{D}{2} = \frac{0.8}{2} = 0.4m$

នាំឱ្យ $S_L = 2\pi Rh = 2\times\frac{22}{7}\times 0.4\times 17 = 42.74m^2$

ដូចនេះ $S_L = 42.74m^2$

លំហាត់គំរូទី២ គណនាផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់នៃធុងសាំងមួយមានរាងជាស៊ីឡាំង

ដែល $1.50m$, $R = 0.4m$ ។ $(\pi = 3.14)$



ចម្លើយ គណនាផ្ទៃក្រឡាខាង

$S_L = 2\pi Rh = 2\times 3.14\times 0.4\times 1.50 = 3.768m^2$

គណនាផ្ទៃក្រឡាបាត :

$S_B = 2\pi R^2 = 2\times 3.14\times (0.4)^2 = 1.0048m^2$

ផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់ $S_T = 3.768m^2 + 1.0048m^2 = 4.7728m^2$

ដូចនេះ ផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់គឺ $S_T = 4.7728m^2$

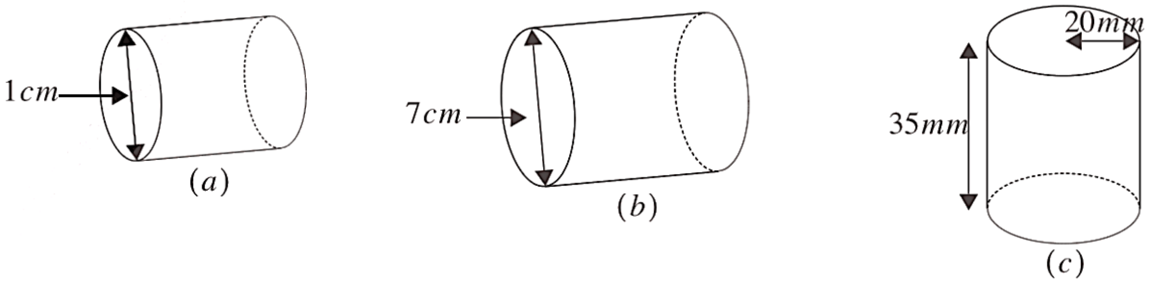
ប្រតិបត្តិ១ ស៊ីឡាំងមួយមានមាឌ $1550.25dm^3$ និងកម្ពស់ $12.5dm$ ។

ក. គណនាផ្ទៃក្រឡាបាត

ខ. គណនាផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់

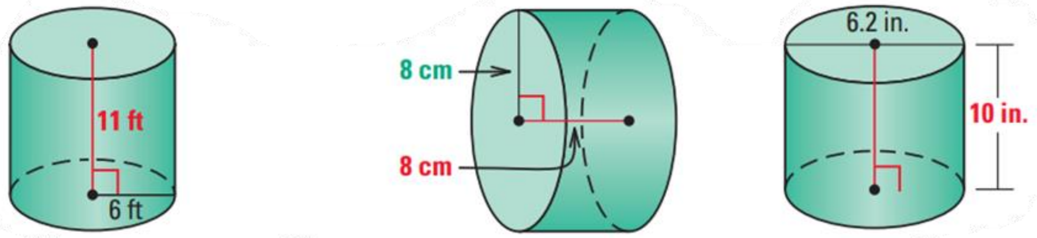
គ. គណនារង្វាស់កាំ ($\pi = \frac{22}{7}$ រួចមើលតារាងការេ)

ប្រតិបត្តិ២ រកមាឌ និងផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់នៃរូបខាងក្រោម៖



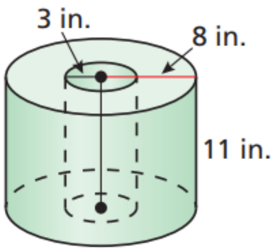
(a) (b) (c)

ប្រតិបត្តិ៣ រកមាឌ និងផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់នៃរូបខាងក្រោម៖

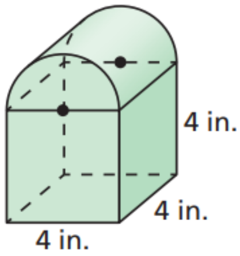


ប្រតិបត្តិ៤ រកមាឌរបស់រូបខាងក្រោម៖

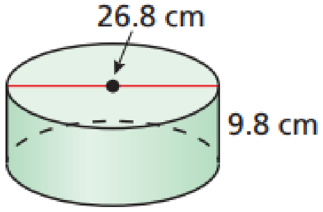
ក.



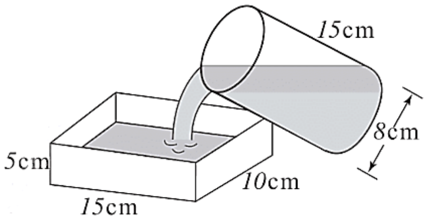
ខ.



គ.



ប្រតិបត្តិ៥ គេផ្ទេរទឹកពេញពីកែវរាងស៊ីឡាំងទៅផើងរាងប្រលេពីប៉ែតកែងដូចក្នុងរូប ។ តើទឹកក្នុងផើង ហៀរចេញឬទេ?



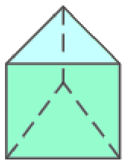
ប្រតិបត្តិ៦ រថយន្តមួយមានធុងសាំងរាងស៊ីឡាំងដែលមានអង្កត់ផ្ចិត 68cm និងបណ្ដោយ 42cm ។

ក. រកចំណុះធុងសាំងរថយន្ត ។

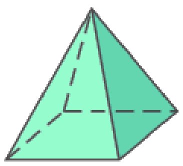
ខ. បើធុងសាំងនោះមានសាំងពេញ។ រថយន្តធ្វើដំណើរពីភ្នំពេញឆ្ពោះទៅកាន់ខេត្តព្រះវិហារ ដែលមានចម្ងាយផ្លូវ 294km (តាមផ្លូវជាតិលេខ 64) ហើយស្អែកឡើងត្រលប់មកវិញ ។ តើគេត្រូវទិញសាំងថែមទៀតឬទេ? ដោយដឹងថារថយន្តនោះស៊ីសាំង 8.71 ក្នុង 100km ។

១៣.៤. ផ្ទៃក្រឡានៃសូលីត

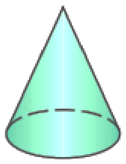
សូលីតចែកចេញជា៥ប្រភេទគឺ ព្រីស ពីរ៉ាមីត កោណ ស៊ីឡាំង និងស្វ៊ែ ដែល ព្រីស និងពីរ៉ាមីត គឺជាពហុមុខ ចំណែកឯ កោណ ស៊ីឡាំង និងស្វ៊ែមិនមែនជាពហុមុខទេ។



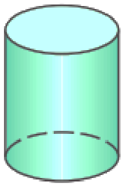
ព្រីស



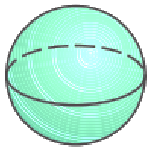
ពីរ៉ាមីត



កោណ



ស៊ីឡាំង



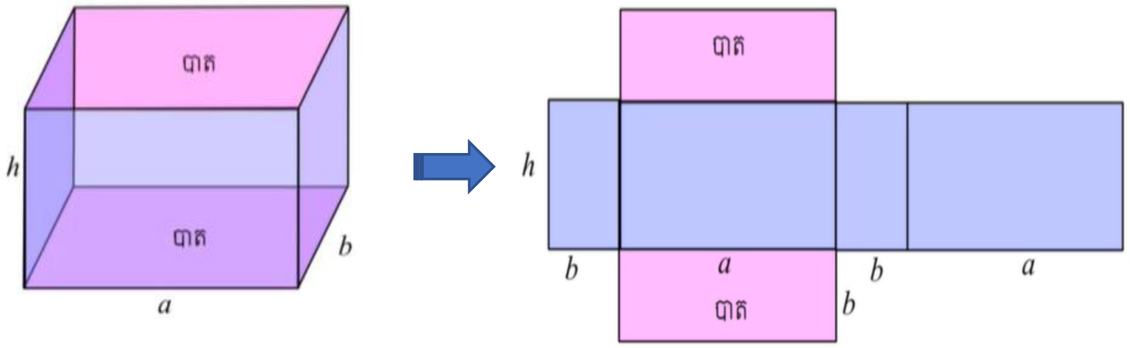
ស្វ៊ែ

- ពហុមុខនិយ័ត គឺជាពហុមុខដែលមានមុខទាំងអស់ជាពហុកោណប៉ុនគ្នា។

១៣.៤.១. ផ្ទៃក្រឡាប្រលេពីប៉ែតកែង ផ្ទៃក្រឡាគូប

ឧទាហរណ៍ គេមានប្រលេពីប៉ែតកែងដែលមានទ្រនុង a , b , c ធ្វើពីក្រដាស ។ បើគេកាត់ប្រលេពីប៉ែតកែងតាមទ្រនុង និងតាមជុំវិញបាតទាំងពីរ រួចគេលាតសន្ធឹងវានៅលើប្លង់មួយ នោះគេបានផ្ទៃមួយផ្សំដោយបាត ទាំងពីរនៃប្រលេពីប៉ែតកែង និងផ្ទៃកមួយទៀតមានរាងចតុកោណកែងមួយដែលមាន ៖

- បណ្តោយស្មើនឹងបរិមាត្រនៃបាត $p=b+a+b+a=2(a+b)$
- ទទឹងស្មើនឹងកម្ពស់ h



គេតាង (S_L) ជាផ្ទៃក្រឡាមុខខាងប្រលេពីប៉ែតកែង ។

(S_T) ជាផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់ប្រលេពីប៉ែតកែង ។

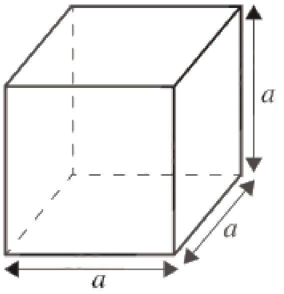
(S_B) ជាផ្ទៃក្រឡាបាតប្រលេពីប៉ែតកែង ។

គេកំណត់បាន៖

ផ្ទៃក្រឡាមុខខាងប្រលេពីប៉ែតកែងគឺ $S_L=p\times h=2(a+b)\times h$ ផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់ប្រលេពីប៉ែតកែងគឺ $S_T=2S_B+S_L$

សម្គាល់៖

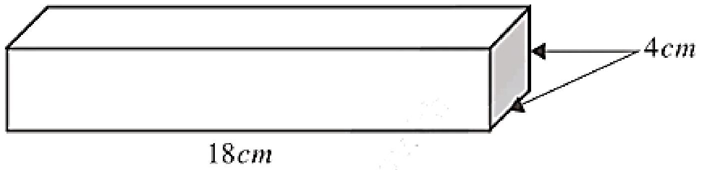
- បើព្រីសត្រង់មានបាតជាចតុកោណកែង នោះគេហៅថា **ប្រលេពីប៉ែតកែង ។**
- បើមុខទាំង 6 នៃប្រលេពីប៉ែតកែងជាការេប៉ុនៗគ្នា នោះគេហៅថា **គូប ។**



គេកំណត់បាន៖

ផ្ទៃក្រឡាមុខខាងការេគឺ $S_L = p\times h = 4a\times a = 4a^2$
ផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់នៃការេគឺ $S_T = 2S_B + S_L = 2a^2 + 4a^2 = 6a^2$

លំហាត់គំរូទី១ គណនាផ្ទៃក្រឡាខាងទាំងអស់នៃដុំឈើ (ដូចរូប) ។



ចម្លើយ គណនាផ្ទៃក្រឡាខាងទាំងអស់នៃដុំឈើ

ដោយដុំឈើមានរាងជាប្រលេពីប៉ែតកែងដែលមានបាតជាការេ

មានបណ្ដោយ $a = 18cm$ ទទឹង $b = 4cm$ និងកម្ពស់ $h = 4cm$

គេបាន ផ្ទៃក្រឡាមុខខាងគឺ $S_L = p\times h = 2(18+4)\times 4 = 176cm^2$

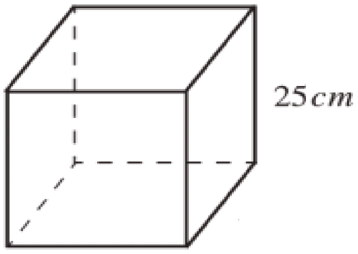
និងផ្ទៃក្រឡាបាតគឺ $S_B = 4\times 4 = 16cm^2$

នាំឱ្យ ផ្ទៃក្រឡាមុខខាងអស់នៃដុំឈើគឺ $S_T = S_L + 2S_B = 176cm^2 + (2\times 16cm^2) = 208cm^2$

ដូចនេះ ផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់នៃដុំឈើគឺ $S_T = 208cm^2$ ។

លំហាត់គំរូទី២ គណនាផ្ទៃក្រឡាខាងទាំងអស់នៃគូបដែលមានទ្រនុង $a = 25cm$ (ដូចរូប) ។

ចម្លើយ គណនាផ្ទៃក្រឡាខាងទាំងអស់នៃគូប



គេមាន $a = 25cm$

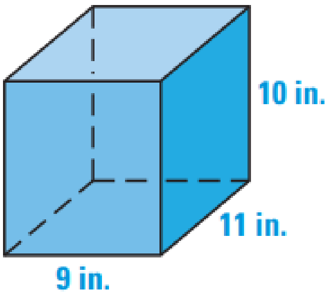
តាមរូបមន្ត $S_T = 6a^2 = 6(25)^2 = 3750cm^2$

ដូចនេះ ផ្ទៃក្រឡាខាងទាំងអស់នៃគូបគឺ $S_T = 3750cm^2$ ។

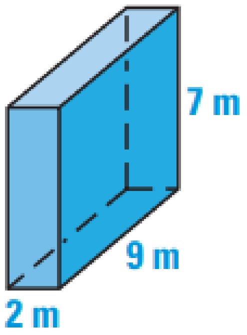
ប្រតិបត្តិ១ គណនាផ្ទៃក្រឡាខាងទាំងអស់នៃគូបដែលមានទ្រនុង $a = 184mm$ ។

ប្រតិបត្តិ២ គណនាផ្ទៃក្រឡាសូលីតខាងក្រោម

ក.

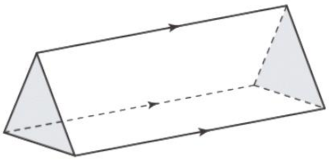


ខ.

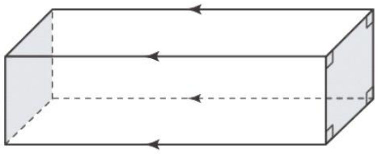


១៣.៤.២. ផ្ទៃក្រឡាព្រីស

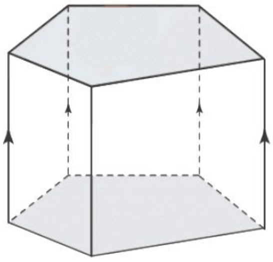
ឧទាហរណ៍ ពហុមុខខាងក្រោមហៅថា **ព្រីស** ។



ព្រីសត្រីមុខ



ព្រីសចតុមុខ



ព្រីសបញ្ចមុខ

លក្ខណៈ [ព្រីស]

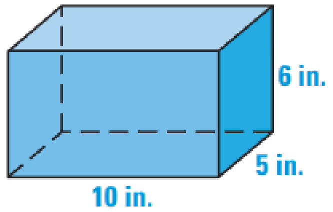
- មានមុខពីរៗស្របគ្នា ហើយប៉ុនគ្នាហៅថា **បាតព្រីស** ។
- ជ្រុងស្របគ្នាដែលភ្ជាប់កំពូលទាំងពីរនៃបាតហៅថា **ទ្រនុង** ។ ចំណែកមុខនៃព្រីសដែលមិនមែនជាបាតហៅថា **មុខខាង** ។
- មុខខាងទាំងអស់នៃព្រីសជាប្រលេឡូក្រាម ។ គេហៅឈ្មោះព្រីសទៅតាមឈ្មោះនៃពហុកោណបាតរបស់វា។
- ព្រីសត្រង់ជាព្រីសដែលមានទ្រនុងខាងកែងនឹងបាត ។ មុខខាងទាំងអស់នៃព្រីសត្រង់ជាចតុកោណកែង ។

គេកំណត់ថា៖

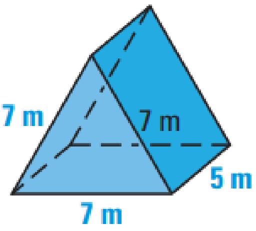
- ផ្ទៃក្រឡាខាងព្រីសជាផលបូកនៃផ្ទៃក្រឡាមុខខាងព្រីសទាំងអស់ ។
- ផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់នៃព្រីសជាផលបូកនៃផ្ទៃក្រឡាមុខខាងព្រីសទាំងអស់និងផ្ទៃក្រឡាបាតទាំងពីរ ។

ប្រតិបត្តិ១ ចូរគណនាផ្ទៃក្រឡារបស់សូលីតខាងក្រោម៖

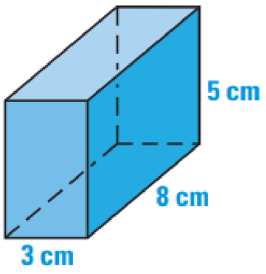
ក.



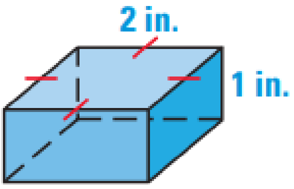
ខ.



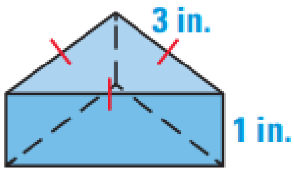
គ.



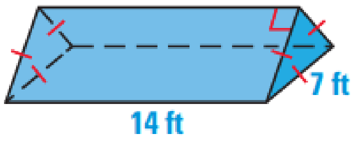
ឃ.



ង.

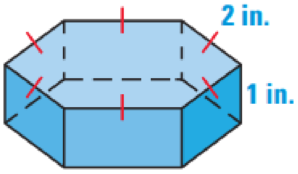


ច.

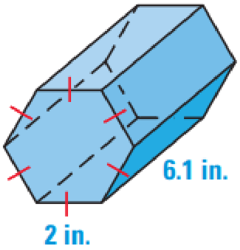


ប្រតិបត្តិ២ គណនាផ្ទៃក្រឡាសូលីតខាងក្រោម៖

ក.



ខ.



១៣.៥. ផ្ទៃក្រឡាខាងព្រីសត្រង់

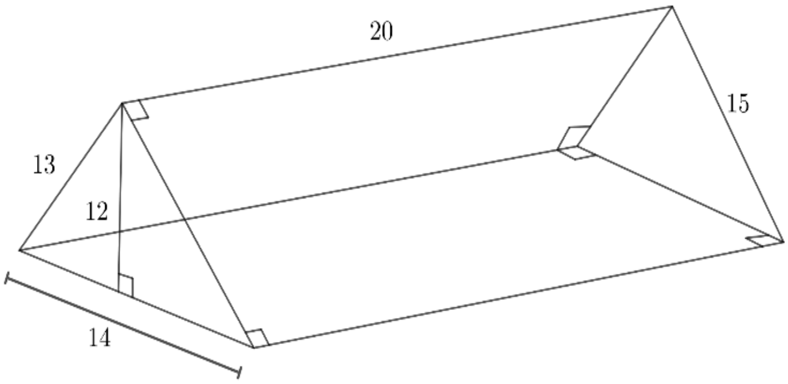
ផ្ទៃក្រឡាខាងព្រីសជាផលបូកនៃផ្ទៃក្រឡាមុខខាងព្រីសទាំងអស់ ។

ផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់នៃព្រីសជាផលបូកនៃផ្ទៃក្រឡាមុខខាងព្រីសទាំងអស់និងផ្ទៃក្រឡាបាតទាំងពីរ ។

លំហាត់គំរូទី១ គេមានព្រីសត្រង់ត្រីមុខដូចរូបខាងស្តាំ ។

ក. គណនាផ្ទៃក្រឡាខាង ។

ខ. គណនាផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់ ។



ចម្លើយ : ព្រីសត្រង់ត្រីមុខមានបាតពីរ
ជាត្រីកោណ និងចតុកោណកែងបីជាមុខខាង។

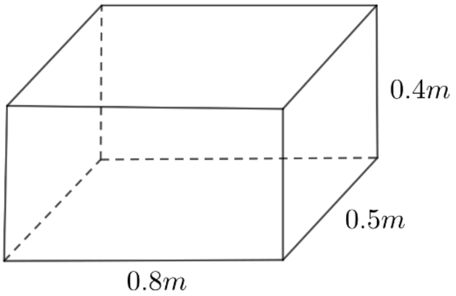
ក. ផ្ទៃក្រឡាខាង $S_l = (13\times20)+(14\times20)+(15\times20)=260+280+300=840$ ឯកតាផ្ទៃ

ខ. ផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់ $S_t = S_l + 2B = 840 + 2\left(\frac{12\times14}{2}\right) = 1008$ ឯកតាផ្ទៃ។

លំហាត់គំរូទី២ គេមានព្រីសត្រង់ចតុមុខដូចរូបខាងស្តាំ

ក. គណនាផ្ទៃក្រឡាខាង។

ខ. គណនាផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់។



ចម្លើយ មុខព្រីសត្រង់ចតុមុខទាំង 6ជាចតុកោណកែងដែលមានមុខឈមគ្នាពីរៗប៉ុនគ្នា។

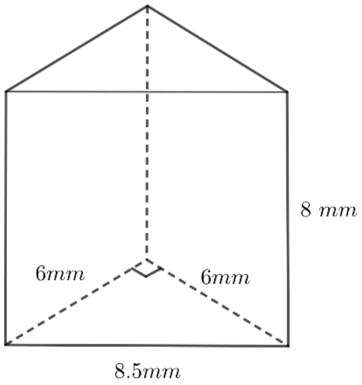
ក. ផ្ទៃក្រឡាខាង $S_l = (0.8\times0.4)\times2+(0.5\times0.4)\times2$

$$=0.32\times2+0.2\times2=0.64+0.4=1.04m^2$$

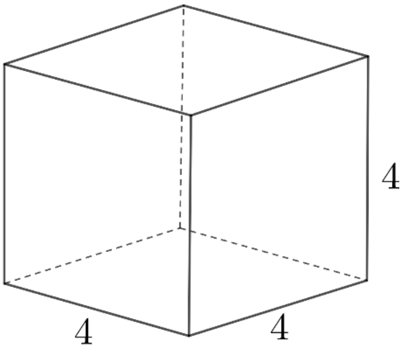
ខ. ផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់ $S_t = S_l + 2B = 1.04+(0.8\times0.5)\times2 = 1.04+0.8 = 1.84m^2$

ប្រតិបត្តិ១ គណនាផ្ទៃក្រឡាខាង និងផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់នៃរូបព្រីសខាងក្រោម៖

ក. ព្រីសត្រង់ត្រីមុខ។ ខ. ព្រីសត្រង់ចតុមុខ។



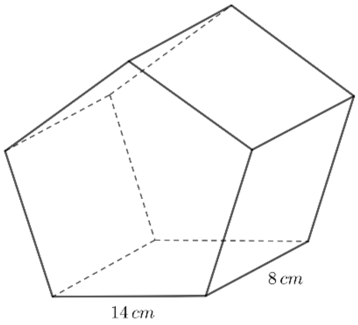
រូប ក



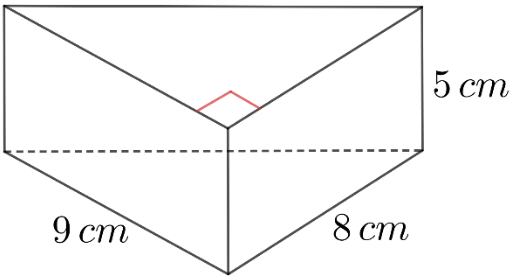
រូប ខ

ប្រតិបត្តិ២ គណនាផ្ទៃក្រឡាខាង និងផ្ទៃក្រឡាសរុបរបស់ព្រីសត្រង់ខាងក្រោម៖

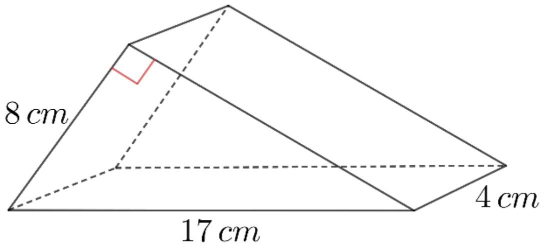
លំហាត់ ក



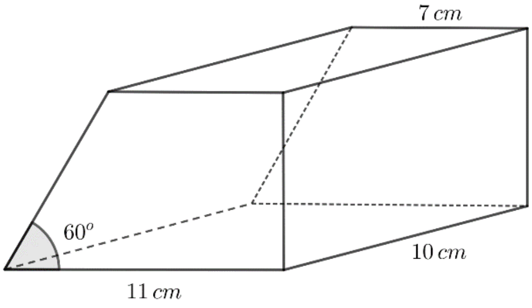
លំហាត់ ខ



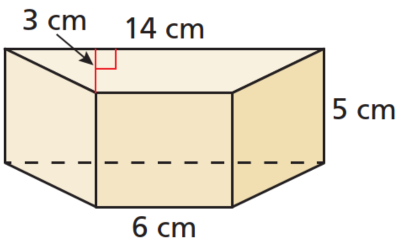
លំហាត់ គ



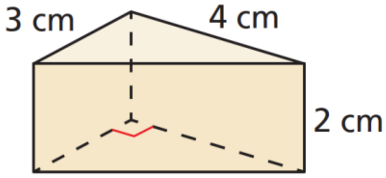
លំហាត់ ឃ



លំហាត់ ង

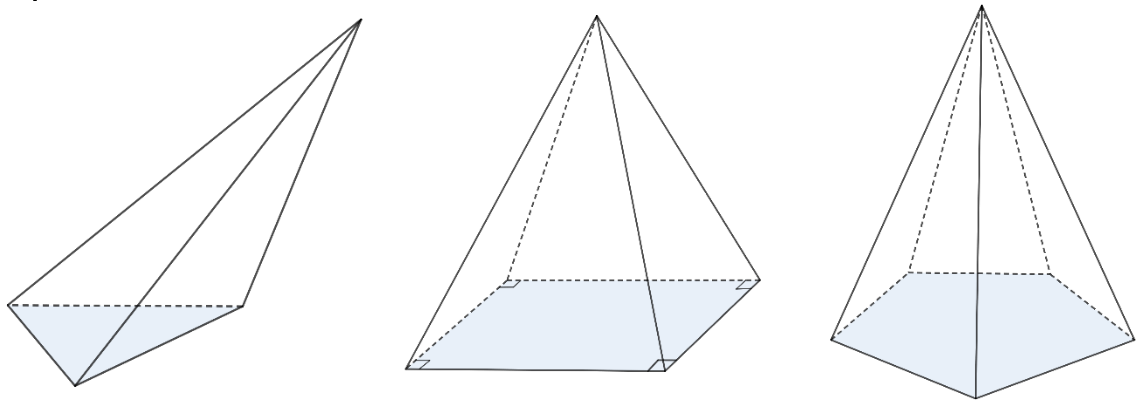


លំហាត់ ច



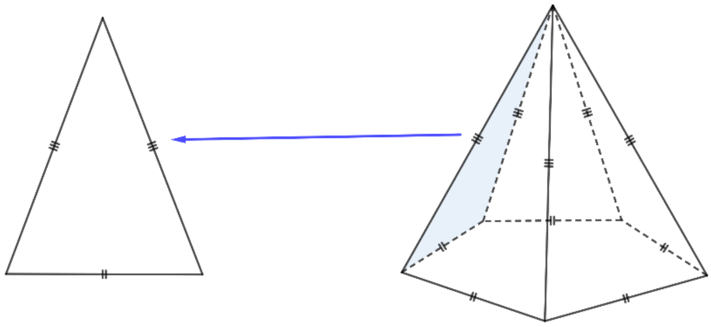
១៣.៦. ផ្ទៃក្រឡាខាងនៃពីរ៉ាមីត

ពីរ៉ាមីតមានបាតតែមួយគត់។ ទ្រនុងទ្រុងទាំងអស់មិនស្របគ្នា ហើយប្រសព្វគ្នាត្រង់ចំណុចមួយហៅថា **កំពូល** ។ មុខទាំងអស់នៃពីរ៉ាមីតជាត្រីកោណ ។ គេហៅឈ្មោះពីរ៉ាមីតទៅ តាមឈ្មោះនៃ**ពហុកោណបាត**។

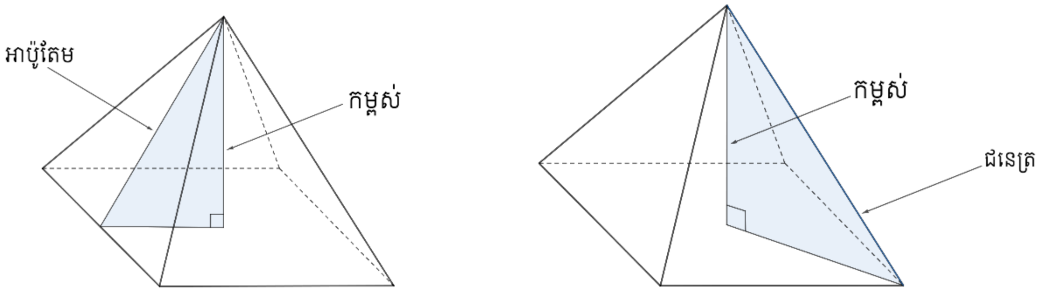


ពីរ៉ាមីតត្រីមុខ ពីរ៉ាមីតចតុមុខ ពីរ៉ាមីតបញ្ចមុខ

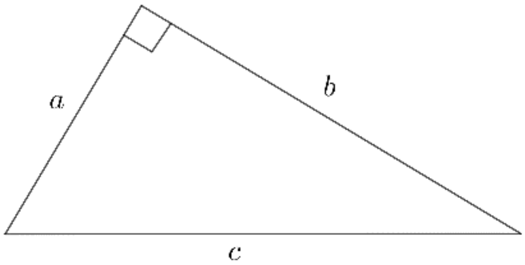
ពីរ៉ាមីតនិយ័តជាពីរ៉ាមីតដែលមានបាតជាពហុកោណនិយ័តនិងទ្រនុងខាងទាំងអស់ប៉ុនគ្នា ។ ដូចនេះមុខខាងទាំងអស់នៃពីរ៉ាមីតនិយ័តជាត្រីកោណសមបាតប៉ុនគ្នា ។



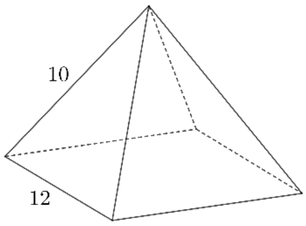
កម្ពស់នៃពីរ៉ាមីតនិយ័តជាអង្កត់កែងដែលគូសពីកំពូលកែងនឹងផ្ចិតនៃពហុកោណបាត ។



សំគាល់ ដើម្បីគណនាជ្រុងនៃត្រីកោណកែង
គេប្រើទ្រឹស្តីបទពីតាករ $c^2 = a^2 + b^2$



លំហាត់គំរូទី១ គេមានពីរ៉ាមីតចតុមុខដូចរូបខាងស្តាំ។



ក. គណនាផ្ទៃក្រឡាខាង។

ខ. គណនាផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់

ចម្លើយ

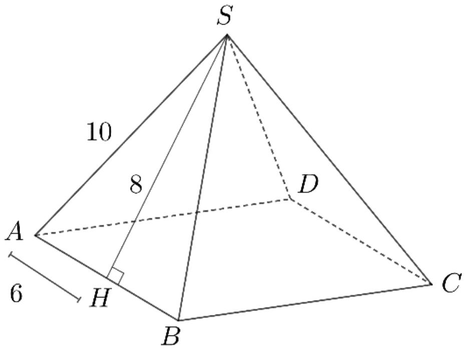
ក. ផ្ទៃក្រឡាខាងជាផលបូកនៃផ្ទៃក្រឡាត្រីកោណសមបាតប៉ុនគ្នាទាំងអស់

តាង H ជាចំណុចកណ្តាលនៃជ្រុង AB ។

តាមទ្រឹស្តីបទពីតាករអនុវត្តក្នុងត្រីកោណ SAH

គេបាន $AH^2 + SH^2 = SA^2$

នោះ $SH^2 = SA^2 - AH^2 = 10^2 - 6^2$ នាំឱ្យ $SH = 8$



ដូចនេះ ផ្ទៃក្រឡាខាង $S_l = 4\times\frac{1}{2}\times(8\times12) = 192$ ឯកតាផ្ទៃ។

ខ. ផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់ជាផលបូកនៃផ្ទៃក្រឡាខាង និងផ្ទៃក្រឡាបាតជាការេ

$S_t = S_l + B = 192 + (12\times12) = 192 + 144 = 366$ ឯកតាផ្ទៃ

លំហាត់គំរូទី២ បាតនៃពីរ៉ាមីតចតុមុខ $ABCDE$ មានរង្វាស់វិមាត្រ $10cm$ និង $18cm$ ។ កម្ពស់មានរង្វាស់ $12cm$ ។ ទ្រនុងខាងទាំងអស់ប៉ុនគ្នា។

ក. តើពីរ៉ាមីត $ABCDE$ ជាពីរ៉ាមីតចតុមុខនិយ័តឬទេ ?

ខ. គណនាផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់។

ចម្លើយ

ក. ពីរ៉ាមីត $ABCDE$ មិនមែនជាពីរ៉ាមីតចតុមុខនិយ័តទេព្រោះបាត $BCDE$ មិនមែនជាចតុកោណនិយ័ត។

ខ. គណនាផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់

ដោយ AH និង AG ជាកម្ពស់នៃមុខខាង។

តាមទ្រឹស្តីបទពីតាករអនុវត្តក្នុងត្រីកោណ AFH

$$AF^2 + FG^2 = AG^2$$

$$12^2 + 9^2 = AG^2$$

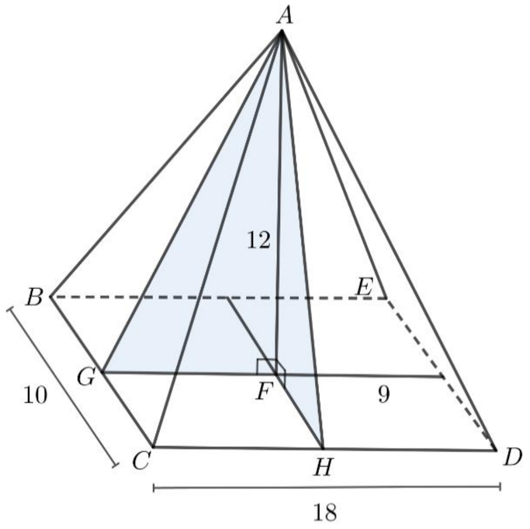
$$15 = AG$$

តាមទ្រឹស្តីបទពីតាករអនុវត្តក្នុងត្រីកោណ AFG គេបាន

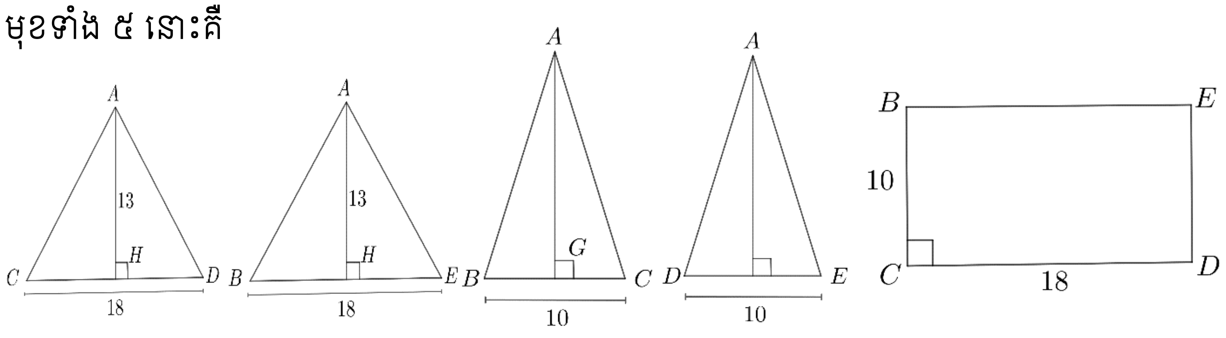
$$AF^2 + FH^2 = AH^2$$

$$12^2 + 5^2 = AH^2$$

$$13 = AH$$



មុខទាំង ៥ នោះគឺ



ខាងមុខ ខាងក្រោយ ខាងឆ្វេង ខាងស្តាំ បាត

$$S_T = S_{ACD} + S_{ABE} + S_{ACB} + S_{AED} + S_{BCDE}$$

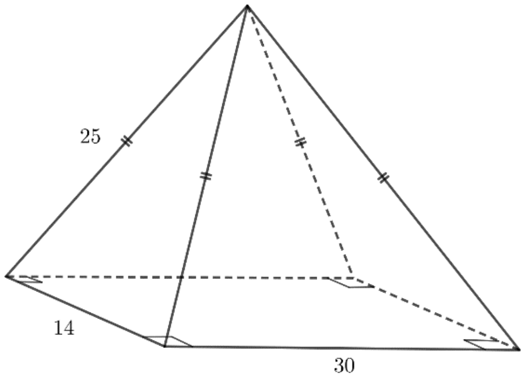
$$S_T = \frac{1}{2}(13\times18) + \frac{1}{2}(13\times18) + \frac{1}{2}(10\times15) + \frac{1}{2}(10\times15) + (10\times18) = 564cm^2$$

ប្រត្តិបត្តិ១ បាតនៃពីរ៉ាមីតចតុមុខជាចតុកោណកែងមានវិមាត្រវង្វាស់ $14cm$ និង $30cm$ ។ ទ្រនុងទាំងអស់ប៉ុនគ្នា។

ក. ហេតុអ្វីបានជាពីរ៉ាមីតនេះមិនជាពីរ៉ាមីតចតុមុខនិយ័ត?

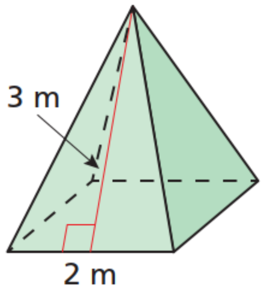
ខ. គណនាផ្ទៃក្រឡាខាង

គ. គណនាផ្ទៃក្រឡាខាងទាំងអស់។

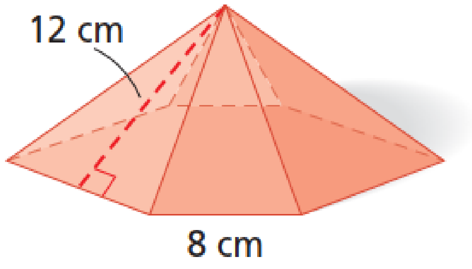


ប្រត្តិបត្តិ២ ចូរគណនាផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់របស់ពីរ៉ាមីតនិយ័តខាងក្រោម៖

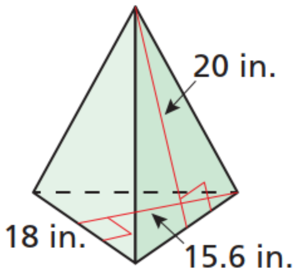
ក.



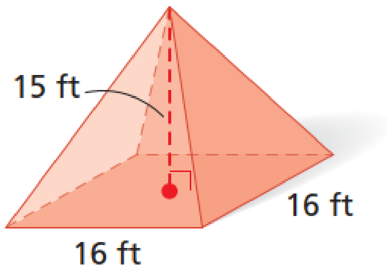
ខ.



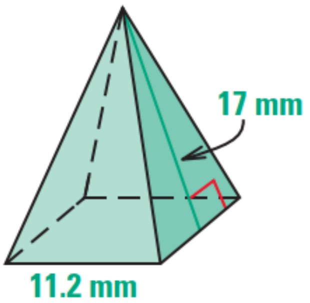
គ.



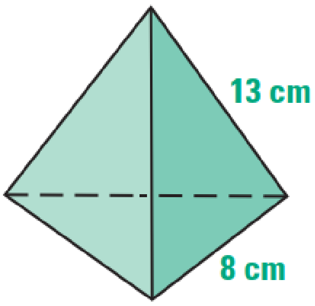
ឃ.



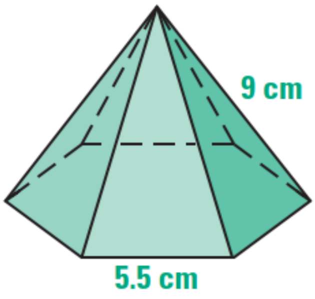
ង.



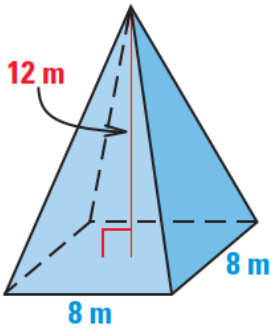
ច.



ជ.

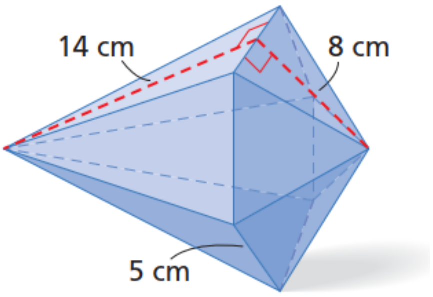


ឈ.

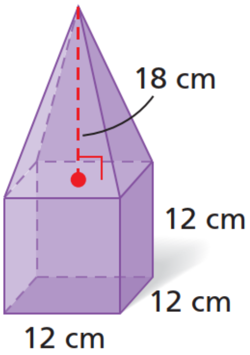


ប្រត្តិបត្តិ៣ ចូរគណនាផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់នៃរូបខាងក្រោម៖

ក.

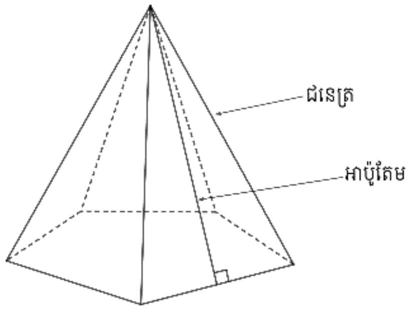


ខ.

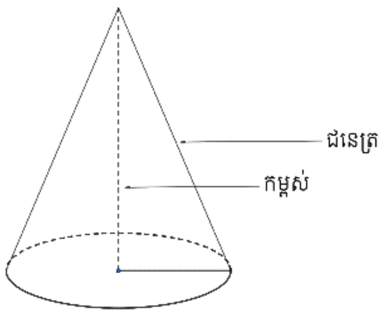


១៣.៧. ផ្ទៃក្រឡាខាងនៃកោណ

កោណមានរាងដូចពីរ៉ាមីត ប៉ុន្តែវាមានបាតជាថាស។ នៅក្នុងពីរ៉ាមីតអាប៉ូតែមនិងជនេត្រមានរង្វាស់មិនស្មើគ្នាទេ តែនៅក្នុងកោណវាមានរង្វាស់ដូចគ្នា ក្នុងមេរៀននេះពាក្យថា កោណ មានន័យថា កោណបរិវត្ត ជាកោណដែលមានកម្ពស់កាត់តាមផ្ចិតនៃថាសបាត ។

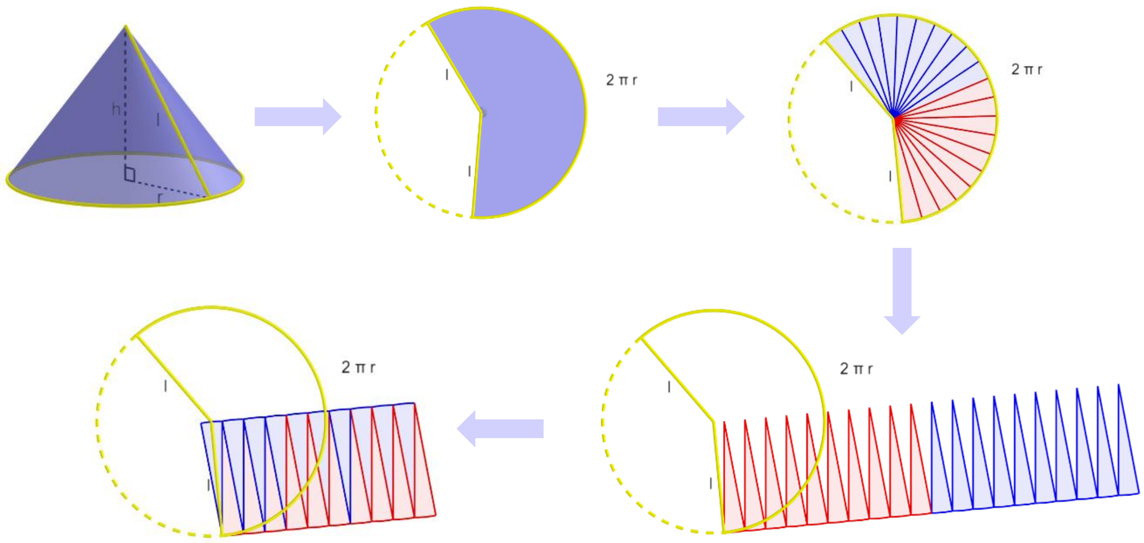


ពីរ៉ាមីត



កោណ

បើគេពន្លាតផ្ទៃខាងកោណតាមជនេត្រមួយ គេបាន

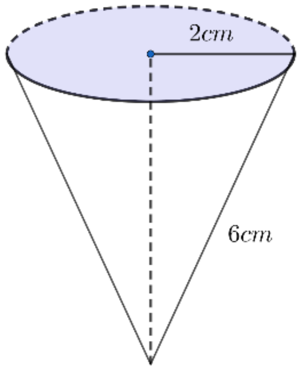


បាតនៃកោណជាថាសកាំ r មានផ្ទៃក្រឡា $B=\pi r^2$ និងផ្ទៃក្រឡាខាងជាចំរៀកថាសដែលគេកាត់វាជាចំរៀកៗហើយផ្គុំជារាងប្រលេឡូក្រាម។ បាតនៃប្រលេឡូក្រាមស្មើពាក់កណ្តាលនៃបរិមាត្របាតកោណឬ $\frac{1}{2}\times 2\pi r=\pi r$ ហើយកម្ពស់ជាជនេត្រនៃកោណ s ។

ដូចនេះ ផ្ទៃក្រឡាខាងកោណគឺ $S_l=\pi rs$ ។

ជាទូទៅ ផ្ទៃក្រឡាខាងកោណដែលមានជនេត្រ s និងកាំបាត r កំណត់ដោយ $S_l=\pi rs$ ។ ផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់នៃកោណជាផលបូកនៃផ្ទៃក្រឡាខាងកោណ និងផ្ទៃក្រឡាបាតកោណ កំណត់ដោយ $S_T=S_l+B=\pi rs+\pi r^2=\pi r(s+r)$

លំហាត់គំរូទី១ គណនាផ្ទៃក្រឡាខាងនិងផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់នៃកោណ $(\pi=3.14)$ ។

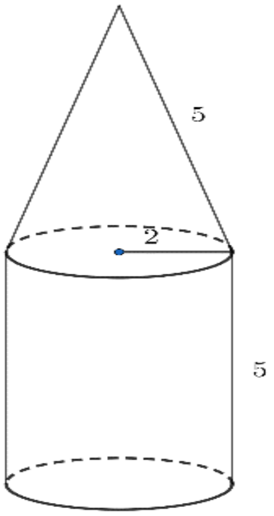


ចម្លើយ ផ្ទៃក្រឡាខាងកោណដែលមានជនេត្រ $S=6cm$ និងកាំបាត $r=2cm$ កំណត់ដោយ $S_l=\pi rs=3.14\times 6\times 2=37.68cm^2$

ផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់នៃកោណជាផលបូលនៃផ្ទៃក្រឡាខាងកោណ និងផ្ទៃក្រឡាបាតកោណកំណត់ដោយ

$S_T=S_l+B=\pi rs+\pi r^2=37.68+3.14\times 2^2=50.24cm^2$

លំហាត់គំរូទី២ គណនាផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់នៃសូលីត $(\pi = 3.14)$។



ចម្លើយ ផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់នៃសូលីតចែកជាបីផ្នែក ផ្ទៃក្រឡាបាត ផ្ទៃក្រឡាខាងស៊ីឡាំង និងផ្ទៃក្រឡាខាងកោណ

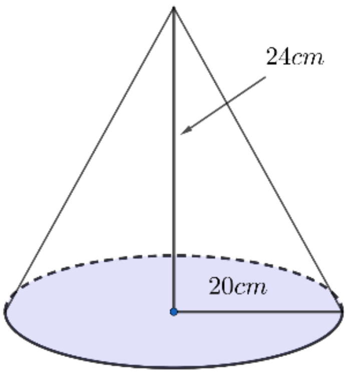
$$S_T = \pi r^2 + 2\pi rh + \pi rs$$

$$S_T = 3.14 \times 2^2 + 2 \times 3.14 \times 2 \times 5 + 3.14 \times 2 \times 5$$

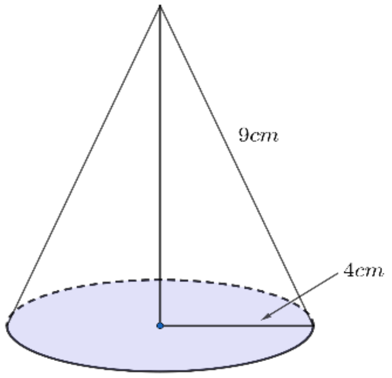
$$S_T = 106.8 \text{ (ឯកតាផ្ទៃ)}$$

ប្រត្តិបត្តិ១ គណនាផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់របស់កោណដូចរូបខាងក្រោម។ គេឱ្យ $(\pi = 3.14)$

ក.

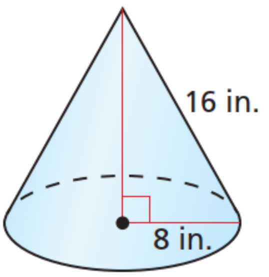


ខ.

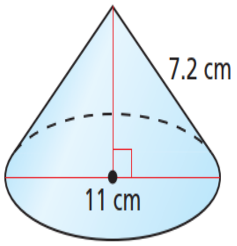


ប្រត្តិបត្តិ២ គណនាផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់របស់កោណដូចរូបខាងក្រោម។ គេឱ្យ $(\pi = 3.14)$

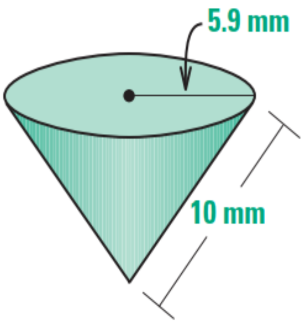
ក.



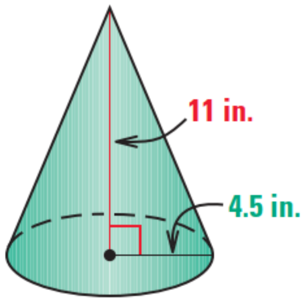
ខ.



គ.



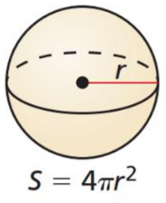
ឃ.



១៣.៨. ផ្ទៃក្រឡាខាងស្វ៊ែ

ផ្ទៃក្រឡាខាងរបស់ស្វ៊ែ កំណត់ដោយ $S = 4\pi r^2$

ដែល S ជាផ្ទៃក្រឡាខាងរបស់ស្វ៊ែ r ជាកាំរបស់ស្វ៊ែ និង $\pi = 3.14$



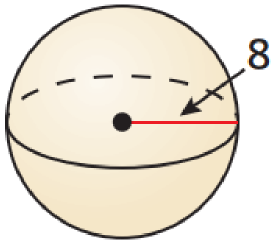
ឧទាហរណ៍ទី១ គណនាផ្ទៃក្រឡាខាងរបស់ស្វ៊ែមួយដែលមានកាំ $r = 8$ ឯកតាប្រវែង។

ចម្លើយ គណនាផ្ទៃក្រឡាខាងរបស់ស្វ៊ែ

ផ្ទៃក្រឡាខាងស្វ៊ែកំណត់ដោយ $S = 4\pi r^2$, $r = 8$ ឯកតាប្រវែង

គេបាន $S = 4\pi \times 8^2 = 4\times 3.14\times 64 = 803.84$ ឯកតាផ្ទៃ

ដូចនេះ ផ្ទៃក្រឡាខាងរបស់ស្វ៊ែ គឺ $S = 803.84$ ឯកតាផ្ទៃ



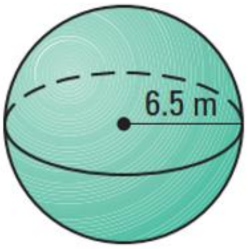
ឧទាហរណ៍ទី២ គណនាផ្ទៃក្រឡាខាងរបស់ស្វ៊ែមួយដែលមានកាំ $r = 6.5m$ ។

ចម្លើយ គណនាផ្ទៃក្រឡាខាងរបស់ស្វ៊ែ

ផ្ទៃក្រឡាខាងស្វ៊ែកំណត់ដោយ $S = 4\pi r^2$, $r = 6.5m$

គេបាន $S = 4\pi \times (6.5)^2 = 4\times 3.14\times 42.25 = 530.66m^2$

ដូចនេះ ផ្ទៃក្រឡាខាងរបស់ស្វ៊ែ គឺ $S = 530.66m^2$

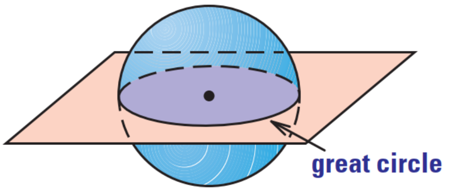


បើប្លង់ (P) មួយកាត់ស្វ៊ែ (S) កាំ r និង (P) កាត់តាមផ្ចិតរបស់ស្វ៊ែ (S) ប្រសព្វរវាងប្លង់ និងស្វ៊ែ កំណត់បានរង្វង់មួយដែលហៅថា អរត្ថូដ្រូម (Great Circle or Orthodrome) ។ បរិមាត្ររបស់អរត្ថូដ្រូម គឺ $P_{GC} = 2\pi r$

➲ ករណីស្គាល់ $P_{GC} = 2\pi r$ នោះ $r = \dfrac{P_{GC}}{2\pi}$

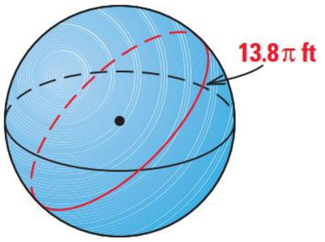
គេដឹងថា $S = 4\pi r^2$

$$S = 4\pi\left(\frac{P_{GC}}{2\pi}\right)^2 = 4\pi\times\frac{P_{GC}^2}{4\pi^2} = \frac{P_{GC}^2}{\pi}$$



ឧទាហរណ៍ទី៣ គណនាផ្ទៃក្រឡាខាងរបស់ស្វ៊ែ មួយដែល Great Circle មានបរិមាត្រ 13.8π ft ។

ចម្លើយ គណនាផ្ទៃក្រឡាខាងរបស់ស្វ៊ែ



ដោយ Great Circle មានបរិមាត្រ $P_{GC} = 13.8\pi \text{ ft}$

តាម $S = \dfrac{P_{GC}^2}{\pi}$

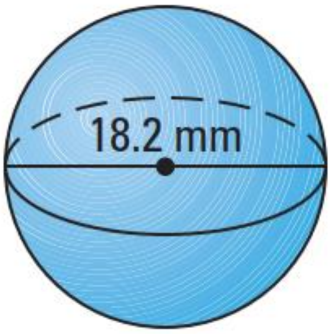
$$S = \frac{(13.8\pi)^2}{\pi} = \frac{190.44\times\pi^2}{\pi} = 190.44\times 3.14 = 597.98\text{ft}^2$$

ដូចនេះ ផ្ទៃក្រឡាខាងរបស់ស្វ៊ែគឺ $S = 597.98\text{ft}^2$

ឧទាហរណ៍ទី៤ គណនាផ្ទៃក្រឡាខាងរបស់ស្វ៊ែ ដែលមានអង្កត់ផ្ចិត $18.2mm$ គិតជា m^2 ។

ចម្លើយ គណនាផ្ទៃក្រឡាខាងរបស់ស្វ៊ែ គិតជា m^2

ផ្ទៃក្រឡាខាងរបស់ស្វ៊ែកំណត់ដោយ $S = 4\pi r^2$



គេមាន $r = \dfrac{d}{2} = \dfrac{18.2\times10^{-3}}{2} = 9.1\times10^{-3}m$

គេបាន $S = 4\pi\times\left(9.1\times10^{-3}\right)^2$

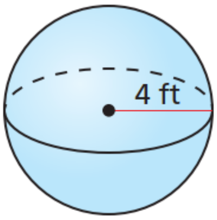
$S = 4\times3.14\times82.81\times10^{-6}$

$S = 1040.0936\times10^{-6}\ m^2$

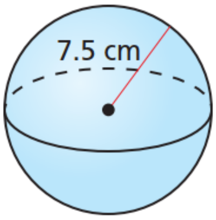
$S = 0.0010400936\, m^2$

ដូចនេះ ផ្ទៃក្រឡាខាងរបស់ស្វ៊ែគិតជា m^2 គឺ $S = 0.0010400936\, m^2$

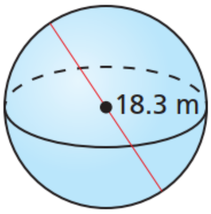
ប្រត្តិបត្តិ១ ចូរគណនាផ្ទៃក្រឡាខាងរបស់ស្វ៊ែខាងក្រោម៖



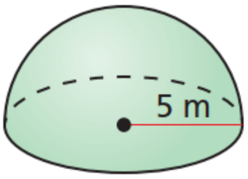
ក. គិតជា m^2



ខ. គិតជា m^2

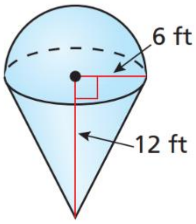


គ. គិតជា m^2

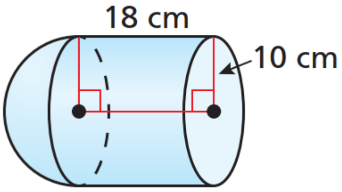


ខ. គិតជា m^2

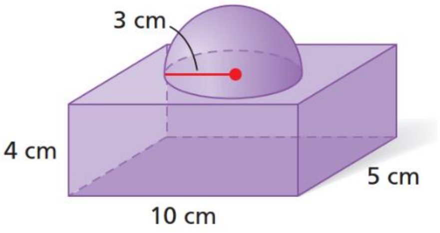
ប្រត្តិបត្តិ២ ចូរគណនាផ្ទៃក្រឡាខាងរបស់រូបខាងក្រោម៖



ក. គិតជា ft^2



ខ. គិតជា cm^2

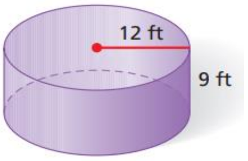


គ. គិតជា cm^2

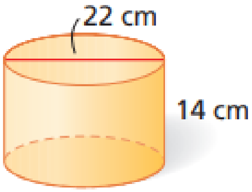
លំហាត់អនុវត្ត

១. គណនាផ្ទៃក្រឡាសរុប និងមាឌស៊ីឡាំងដែលឱ្យដូចរូបខាងក្រោម៖

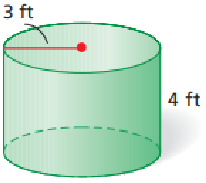
ក.



ខ.

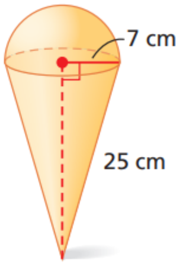


គ.

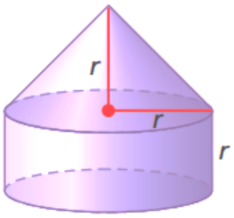


២. ចូរគណនាផ្ទៃក្រឡាសរុបខាងរូបដែលឱ្យខាងក្រោម៖

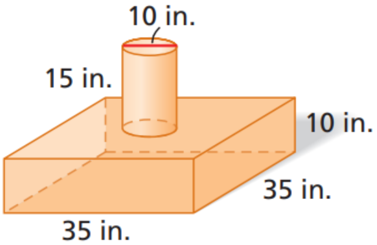
ក.



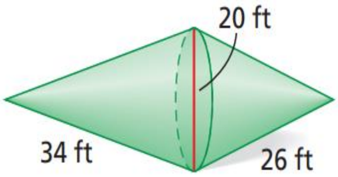
ខ.



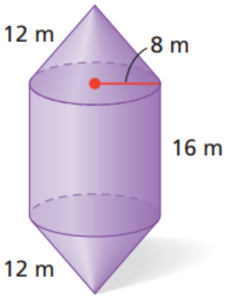
គ.



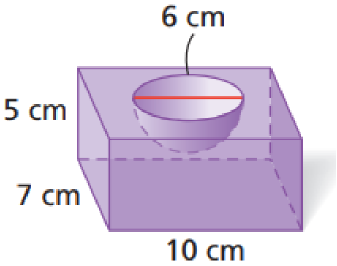
ឃ.



ង.

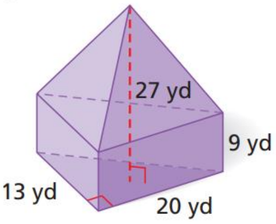


ច.

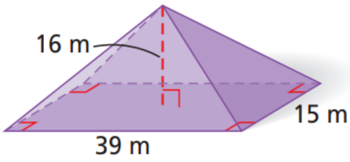


៣. ចូរគណនាផ្ទៃក្រឡាសរុបសខាងរូបខាងក្រោម៖

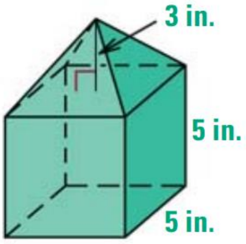
ក.



ខ.

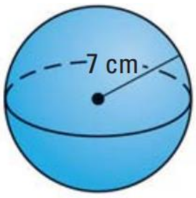


គ.

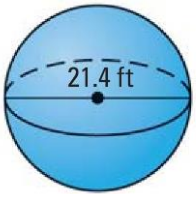


៤. ចូរគណនាផ្ទៃក្រឡាខាងស្វ៊ែដូចរូបខាងក្រោម៖

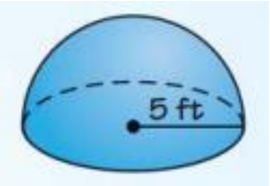
ក.



ខ.



គ.

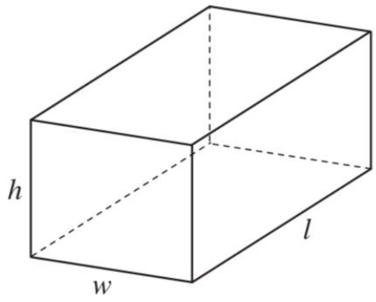


៦. គណនាផ្ទៃក្រឡាសរុបនៃប្រលេពីប៉ែតកែងដែល
មានវិមាត្រដូចខាងក្រោម៖

ក. $l=13cm$, $w=6cm$, $h=10cm$

ខ. $l=12mm$, $w=8mm$, $h=13mm$

គ. $l=8dm$, $w=11dm$, $h=19dm$



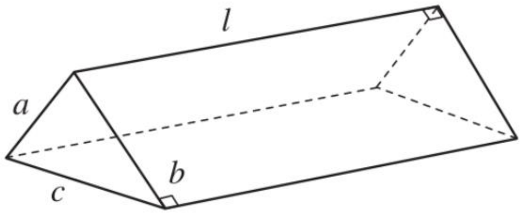
៧. គណនាផ្ទៃក្រឡាខាងនៃព្រីសត្រង់ត្រីមុខ
ដែលមានវិមាត្រដូចខាងក្រោម៖

ក. $a=3cm$, $b=5cm$

$c=7cm$, $h=10cm$

ខ. $a=12mm$, $b=7mm$

$c=7mm$, $h=15mm$

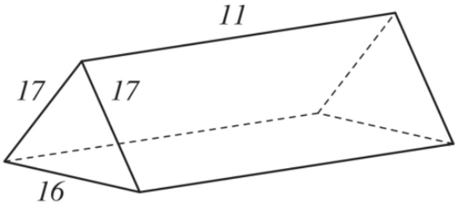


៨. គេមានព្រីសត្រង់ត្រីមុខដែលមានបាតជាត្រីកោណ
សមបាត។ ចូរគណនា

ក. ផ្ទៃក្រឡាខាងនៃព្រីស។

ខ. ផ្ទៃក្រឡាបាតមួយនៃព្រីស។

គ. គណនាផ្ទៃក្រឡាសរុបនៃព្រីស។

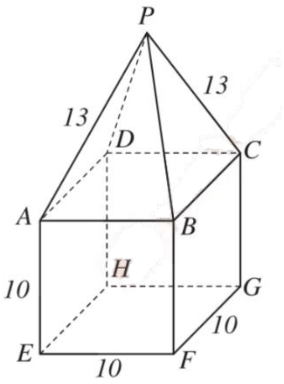


៩. សូលីតនៃរូបខាងស្តាំនេះផ្គុំឡើងដោយព្រីស
និងពីរ៉ាមីតនិយ័ត។

ក. តើ $ABCD$ ជាមុខនៃសូលីតនេះឬទេ?

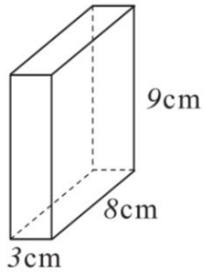
ខ. តើសូលីតនេះមានមុខចំនួនប៉ុន្មាន?

គ. គណនាផ្ទៃក្រឡាសរុបនៃសូលីត។

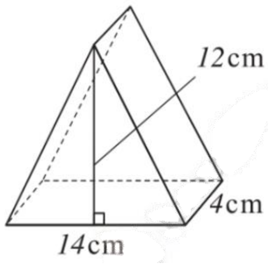


១០. គណនាផ្ទៃក្រឡាខាងនិងផ្ទៃក្រឡាសរុបនៃព្រីសត្រង់ដូចរូបខាងក្រោម៖

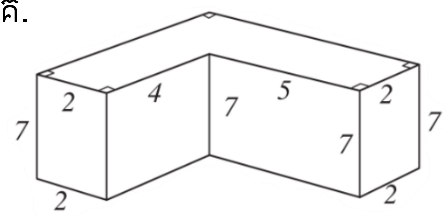
ក.



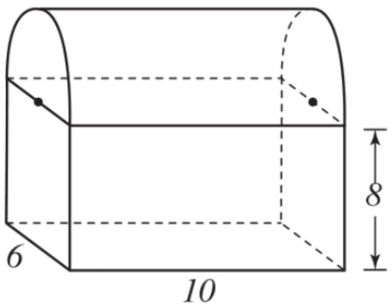
ខ.



គ.



១១. គេផលិតកេសដែកមួយដែលមានគម្របរាងជាកន្លះស៊ីឡាំងបន្តប់ពីលើប្រលេពីប៉ែតកែងដែលមានវិមាត្រដូចក្នុងរូប។



ក. គណនាមាឌនៃកេសដែកនោះ។

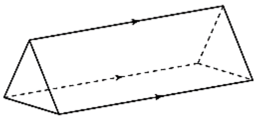
ខ. គណនាផ្ទៃសរុបនៃបន្ទះដែកដែលគេប្រើសម្រាប់ផលិតកេសដែក។

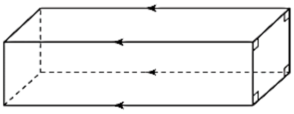
មេរៀនទី១៤ មាឌនៃសូលីត

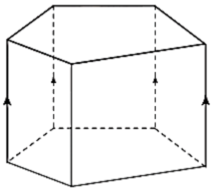
១៤.១. មាឌនៃព្រីសត្រង់

ព្រីសត្រង់ជាព្រីសដែលមានទ្រនុងខាងកែងនឹងបាត។មុខខាងទាំងអស់នៃព្រីសត្រង់ជាចតុកោណកែង។

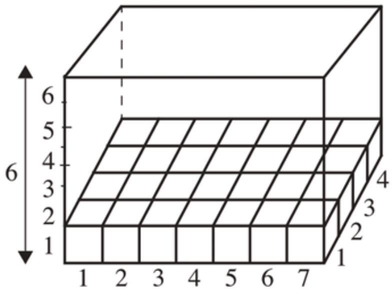
- ពហុមុខខាងក្រោមហៅថា **ព្រីស** ។


ព្រីសត្រីមុខ


ព្រីសចតុមុខ


ព្រីសបញ្ចមុខ

- ព្រីសមានមុខពីរៗស្របគ្នា ហើយប៉ុនគ្នាហៅថា **បាតព្រីស**។
- ជ្រុងស្របគ្នាដែលភ្ជាប់ពីកំពូលទាំងពីរនៃបាតហៅថា **ទ្រនុងខាង**។

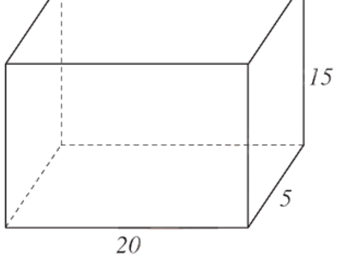


ឧទាហរណ៍ គេមានព្រីសត្រង់មួយដែលមានបណ្ដោយ $7cm$ និងទទឹង $4cm$ និងកម្ពស់ $6cm$ ។

ផ្ទៃបាតមាន $7cm\times 4cm = 28cm^2$ ។

គេអាចបែងចែកបាតនៃប្រលេពីប៉ែតជា 28 ការេដែលមានជ្រុងប្រវែង $1cm$ ។ ដោយដាក់គូបដែលមានទ្រនុង $1cm$ លើការេនីមួយៗ នោះគេបានស្រទាប់មួយដែលមានកម្ពស់ $1cm$ ដែលមានចំនួនគូបសរុប 28 ។ប្រលេពីប៉ែតកែងមាន $28\times 6 = 168$ គូបដែលមានទ្រនុង $1cm$ ។ ដូចនេះមាឌនៃប្រលេពីប៉ែតកែងគឺ $7cm\times 4cm\times 6cm = 168cm^3$ដែលជាផលគុណនៃរង្វាស់វិមាត្រទាំងបី ។

ជាទូទៅ	បើ a, b, h ជារង្វាស់វិមាត្រទាំងបី ហើយ B ជាផ្ទៃក្រឡាបាត និង V ជាមាឌនៃប្រលេពីប៉ែតកែងនោះគេបាន ។គេបានរូមន្ត $V = a\times b\times h$ ឬ$V = B\times h$



លំហាត់គំរូ១ គេមានព្រីសត្រង់ដែលមានបាតជាចតុកោណកែងដូចរូបខាងស្ដាំ។

ចម្លើយ មាឌព្រីសកំណត់ដោយ $V = B\times h$

ដោយ $B = (20\times 5) = 100$ ឯកតាផ្ទៃ

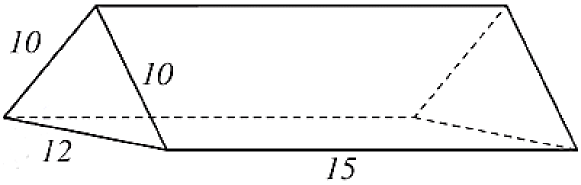
គេបាន $V = 100\times 15 = 1500$ ឯកតាមាឌ

ដូចនេះ មាឌព្រីស$V = 1500$ ឯកតាមាឌ

លំហាត់គំរូ ២ គណនាមាឌព្រីសត្រីមុខដូចរូបខាងស្ដាំ។

ចម្លើយ បាតនៃព្រីសជាត្រីកោណកំណត់

ដោយ $B=\frac{1}{2}\times 12\times 8=48$

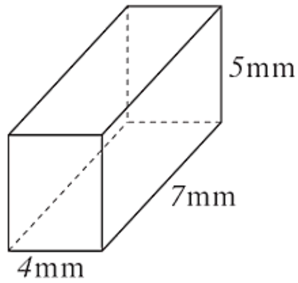


មាឌនៃព្រីសកំណត់ដោយ $V=Bh$

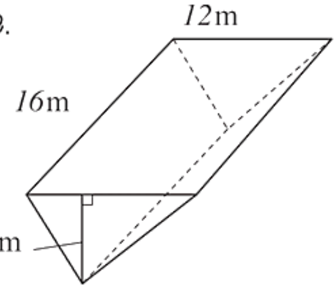
គេបាន $V=48\times 15=720$ ឯកតាមាឌ ។

ប្រតិបត្តិ គណនាមាឌនៃព្រីសដូចខាងក្រោម។

ក.

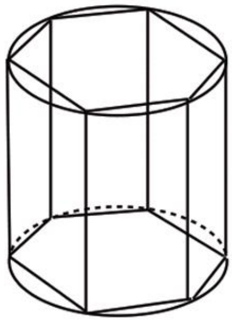


ខ.



១៤.២. មាឌនៃស៊ីឡាំង

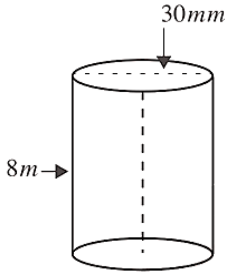
ឧទាហរណ៍១ គេមានព្រីសត្រង់ដែលមានបាតជាពហុកោណនិយ័តចារឹកក្នុងរង្វង់បាតនៃស៊ីឡាំង ។ ទ្រនុងនៃព្រីសជាជនេត្រនៃស៊ីឡាំង ហើយកម្ពស់ព្រីសជាកម្ពស់នៃស៊ីឡាំង ។ បើគេបង្កើនចំនួនជ្រុងនៃបាតព្រីសឱ្យកាន់តែច្រើន នោះផ្ទៃបាតនៃព្រីសខិតទៅរកផ្ទៃបាតនៃស៊ីឡាំង ហើយព្រីសខិតទៅរកស៊ីឡាំងដែរ ។ គេសន្និដ្ឋានថា : មាឌរបស់ស៊ីឡាំងស្មើនឹងផ្ទៃក្រឡាបាតគុណនឹងកម្ពស់ ។



បើ h ជារង្វាស់កម្ពស់ ហើយ S ជាផ្ទៃក្រឡាបាត និង V ជាមាឌនៃស៊ីឡាំងនោះគេបាន $V=Sh$ តែ $S=\pi R^2$ នាំឱ្យគេបាន រូបមន្តមាឌស៊ីឡាំង $V=\pi R^2 h$

លំហាត់គំរូ១ ដែកមួយកំណាត់មានរាងស៊ីឡាំងត្រង់ មានប្រវែង $8cm$ ។ អង្កត់ផ្ចិតនៃមុខកាត់ស្មើនឹង $30mm$ ។ គណនាមាឌដែកគិតជា dm^3 ។ $(\pi=3.14)$

ចម្លើយ ផ្ទៃក្រឡាបាត $S_B=\pi R^2=3.14\times\left(\frac{30}{2}\right)^2=706.5mm^2$



មាឌដែក $V=S\times h$ ដោយ $8m=8000mm$

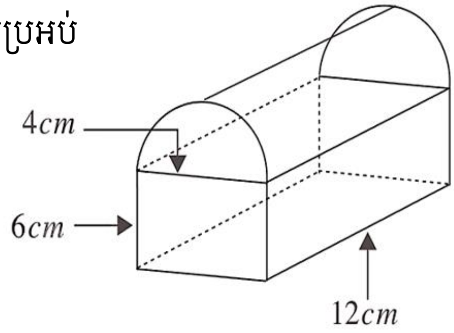
គេបាន $V=706.5\times 8000=5652000mm^3=5.652dm^3$

ដូចនេះ $V=5.652$ ។

លំហាត់គំរូ២ រកមាឌនៃប្រអប់ស្លាម្លូតាមរូបខាងក្រោម។ $(\pi\approx 3.14)$

ចម្លើយ មាឌប្រអប់ស្លាប្ដូ $V = V_1 + V_2$

ដែល V_1 ជាមាឌប្រអប់គ្មានគម្រប និង V_2 ជាមាឌគម្របប្រអប់



$V_1 = 4 \times 6 \times 12 = 288cm^3$

$$V_2 = \frac{1}{2}\left[\frac{22}{7} \times \left(\frac{4}{2}\right)^2 \times 12\right] = 75.428cm^3$$

$V = 288cm^3 + 75.428cm^3 = 363.428cm^3$

ដូចនេះ $V = 363.428cm^3$ ។

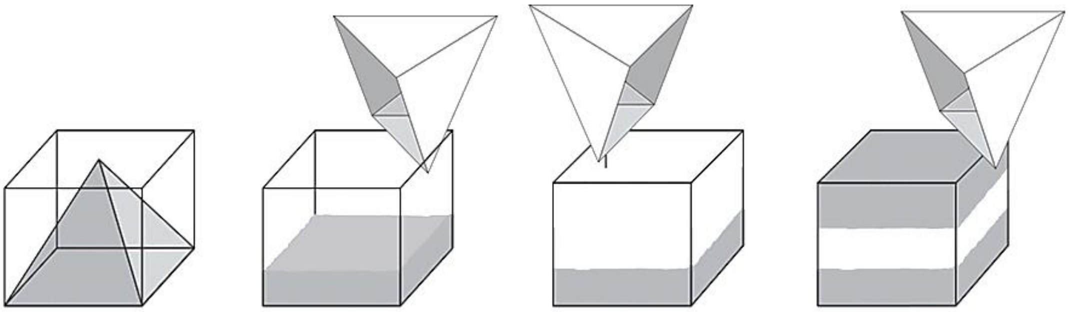
ប្រតិបត្តិ សុខាធ្វើបំពង់មួយដោយយកក្រដាសកាតុងមានរាងចតុកោណែកង ដែលមានបណ្ដោយ $96.2dm$ និងទទឹង $68.4dm$ ហើយបិទមុខវាតជាប់គ្នា $2dm$ ។ តើសុខាត្រូវម្ងូរតាមបណ្ដោយ ឬតាមទទឹងដើម្បីឱ្យបានមាឌបំពង់ធំបំផុត ?

១៤.៣. មាឌនៃពីរ៉ាមីត

គេធ្វើពិសោធន៍មួយដើម្បីរកឱ្យឃើញនូវទំនាក់ទំនងរវាងមាឌពីរ៉ាមីត និងមាឌព្រីសដែលមានលក្ខខណ្ឌដូចខាងក្រោម

1. បាតពីរ៉ាមីតនិងបាតព្រីសប៉ុនគ្នា
2. កម្ពស់ពីរ៉ាមីតនិងកម្ពស់ព្រីសប៉ុនគ្នា

គេឃើញថាមាឌពីរ៉ាមីតតូចជាងមាឌព្រីស។ ឱ្យសិស្សប្រើគំរូនេះនិងខ្សាច់ពណ៌ ដើម្បីធ្វើការប្រៀបធៀបមាឌវា ។ គេឃើញថា មាឌព្រីសត្រូវបានបំពេញដោយមាឌពីរ៉ាមីតបី ។ ដូចនេះគេបានមាឌពីរ៉ាមីតស្មើមួយភាគបីនៃមាឌព្រីសគឺ $V = \frac{1}{3}B \cdot h$

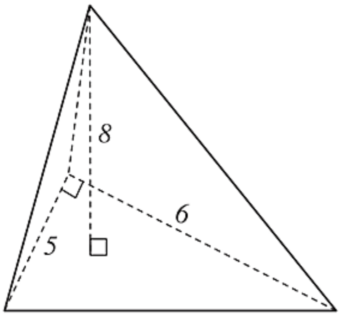


ជាទូទៅ ពីរ៉ាមីតដែលមានផ្ទៃក្រឡាបាត B ឯកតាផ្ទៃ និងកម្ពស់ h ឯកតាមានមាឌកំណត់ដោយ $V = \frac{1}{3}B \cdot h$ ឯកតាមាឌ ។

លំហាត់គំរូទី១ គណនាមាឌពីរ៉ាមីតត្រីមុខដូចរូបខាងស្តាំ ។

ចម្លើយ បាតនៃពីរ៉ាមីតជាត្រីកោណកែង គេបានផ្ទៃក្រឡាត្រីកោណ $B=\frac{1}{2}\times 5\times 6=15$ ឯកតាផ្ទៃ ។

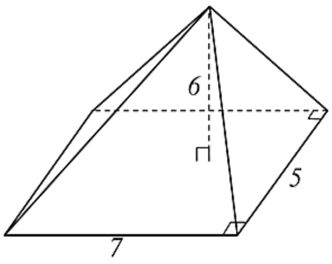
មាឌពីរ៉ាមីតកំណត់ដោយ $V=\frac{1}{3}B\cdot h=\frac{1}{3}\times 15\times 8=40$ ឯកតាមាឌ។



លំហាត់គំរូទី២ គណនាមាឌពីរ៉ាមីតចតុមុខដូចរូបខាងស្តាំ ។

ចម្លើយ បាតនៃពីរ៉ាមីតជាចតុកោណកែង គេបានផ្ទៃក្រឡាចតុកោណកែង $B=7\times 5=35$ ឯកតាផ្ទៃ ។

មាឌពីរ៉ាមីតកំណត់ដោយ $V=\frac{1}{3}B\cdot h=\frac{1}{3}\times 35\times 6=70$ ឯកតាមាឌ ។



លំហាត់គំរូទី៣ ចូររកមាឌនៃពីរ៉ាមីត (រូបខាងស្តាំ)

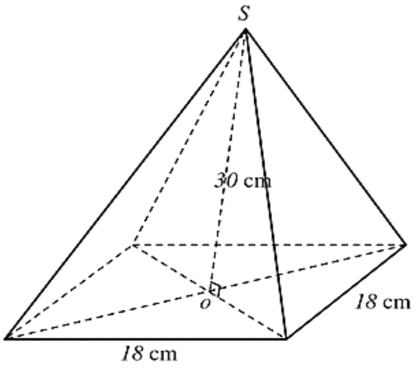
ចម្លើយ មាឌនៃពីរ៉ាមីត

ផ្ទៃក្រឡាបាត $S_B=18\times 18=324cm^2$

មាឌនៃពីរ៉ាមីតកំណត់ដោយ

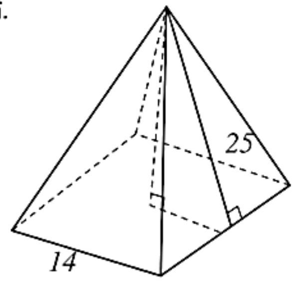
$$V=\frac{1}{3}\times 324\times 30=3240cm^3$$

ដូចនេះ មាឌនៃពីរ៉ាមីត $V=3240cm^3$ ។

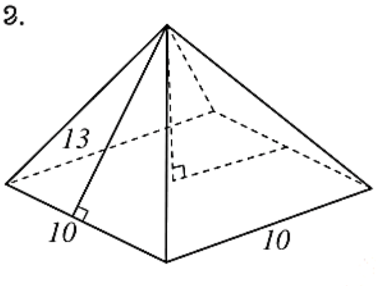


ប្រតិបត្តិ គណនាមាឌនៃពីរ៉ាមីតដែលមានបាតជាការេដូចរូបខាងក្រោមនេះ ។

ក.



ខ.

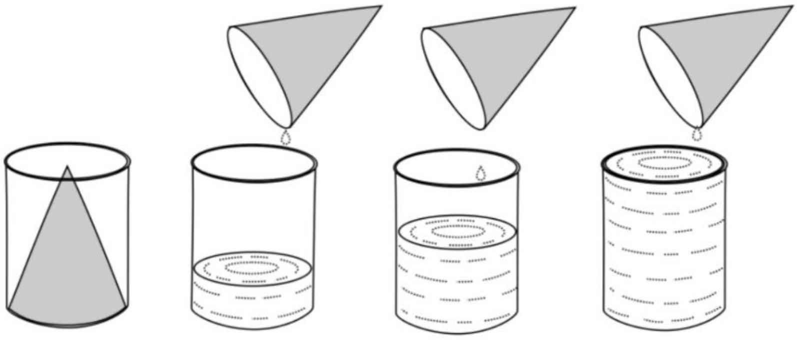


១៤.៤. មាឌនៃកោណ

តាមរយៈការពិសោធរវាងមាឌពីរ៉ាមីត និងមាឌព្រីសនាំឱ្យគេគិតឃើញថា មាឌកោននិងមាឌស៊ីឡាំងមានទំនាក់ទំនងដូចគ្នាដែលមានលក្ខខណ្ឌដូចខាងក្រោម

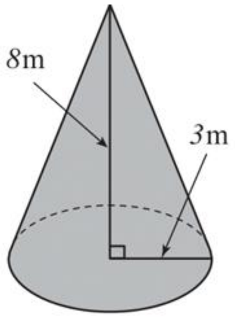
1. បាតកោន និងបាតស៊ីឡាំងប៉ុនគ្នា
2. កម្ពស់កោន និងកម្ពស់ស៊ីឡាំងប៉ុនគ្នា

ដោយប្រើគំរូដូចគ្នានេះនិងខ្សាច់ពណ៌ឃើញថា មាឌកោនស្មើមួយភាគបីនៃមាឌស៊ីឡាំងគឺ $V=\frac{1}{3}B\cdot h$



ជាទូទៅ	កោនដែលមានកាំ r ឯកតា និងកម្ពស់ h ឯកតានោះមាឌកោនកំណត់ដោយ $V=\frac{1}{3}\cdot\pi r^2\cdot h$ ឯកតាមាឌ ។

លំហាត់គំរូទី១ គណនាមាឌនៃកោន ដូចរូបខាងស្តាំ។(យក $\pi\approx 3.14$)

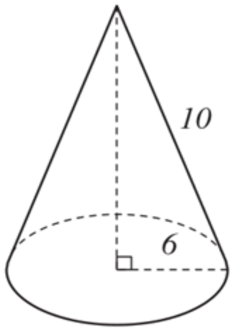


ចម្លើយ កោនដែលមានកាំ $r=3m$ និងកម្ពស់ $h=8m$

នោះមាឌកោនកំណត់ដោយ $V=\frac{1}{3}\times 3.14\times 3^2\times 8=75.36m^3$ ។

លំហាត់គំរូទី២ គណនាមាឌកោនដូចរូបខាងស្តាំ ។(យក $\pi\approx 3.14$)

ចម្លើយ គណនាកម្ពស់កោន



តាមទ្រឹស្តីបទពីតាករគេបាន $h^2+6^2=10^2$

នាំឱ្យ $h=\sqrt{100-36}=\sqrt{54}=8$

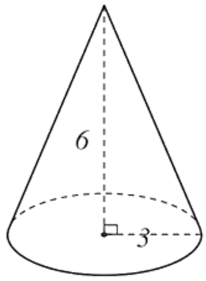
កោនដែលមានកាំ $r=6$ និងកម្ពស់ $h=8$

នោះមាឌកោនកំណត់ដោយ

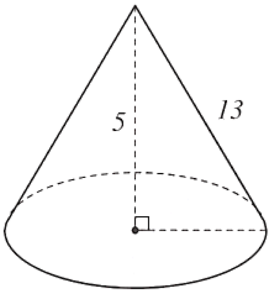
$V=\frac{1}{3}\pi r^2 h=\frac{1}{3}\times 3.14\times 6^2\times 8=301.4$ ឯកតាមាឌ ។

ប្រតិបត្តិ គណនាមាឌកោន(យក $\pi\approx 3.14$) ដូចរូបខាងក្រោមនេះ ។

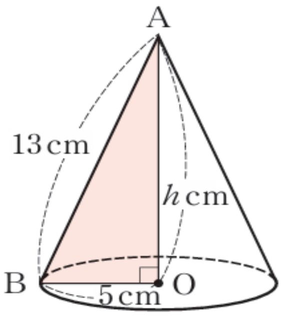
ក.



ខ.



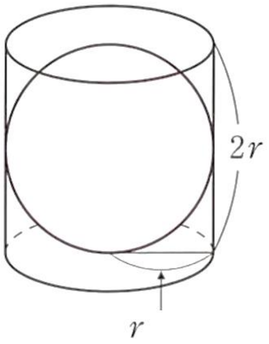
គ



១៤.៥. មាឌនៃស្វ៊ែ

តាមរយៈការពិសោធរវាងមាឌពីរ៉ាមីត និងមាឌព្រីស មាឌកោននិងមាឌស៊ីឡាំងនាំឱ្យគេគិតឃើញថា មាឌស្វ៊ែនិងមាឌស៊ីឡាំងមានទំនាក់ទំនងដូចគ្នាដែលមានលក្ខខណ្ឌដូចខាងក្រោម

1. អង្កត់ផ្ចិតស្វ៊ែនិងកម្ពស់ស៊ីឡាំងប៉ុនគ្នា
2. ផ្ទៃបាតស៊ីឡាំងនិងផ្ទៃបាតកន្លះស្វ៊ែប៉ុនគ្នា
3. កន្លះស្វ៊ែមានកម្ពស់ (r) ស្មើនឹងពាក់កណ្ដាលកម្ពស់កោន

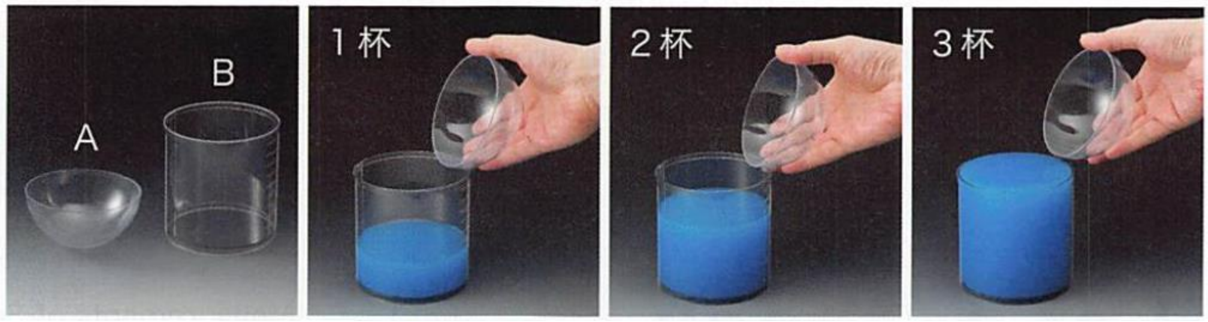


ដំណើរការពិសោធន៍ ៖ កន្លះស្វ៊ែ (A) និងស៊ីឡាំង (B) (រូបភាពខាងក្រោម)

គេយកកន្លះស្វ៊ែដាក់ទឹកខៀវឱ្យពេញរួចចាក់ចូលក្នុងស៊ីឡាំង គេសង្កេតឃើញថា កន្លះស្វ៊ែចំនួនបីដងទើបពេញស៊ីឡាំងមួយ។

នោះមាឌកន្លះស្វ៊ែគឺ $V = \pi r^2 \times 2r \times \frac{1}{3}$

បើស្វ៊ែពេញនោះមាឌស្វ៊ែកំណត់ដោយ $V = \left(\frac{2}{3}\pi r^3\right) \times 2 = \frac{4}{3}\pi r^3$ ។



ជាទូទៅ	ស្វ៊ែដែលមានកាំ r ឯកតានោះមាឌស្វ៊ែកំណត់ដោយ $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ ឯកតាមាឌ ។

ឧទាហរណ៍ គេមានស្វ៊ែដែលមានកាំ $r = 6cm$ ។ចូររកមានស្វ៊ែ។

ចម្លើយ រកមានស្វ៊ែដែលមានកាំ $r = 6cm$

តាមរូបមន្ត $V = \frac{4}{3}\pi r^3$

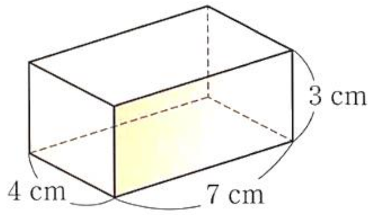
យើងបាន $V = \frac{4}{3} \times 3.14 \times 6^3 = 904.32cm^3$

ដូចនេះ មាឌស្វ៊ែ $V = 904.32cm^3$ ។

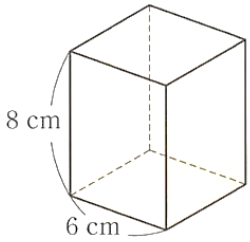
លំហាត់អនុវត្ត

១. ចូររកមាឌព្រីសខាងក្រោម

ក.

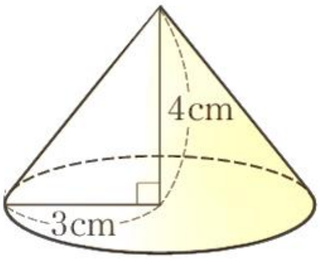


ខ.

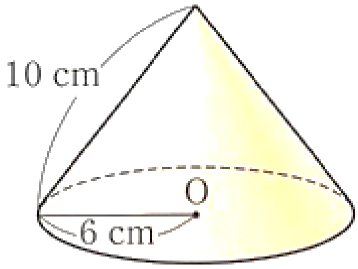


១. គេមានកោណដូចរូបខាងស្តាំ ។ចូររកមាឌកោណ។

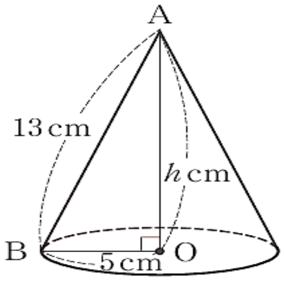
ក.



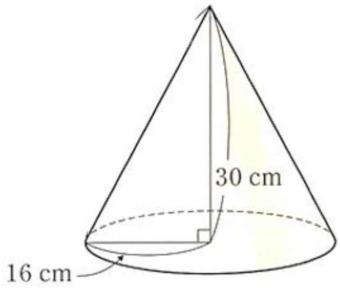
ខ.



គ.

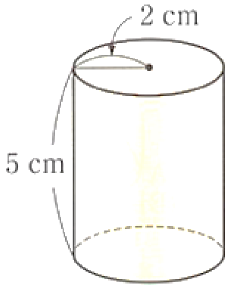


ឃ.

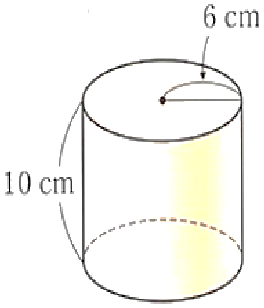


២.គណនាមាឌស៊ីឡាំង និង កន្លះស៊ីឡាំង ដូចរូបខាងក្រោម

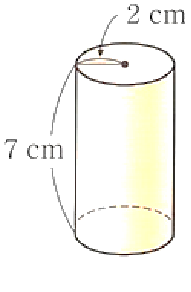
ក.



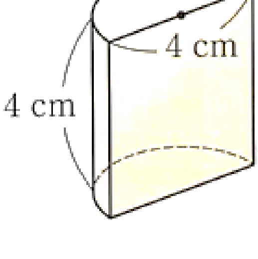
ខ.



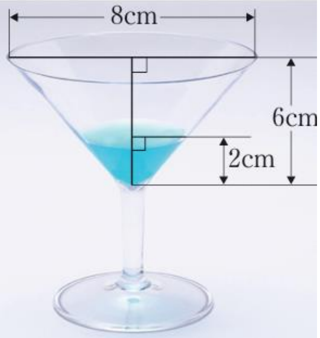
គ.



ឃ.

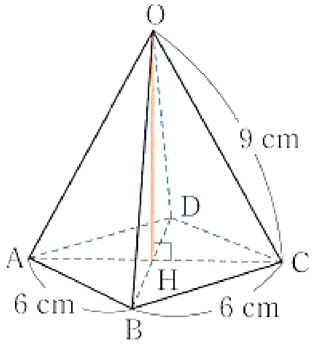


៣. ចូររកមាឌទឹកដែលមានក្នុងកែវ។

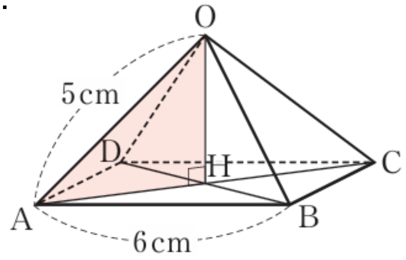


៤. ចូររកមាឌពីរ៉ាមីតខាងក្រោម

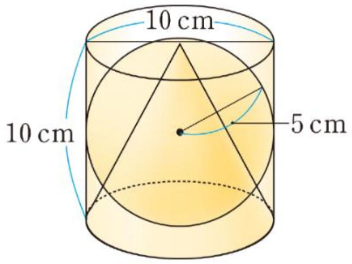
ក.



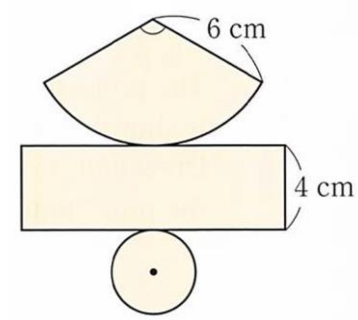
ខ.



៥. ចូររកមាឌនៃកោណ ស៊ីឡាំង និងស្វ៊ែរ។

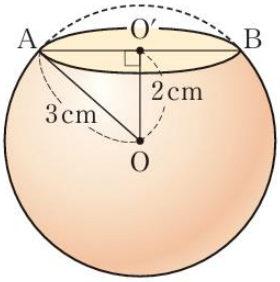


៦. ចូររកមាឌសរុបរូបខាងក្រោម

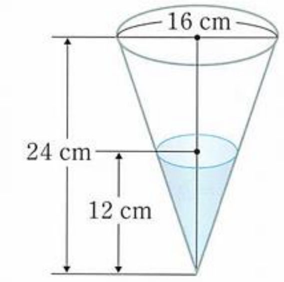


៦. ចូររកមាឌផ្នែកពណ៌តាមរូបខាងក្រោម

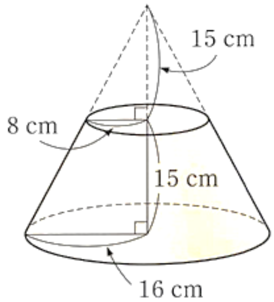
ក.



ខ.



គ.



ឯកសារយោង

១. សៀវភៅគណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី៧ បោះពុម្ពលើកទី១៤ ឆ្នាំ២០២០
២. សៀវភៅគណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី៨ បោះពុម្ពលើកទី១១ ឆ្នាំ២០២០
៣. សៀវភៅគណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី៩ បោះពុម្ពលើកទី១១ ឆ្នាំ២០២០
៤. សៀវភៅគណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី១០ បោះពុម្ពលើកទី១១ ឆ្នាំ២០២០
៥. សៀវភៅគណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី១០ បោះពុម្ព ឆ្នាំ២០២៣
៥. សៀវភៅគណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី១១ សម្រាប់វិទ្យាសាស្ត្រសង្គម បោះពុម្ព ឆ្នាំ២០២៣
៦. សៀវភៅគណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី១១ សម្រាប់ថ្នាក់វិទ្យាសាស្ត្រ បោះពុម្ព ឆ្នាំ២០២៣
៧. សៀវភៅគណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី១២ ថ្នាក់វិទ្យាសាស្ត្រសង្គម បោះពុម្ព ឆ្នាំ២០២៣
៨. សៀវភៅគណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី១២ ថ្នាក់វិទ្យាសាស្ត្រ បោះពុម្ព ឆ្នាំ២០២៣
៩. សៀវភៅណែនាំសម្រាប់គ្រូបង្រៀន គណិតវិទ្យាថ្នាក់ទី៧ ឆ្នាំ២០១៦ (Stepsam3)
១០. សៀវភៅណែនាំសម្រាប់គ្រូបង្រៀន គណិតវិទ្យាថ្នាក់ទី៨ ឆ្នាំ២០១៦ (Stepsam3)
១១. សៀវភៅណែនាំសម្រាប់គ្រូបង្រៀន គណិតវិទ្យាថ្នាក់ទី៩ ឆ្នាំ២០១៦ (Stepsam3)
១២. ឯកសារបំប៉ន គ្រូបង្រៀនកម្រិតមូលដ្ឋាន គណិតវិទ្យា ឆ្នាំ២០២០
១៣. Geometry by Ray C.Jurgensen, Richard G.Brown, Jonh W.Jurgensen